Esempio n.3 Svolgimento

dati $z = 250.000$, $c = 500$, $\gamma = 0,8$

Il problema di Nodel(N) si può scrivere come

$$\max_{X_N} \Pi_N = P_N \cdot z - c \cdot X_N \Rightarrow \max_{X_N} \Pi_N = \underbrace{\frac{X_N^{0,8}}{X_N^{0,8} + X_F^{0,8}}}_{P_N(X_N, X_F)} \cdot 250.000 - 500 \cdot X_N$$

$$\frac{d \Pi_N}{d X_N} = 0 \; ; \; \frac{0,8 X_N^{0,8-1}(X_N^{0,8} + X_F^{0,8}) - 0,8 X_N^{0,8-1} X_N^{0,8}}{(X_N^{0,8} + X_F^{0,8})^2} \cdot 250000 - 500 = 0$$

$$\frac{0,8 X_N^{-0,2}(X_N^{0,8} + X_F^{0,8}) - 0,8 X_N^{-0,2} X_N^{0,8}}{(X_N^{0,8} + X_F^{0,8})^2} \cdot 250000 = 500$$

$$\frac{\cancel{0,8 X_N^{0,6}} + 0,8 X_N^{-0,2} X_F^{0,8} - \cancel{0,8 X_N^{0,6}}}{(X_N^{0,8} + X_F^{0,8})^2} \cdot 250000 = 500 \; ; \; \overbrace{\frac{200000 X_N^{-0,2} X_F^{0,8}}{(X_N^{0,2} + X_F^{0,8})^2}}^{\text{Ricavo marginale di un'ora aggiuntiva di allenamento}} = 500$$

costo marginale di un'ora di allenamento

Il problema di Federer (F) sarà:

$$\max_{X_F} \Pi_F = \frac{X_F^{0,8}}{X_F^{0,8} + X_N^{0,8}} \cdot 250000 - 500 \cdot X_F \; ; \quad \frac{d\Pi_F}{dX_F} = 0 \; ;$$

$$\frac{0,8 X_F^{0,8-1}\left(X_F^{0,8} + X_N^{0,8}\right) - 0,8 X_F^{0,8-1} \cdot X_F^{0,8}}{\left(X_F^{0,8} + X_N^{0,8}\right)^2} \cdot 250.000 - 500 = 0 \; ; \quad \frac{\cancel{0,8 X_F^{0,6}} + 0,8 X_F^{-0,2} X_N^{0,8} - \cancel{0,8 X_F^{0,6}}}{\left(X_F^{0,8} + X_N^{0,8}\right)^2} \cdot 250000 = 500$$

$$\underbrace{\frac{X_F^{-0,2} X_N^{0,8} \cdot 200000}{\left(X_F^{0,8} + X_N^{0,8}\right)^2}}_{\text{Ricavo Marginale di una unità di allenamento aggiuntivo}} = \underbrace{500}_{\text{costo marginale di un'ora di allenamento aggiuntivo}}$$

$$\begin{cases} \dfrac{X_N^{-0,2} X_F^{0,8}}{\left(X_N^{0,8} + X_F^{0,8}\right)^2} \cdot 200000 = 500 \\[2ex] \dfrac{X_F^{-0,2} X_N^{0,8}}{\left(X_F^{0,8} + X_N^{0,8}\right)^2} \cdot 200000 = 500 \end{cases}$$

$$\frac{X_N^{-0,2}\cdot X_F^{0,8}}{\cancel{\left(X_N^{0,8}+X_F^{0,8}\right)^2}}\cdot \cancel{200000} = \frac{X_F^{-0,2}\, X_N^{0,8}}{\cancel{\left(X_F^{0,8}+X_N^{0,8}\right)^2}}\cdot \cancel{200000}$$

$X_N^{-0,2}\, X_F^{0,8} = X_F^{-0,2}\, X_N^{0,8}$ moltiplichiamo · $X_F^{0,2}\, X_N^{0,2}$ entrambi, tenendo ottenuto

$X_F = X_N$ combinazione ottimale di effort di equilibrio dei due atleti

Torniamo alle condizioni del primo ordine degli agenti

$$\frac{X_N^{-0,2}\, X_F^{0,8}}{\left(X_N^{0,8}+X_F^{0,8}\right)^2}\cdot 200000 = 500 \; ; \; \frac{X_N^{-0,2}\, X_N^{0,8}}{\left(X_N^{0,8}+X_N^{0,8}\right)^2}\cdot \frac{200000}{500} = \frac{500}{500} \; ; \; \frac{X_N^{0,6}}{\left(2X_N^{0,8}\right)^2}\cdot 400 = 1 \; ;$$

$$\frac{X_N^{0,6}}{4X_N^{1,6}}\cdot 400 = 1 \; ; \; \frac{400}{4X_N^{1,6}\, X_N^{-0,6}} = 1 \; ; \; \frac{\cancel{400}\; 100}{\cancel{4}\, X_N} = 1 \cdot X_N \Rightarrow X_N^* = 100$$

Supponiamo che $X_N = X_F$ per cui $X_F^* = X_N^* = 100$

Calcolare l'equilibrio competitivo ($EC$)

ma $EC^* = \dfrac{P_N^*}{P_F^*}$ ; $P_N^* = \dfrac{100^r}{100^r + 100^r}$ ricordo che $P_N = \dfrac{X_N^r}{X_N^r + X_F^r}$

$P_F^* = \dfrac{100^r}{100^r + 100^r}$ ; $EC = \dfrac{\cancel{100^{0.8}}}{\cancel{100^{0.8} + 100^{0.8}}} \Big/ \dfrac{\cancel{100^{0.8}}}{\cancel{100^{0.8} + 100^{0.8}}} = 1$ C.V.D.

Una competizione "simmetrica" genera sempre equilibrio competitivo perfetto (pari ad 1)

Verificare i nuovi livelli di effort di equilibrio con $r = 0{,}5$ e poi anche $EC$