

Lezione #4

30/11/2023

Condizioni di equilibrio di un sistema rigido
è riassunto dalle

eq^{mi} cardinali della meccanica:

$$\begin{cases} \vec{F}_{EST}^{RIS} = \vec{0} & (\text{m. traslazionale}) \\ \vec{M}_{EST}^{RIS} = \vec{0} & (\text{" rotazionali}) \end{cases}$$

LEVE

Macchina meccanica ^{vincolata} in grado di trasferire energie

$$\begin{cases} \vec{F}_m = \text{forze motrice} \\ \vec{F}_R = \text{" resistive} \\ \Delta \Rightarrow \text{vincolo, } \pi_0 \text{ fissa, asse di rotazione} \end{cases}$$

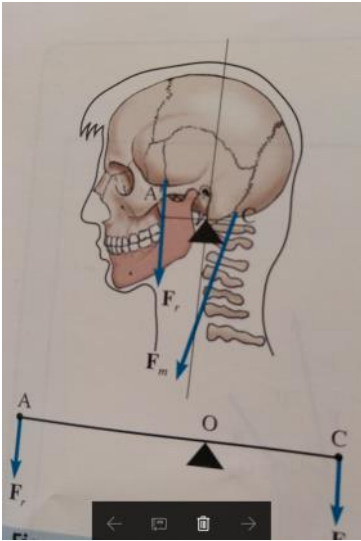
Per ogni leva si realizza un equilibrio meccanico.

$$\begin{cases} \vec{F}_{EST}^{RIS} = \vec{0} \\ \vec{M}_{EST}^{RIS} = \vec{0} \end{cases}$$

LEVA DI PRIMO GENERE



Esempio:

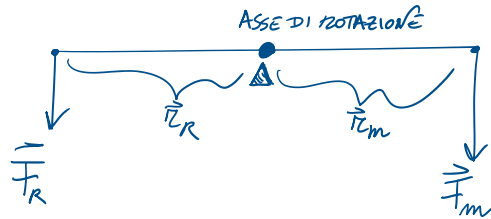


EQUILIBRIO:

$$\begin{cases} \vec{F}^{RIS} = \vec{0} \\ \vec{M}^{RIS} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\vec{F}^{RIS} = \vec{F}_m + \vec{F}_R = \vec{0}$$

↳ forza muscoli splenici
forza peso del cranio



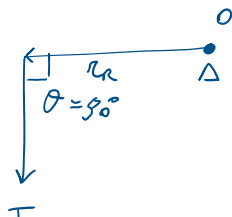
$F_R = 80 \text{ N}$ (Peso cranio)
 $r_R = 8 \text{ cm}$
 $r_m = 2 \text{ cm}$

Calcolare la forza esercitata dai muscoli splenici

$$\vec{F}_m = ?$$

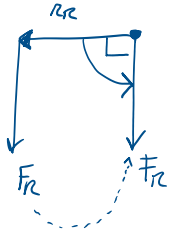
$$\vec{M}^{RIS} = \vec{0} \Rightarrow \vec{M}_m + \vec{M}_R = \vec{0}$$

$$\vec{M}_R = ?$$





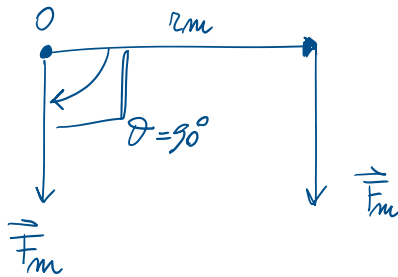
$$\vec{M}_R = \vec{r}_R \times \vec{F}_R \Rightarrow M_R = r_R F_R \sin \theta$$



$r_R \perp F_R$ antiorario
 $\theta = 90^\circ$
 $\sin \theta = 1$

$$M_R = r_R F_R$$

\vec{M}_M :



$\vec{r}_M \perp \vec{F}_M$ s. orario

$$M_M < 0$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$M_M = - r_M F_M$$

$$M_R + M_M = r_R F_R - r_M F_M = 0$$

$$F_M = \frac{r_R F_R}{r_M}$$

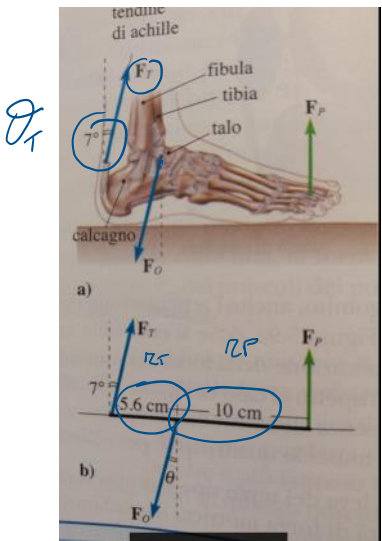
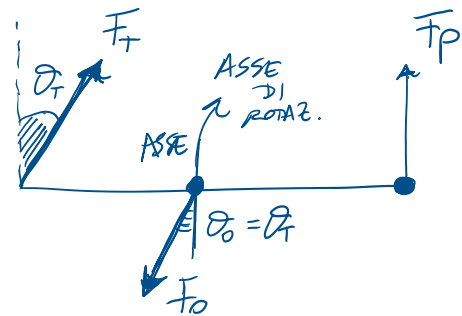
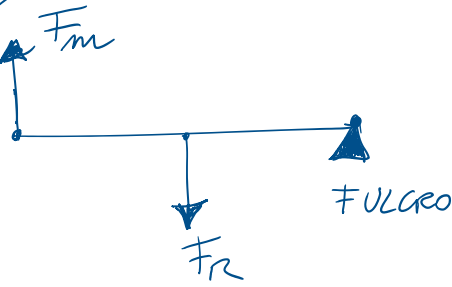
$$F_M = \frac{0,08}{0,02} F_R = 4 F_R$$

$$F_m = \frac{0,08}{0,02} F_R = 4 F_R$$

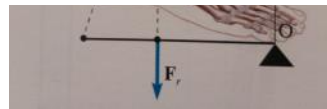
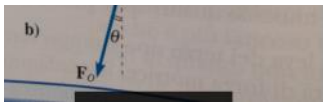
Nei muscoli splenici la forza è il quadruplo della F_p del cranio!!

$$F_m = 4 \cdot 80 = 320 \text{ N} \approx 300 \text{ N}$$

- LEVA II GENERE -



F_T : forze esercitate su Tendine di Achille
 F_o : forze es. dall'osso piede



F_o : forze es. dall'osso
 piede

F_p : forza peso

$$F_T = ?$$

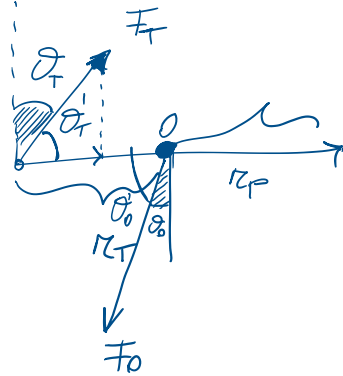
$$\alpha_T = \alpha_o = 7^\circ$$

$$F_o = ?$$

$$F_p = 900 \text{ N}$$

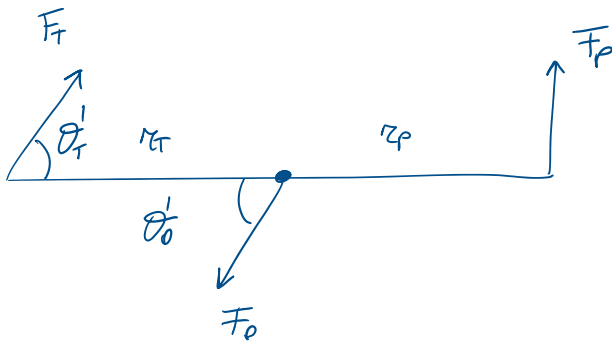
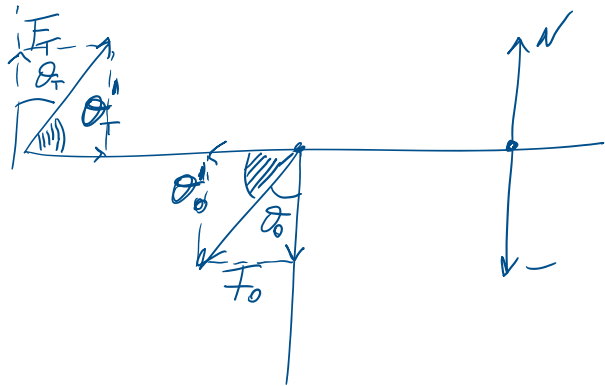
$$r_p = 10 \text{ cm}$$

$$r_T = 5,6 \text{ cm}$$



Gli angoli devono essere rispetto asse x !!!

$$\begin{cases} \alpha_T' = 90^\circ - \alpha_T = 90^\circ - 7^\circ = 83^\circ \\ \alpha_o' = 90^\circ - \alpha_o = 90^\circ - 7^\circ = 83^\circ \end{cases}$$



Rispetto ad un asse passante per O non ho nessun contributo di \vec{M}_O

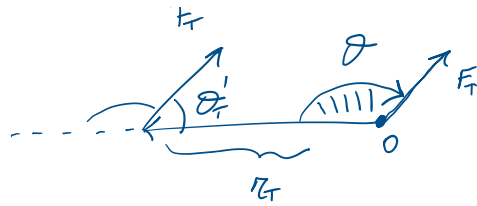
$$\vec{M}_{RIS} = \vec{M}_T + \vec{M}_P = \vec{0}$$

\vec{M} :



$r_T \sin \alpha_T$
 $< r_P \sin \alpha$

$\vec{M}_T:$

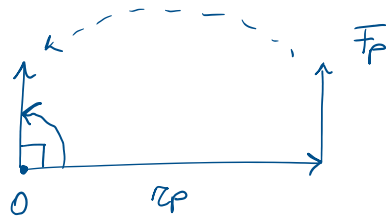


$r_T \downarrow F_T$
s. orario
 $M_T < 0$

$$\theta = 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ$$

$$M_T = - \underset{\uparrow}{r_T} \underset{\downarrow}{F_T} \underset{\uparrow}{\sin \theta}$$

$\vec{M}_P:$



$$\theta = 90^\circ$$

$r_P \downarrow F_P$
s. antiorario

$$M_P > 0$$

$$M_P = r_P F_P$$

$$M_{RIS} = - \underset{\uparrow}{r_T} \underset{\downarrow}{F_T} \underset{\uparrow}{\sin \theta} + \underset{\uparrow}{r_P} \underset{\uparrow}{F_P} = 0$$

$$F_T = \frac{r_P F_P}{r_T \sin \theta} = \frac{0,1}{0,056 \cdot 0,99} F_P$$

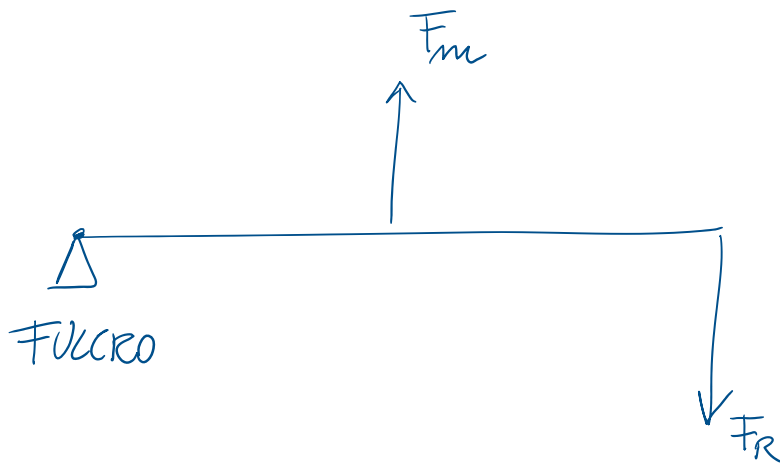
$$F_T = 1,8 F_P$$

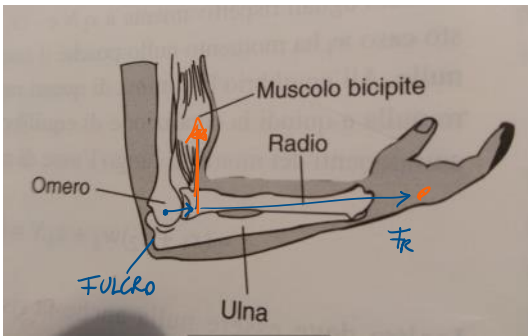
La forza esercitata sul tendine di Achille è ad ogni passo è circa il doppio delle forze

è circa il doppio della forza peso!!!

$$F_T = 1,8 \cdot 900 = 1636,36 \text{ N} \approx 2000 \text{ N}$$

LEVA III° GENERE



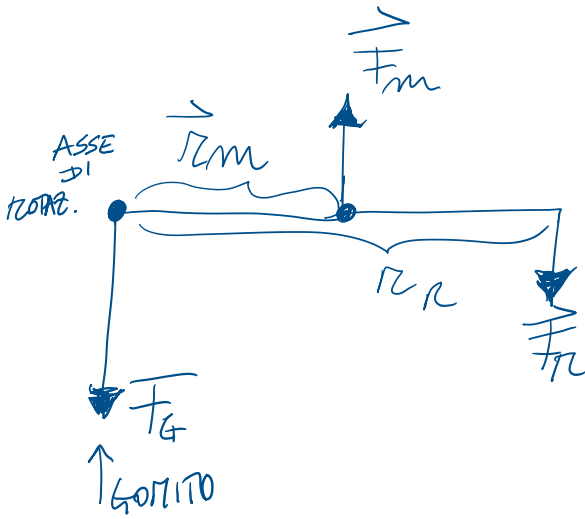


$F_G =$ f. gomito ?

$F_R =$ f. peso applicato sulla mano

$F_m =$ f. bicipite ?

$$\left\{ \begin{array}{l} r_m = 0,05 \text{ m} \text{ da o} \\ r_R = 0,15 \text{ m} \text{ pugno} \\ F_R = 12 \text{ N} \end{array} \right.$$

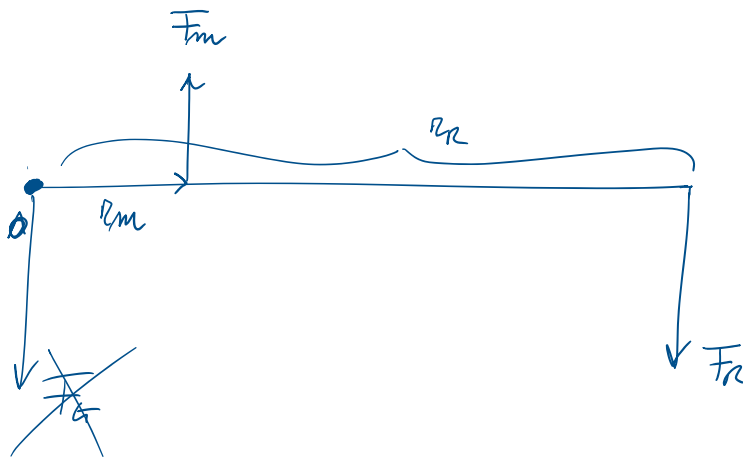


Condiz. eq.

$$\vec{F}^{RIS} = \vec{0}$$

$$\vec{M}^{RIS} = \vec{0}$$

\vec{M}^{RIS}

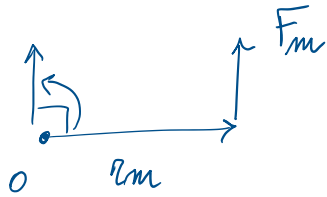


il momento $F_G \Rightarrow M_O = 0$ rispetto all'asse di rotazione

$$\vec{M}^{RIS} = \vec{M}_m + \vec{M}_R = \vec{0}$$

$$M_m : \quad \uparrow \quad \uparrow F_m$$

M_m :



s. antiorario

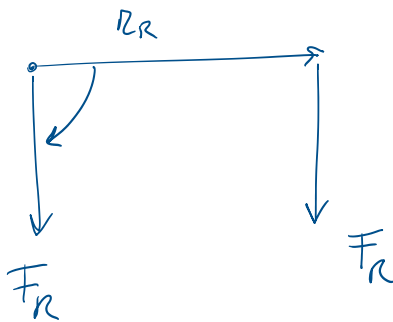
$r_m \curvearrowright F_m$

$M_m > 0$

$\theta = 90^\circ$

$$M_m = r_m F_m$$

M_R :



s. orario

$r_R \curvearrowleft F_R$

$M_R < 0$

$\theta = 90^\circ$

$$M_R = - r_R F_R$$

$$M_{ris} = r_m F_m - r_R F_R = 0$$

$$F_m = \frac{r_R}{r_m} F_R = \frac{0,15}{0,05} F_R$$

$$F_m = 3 F_R$$

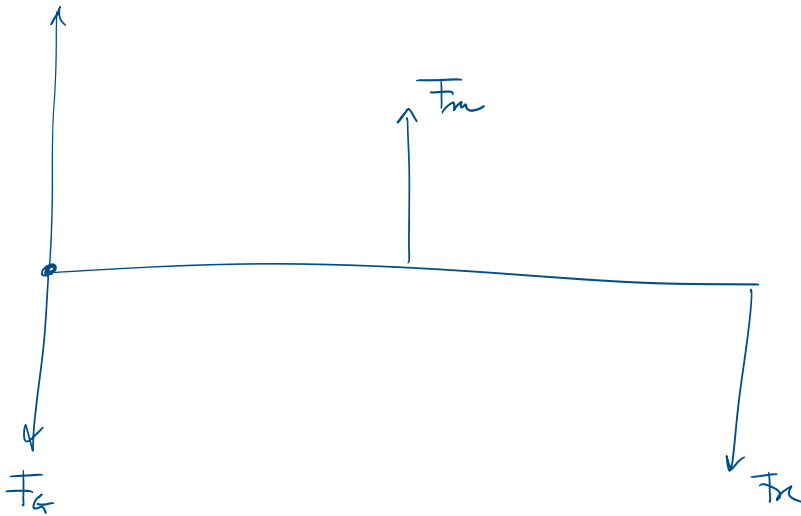
Le forze nei muscoli
ricapiti all'equilibrio è

$$|F_m = 3 \cdot F_r$$

risultanti all'equilibrio è

il triplo delle forze
peso applicate all'estremità

$$F_m = 3 \cdot 12 = 36 \text{ N} \approx 40 \text{ N}$$



$$F_x = 0 = 0 \quad \checkmark$$

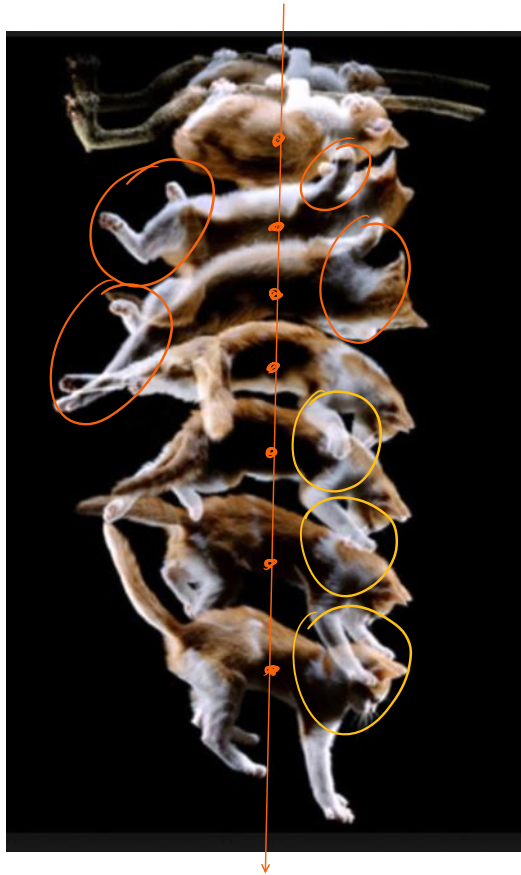
$$F_y = -F_G + F_m - F_r = 0$$

 ↑ ↑

$$F_G = F_m - F_r = 36 - 12 = 24 \text{ N}$$

Esempio biomeccanico:

RIFLESSO VERTICALE GATTO



Descrizione moto

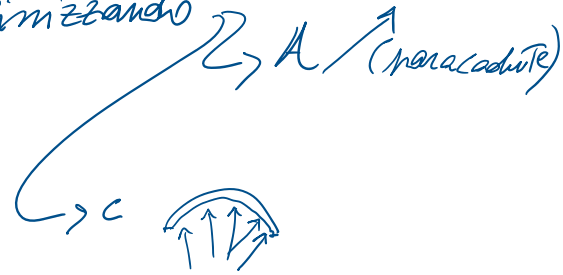
1) pto materiale \rightarrow solo F_p

\Downarrow
 Condotta libera
 con $a = -g$

2) pto mat. + $F_{aerodin.}$

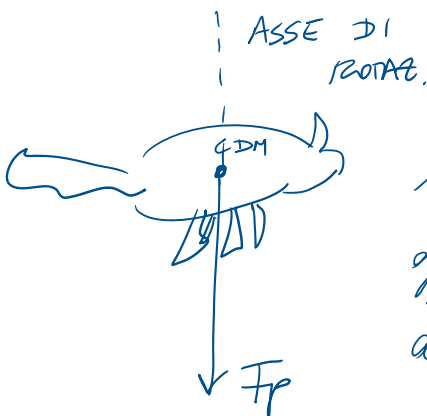
$$\hookrightarrow \frac{1}{2} \rho A C_D v^2$$

\Rightarrow il gatto rallenta nella fase finale massimizzando



3) Come fa a ruotare su se stesso?

Se fosse un sistema rigido $\Rightarrow \vec{M}^{ris} = \vec{0} \Rightarrow$ non potrebbe mai più girarsi perché



unica forza esterna è F_p , se applicata al CDM e se sceglio un asse passante per CDM

$$\Rightarrow M_p = 0$$

A questo pto il gatto "dinde" il suo corpo a
metà e rautuindendo o allungando le zampe ant. e
posteriori ottiene due momenti: $M_{ANT} \neq 0$ $M_{POST} \neq 0$

$$M_{ANT} + M_{POST} = 0$$

1)



2)

