

# Indici di forma

Gli indici di forma di una distribuzione riguardano 2 caratteristiche: la simmetria e la curtosi. Sono indici utilizzati per evidenziare la forma di una distribuzione.

Un **indice di asimmetria** di una distribuzione è un valore che cerca di fornire una misura della sua mancanza di simmetria.

Con il termine **curtosi** si intende la maggiore o minore gibbosità (appiattimento) di una distribuzione in prossimità del suo massimo. Assume rilevanza nell'ambito delle distribuzioni unimodali di forma campanulare.

# Misure di asimmetria basate sui quartili

Un indice assoluto di asimmetria basato sulle distanze tra quartili è:

$$aQ = (Q3 - Q2) - (Q2 - Q1)$$

in cui la misura di asimmetria è espressa in termini di differenza tra la distanza che separa il terzo quartile dalla mediana  $Q3 - Q2$  e quella che separa la mediana dal primo quartile  $Q2 - Q1$ .

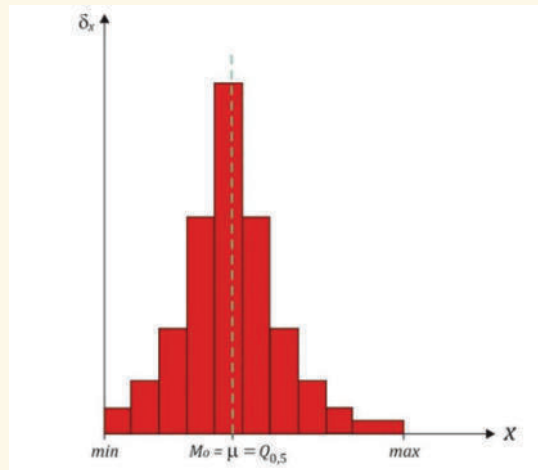
Distinguiamo tre casi:

- 1- Se la distribuzione è simmetrica, la quantità  $Q3 - Q2 = Q2 - Q1$ , quindi  $aQ$  tende ad assumere valori prossimi a zero.
- 2- In caso di asimmetria positiva, la quantità  $Q3 - Q2 > Q2 - Q1$ , di conseguenza  $aQ > 0$
- 3- In caso di asimmetria negativa, la quantità  $Q3 - Q2 < Q2 - Q1$  e quindi  $aQ < 0$ .

$$\text{Indice di Yule e Bowley} = \frac{(Q3 - Q2) - (Q2 - Q1)}{(Q3 - Q1) \text{ scarto interquartile}}$$

# Indice di asimmetria

Se in una distribuzione osservata media, moda e mediana coincidono, siamo in presenza di una distribuzione simmetrica?



La non coincidenza dei 3 indici è un indicatore di asimmetria, mentre la coincidenza non garantisce la simmetria.

# Momenti

In Statistica esiste un insieme di indici, chiamati momenti, di cui fa parte anche la media aritmetica. Possono essere calcolati solo per variabili quantitative (sia discrete, sia continue).

Servono a descrivere le caratteristiche di una distribuzione. Ogni distribuzione può essere descritta attraverso i momenti.

Il **momento ordinario** di ordine  $r$  corrisponde alla media dei valori della variabile elevati alla potenza  $r$ -esima.

I momenti centrali sono la media delle  $r$ -esime potenze degli scarti centrati sulla media aritmetica.

# Momenti

Il momento ordinario di ordine zero (ossia calcolato per  $r=0$ ) risulta sempre uguale a 1, mentre per  $r = 1$  si ottiene la media delle osservazioni: la media aritmetica, quindi, corrisponde al momento ordinario di ordine 1.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i n_i}{\sum_{i=1}^N n_i}$$

# Momenti

Momenti di ordine	Momenti	Momenti per distribuzione di frequenza	Indici	Misure
1	$\frac{\sum xi}{n}$	$\frac{\sum xi * ni}{n}$	Media	Tendenza centrale
2 centrale	$\frac{\sum (xi - \mu)^2}{n}$	$\frac{\sum (xi - \mu)^2 * ni}{n}$	Varianza	Dispersione
3 centrale	$\frac{\sum (xi - \mu)^3}{n}$	$\frac{\sum (xi - \mu)^3 * ni}{n}$	Indice di simmetria a M3	Asimmetria
4 centrale	$\frac{\sum (xi - \mu)^4}{n}$	$\frac{\sum (xi - \mu)^4 * ni}{n}$		Curtosi

# Momenti centrale di ordine 3

Un indice di asimmetria molto usato è quello basato sul **momento centrato di ordine 3, M3**.

$$\frac{\sum (x_i - \mu)^3 \cdot n_i}{n}$$

L'indicatore dà maggiore rilievo agli scostamenti rispetto alla media, elevando gli scarti ad una potenza dispari: l'elevazione a potenza degli scarti ne aumenta il valore, rendendo quindi più sensibile l'indice.

# Indice di asimmetria di Fisher

Se volessimo considerare un indice che non dipende dall'unità di misura del carattere e confrontare caratteri diversi, si può usare la formulazione di Fisher:

L'**Indice di Asimmetria di Fisher** è definito come la Media aritmetica delle terze potenze della variabile standardizzata:

$$\beta = \frac{1}{N} \sum \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^3$$

Se  $\beta > 0$  c'è asimmetria positiva.

Se  $\beta = 0$  c'è simmetria.

Se  $\beta < 0$  c'è asimmetria negativa.



# Indice di asimmetria di Fisher

L'espressione dentro la parentesi è definita scarto standardizzato, per cui l'indice è pari alla media dei cubi degli scarti standardizzati.

Per le distribuzioni di frequenze la formula di Fisher è:

$$\beta = \frac{1}{N} \sum \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^3 n_i$$

# Esercizio

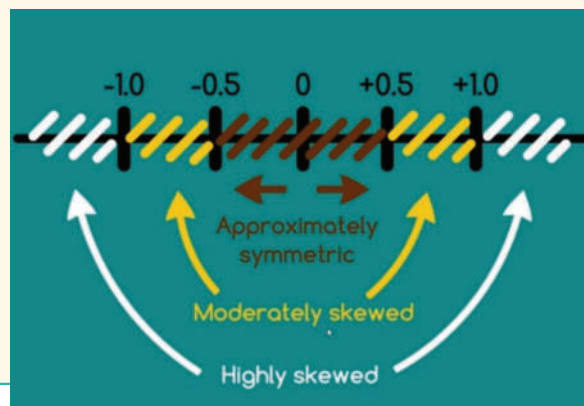
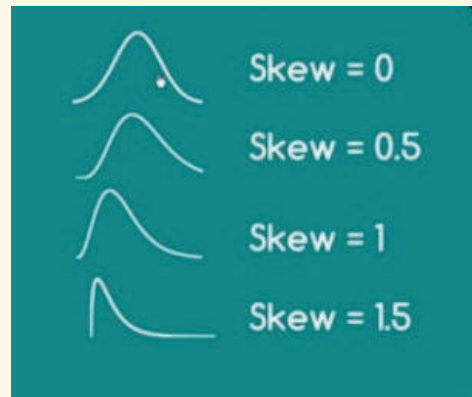
Calcolare l'indice di Fisher per la seguente distribuzione di frequenza:

Numero di stanze	Ospiti
1	115
2	1.563
3	4.879
4	8.055
5	5.321
	19.933

# Svolgimento

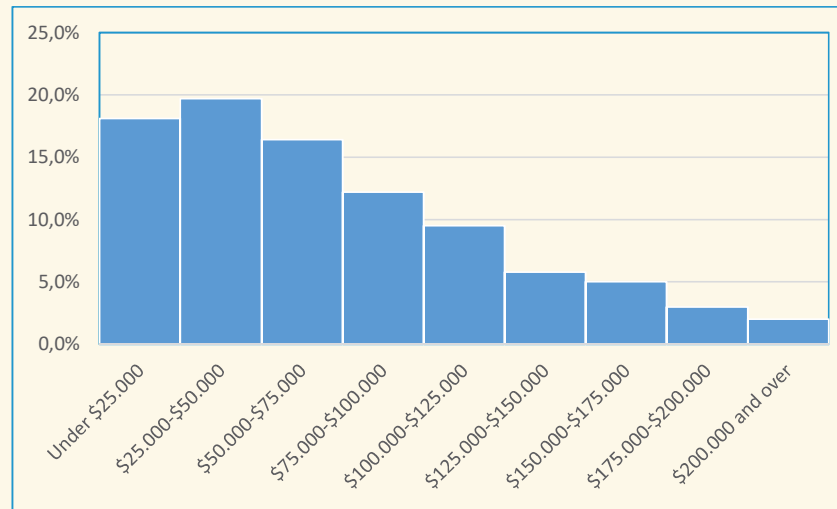
Numero di stanze	Ospiti	$x_i \cdot n_i$	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$	$(x_i - \mu)^2 \cdot n_i$	$(x_i - \mu)^3$	$(x_i - \mu)^3 \cdot n_i$
1	115	115	-2,85	8,12	934	-23	-2.662
2	1.563	3.126	-1,85	3,42	5.349	-6	-9.896
3	4.879	14.637	-0,85	0,72	3.525	-1	-2.996
4	8.055	32.220	0,15	0,02	181	0	27
5	5.321	26.605	1,15	1,32	7.037	2	8.093
	$\Sigma$ 19.933	$\Sigma$ 76.703			17.027	-28,57	-7.435,03
		$\mu=3,85$ (76.703/19.933)			$\sigma^2 = 0,85$ = $\frac{17027}{19.933}$ 3		$M3=-0,37=$ (- 7.435,03/19.933)
					$\sigma = 0,924 =$ $0,85^{(1/2)}$		$\beta = -0,47 (-0,37/(\sigma^3))$

# Asimmetria (skewness)



# Esempio asimmetria positiva

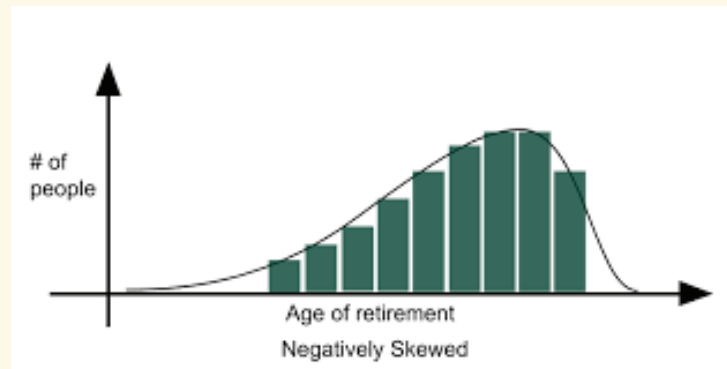
Average Income Distribution



## Esempio asimmetria negativa



# Esempio asimmetria negativa



# Esercizio

Partendo dalla seguente distribuzione 5, 6, 5, 4, 2, 6, 3, 4, 1, 5, 4, 5, 3, 5, 6, 4 calcolare gli indici di M3 e Fisher. Commentare i risultati ottenuti.



# Soluzione

$x_i$	$n_i$	$x_i * n_i$	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$	$(x_i - \mu)^2 * n_i$	$(x_i - \mu)^3$	$(x_i - \mu)^3 * n_i$
1	1	1	-3,25	10,56	10,56	-34,33	-34,33
2	1	2	-2,25	5,06	5,06	-11,39	-11,39
3	2	6	-1,25	1,56	3,13	-1,95	-3,91
4	4	16	-0,25	0,06	0,25	-0,02	-0,06
5	5	25	0,75	0,56	2,81	0,42	2,11
6	3	18	1,75	3,06	9,19	5,36	16,08
	$\Sigma 16$	$\Sigma 68$		20,875	$\sigma^2 = 1,9375$		$M3 = -1,97$ $(31,50/16)$
					$\sigma = 1,39$		$\beta = -0,73$ (- $1,97/1,39^3$ )

# Variabilità

E' l'attitudine di un fenomeno ad assumere diverse modalità.  
Essa è misurata mediante indici di variabilità che si distinguono in indici di **dispersione** e di **disuguaglianza**.

Gli **indici di dispersione** misurano la distanza delle osservazioni rispetto ad un valore medio, quindi misurano il maggiore o minore addensamento delle osservazioni rispetto ad un valore medio.

Gli **indici di disuguaglianza** misurano la diversità tra le varie osservazioni.

# Variabilità

Un'ulteriore distinzione degli indici di variabilità riguarda la variabilità assoluta e quella relativa.

Gli **indici assoluti di variabilità** sono la varianza, la deviazione standard, il campo di variazione.

Gli **indici relativi di variabilità** sono gli indici di variabilità assoluta rapportati, ad esempio, al proprio valor medio (es. il coefficiente di variazione) oppure al proprio massimo.

Il rapporto di concentrazione dei Gini, ne è un caso particolare.

Prescindono dall'unità di misura del carattere, pertanto consentono il confronto della variabilità di caratteri espressi in unità di misura diversa.

# Disuguaglianza del reddito

Il reddito è un indicatore fondamentale del grado di sviluppo di un Paese.

Per valutare il benessere complessivo occorre tuttavia conoscerne non solo il livello medio pro capite, ma anche la ripartizione nella popolazione.

La disuguaglianza economica si riferisce alla disparità nella distribuzione del reddito tra i membri di una società ed è fortemente connessa con il concetto di uguaglianza di opportunità alla partecipazione economica, politica e sociale.

# La redistribuzione attraverso i trasferimenti pubblici

Il sistema di tasse e benefici ha, come obiettivo fondamentale, la redistribuzione del reddito per conseguire una maggiore equità.

I trasferimenti pubblici costituiscono i principali strumenti per trasferire risorse dalle persone attive dal punto di vista lavorativo a quelle inattive, perché anziane, disoccupate, inabili o minori.

Le pensioni previdenziali sono la principale misura redistributiva del sistema e operano soprattutto migliorando la posizione relativa delle famiglie di ex-lavoratori, che generalmente hanno redditi di mercato bassi o nulli.

Un ruolo relativamente modesto nel nostro Paese è, invece, ricoperto dagli altri trasferimenti monetari di sostegno al reddito, quali gli assegni al nucleo familiare e i sussidi di disoccupazione.

# Misure Covid

A partire dal secondo trimestre 2020 la pandemia da Covid-19 ha determinato il blocco temporaneo di alcune attività economiche, con conseguenti effetti sui redditi dei lavoratori coinvolti.

Per fronteggiare tale situazione sono state utilizzate sia le misure di sostegno del reddito già in essere, quali la cassa integrazione guadagni e il reddito di cittadinanza, sia nuovi trasferimenti monetari straordinari come il Reddito di emergenza e il bonus per i lavoratori autonomi.

# Reddito disponibile

Il reddito disponibile è il risultato dell'interazione tra due processi: quello di formazione dei redditi da lavoro e da capitale, che avviene sul mercato, e quello di redistribuzione di risorse da parte dell'intervento pubblico attraverso imposte e trasferimenti.

La diseguaglianza nella distribuzione che si osserva a valle di tali processi può essere, pertanto, letta come composizione tra la diseguaglianza dei redditi di mercato e l'intensità dell'intervento redistributivo.

# Reddito disponibile

Erogando trasferimenti monetari, come le pensioni e gli assegni familiari, l'intervento pubblico può aumentare il reddito delle famiglie mentre i contributi sociali e le imposte concorrono alla sua riduzione.

Il **reddito primario**, guadagnato sul mercato prima dell'intervento pubblico, è caratterizzato da un grado di disuguaglianza, che dipende dalle differenti dotazioni di risorse, individuali e familiari (lavoro, capitale reale e finanziario), dai diversi rendimenti delle stesse (salari, profitti e interessi) e dalle diseguali opportunità di occupazione e di impiego dei capitali.

Il reddito primario guadagnato sul mercato e i trasferimenti pubblici costituiscono il reddito lordo da cui, sottraendo contributi sociali obbligatori e imposte, si ottiene il **reddito disponibile** delle famiglie.



# Disuguaglianza del reddito in Italia

TAVOLA 1. DISEGUAGLIANZA PRIMA E DOPO L'INTERVENTO PUBBLICO, PER RIPARTIZIONE GEOGRAFICA. Anno 2020

	Diseguaglianza			Indice di Gini
	Nord	Centro	Mezzogiorno	ITALIA
REDDITO PRIMARIO (A)	40,7	42,1	46,5	44,3
Effetto dei trasferimenti (B)	-9,5	-10,5	-12,6	-10,5
REDDITO LORDO (A+B)	31,2	31,6	33,9	33,8
Effetto del prelievo (D)	-2,9	-3,7	-4,3	-3,6
REDDITO DISPONIBILE (A+B-D)	28,3	28,0	29,6	30,2
Effetto dei trasferimenti e del prelievo	-12,4	-14,2	-16,9	-14,1

Fonte: FaMiMod, modello di microsimulazione delle famiglie (Istat)

Nel 2020 l'intervento pubblico, realizzato attraverso l'imposizione fiscale e contributiva e i trasferimenti monetari, ha determinato una riduzione della diseguaglianza di 14,1 punti percentuali dell'indice di Gini: da un valore di 44,3 punti misurato sul reddito primario a uno di 30,2 in termini di reddito disponibile (nelle tavole, i valori sono moltiplicati per 100).

L'indice è calcolato sugli individui, ordinati in base al reddito della famiglia di appartenenza.

# Disuguaglianza a livello regionale

La disuguaglianza dei redditi primari è significativamente più alta nel Mezzogiorno (46,5) rispetto al Centro (42,1) e al Nord (40,7).

La geografia della disuguaglianza riflette la diversa diffusione sul territorio di famiglie monoreddito caratterizzate da una bassa partecipazione dei giovani e delle donne al mercato del lavoro.

L'effetto redistributivo è relativamente più importante nel Mezzogiorno, dove i trasferimenti e il prelievo determinano una riduzione della disuguaglianza da 46,5 a 29,6 punti. La disuguaglianza del reddito disponibile rimane comunque significativamente diversa tra le aree geografiche, anche dopo l'intervento pubblico

# Indice di concentrazione di Gini

eurostat

Gini coefficient of equivalised disposable income - EU-SILC survey

Last update: 11-04-2022

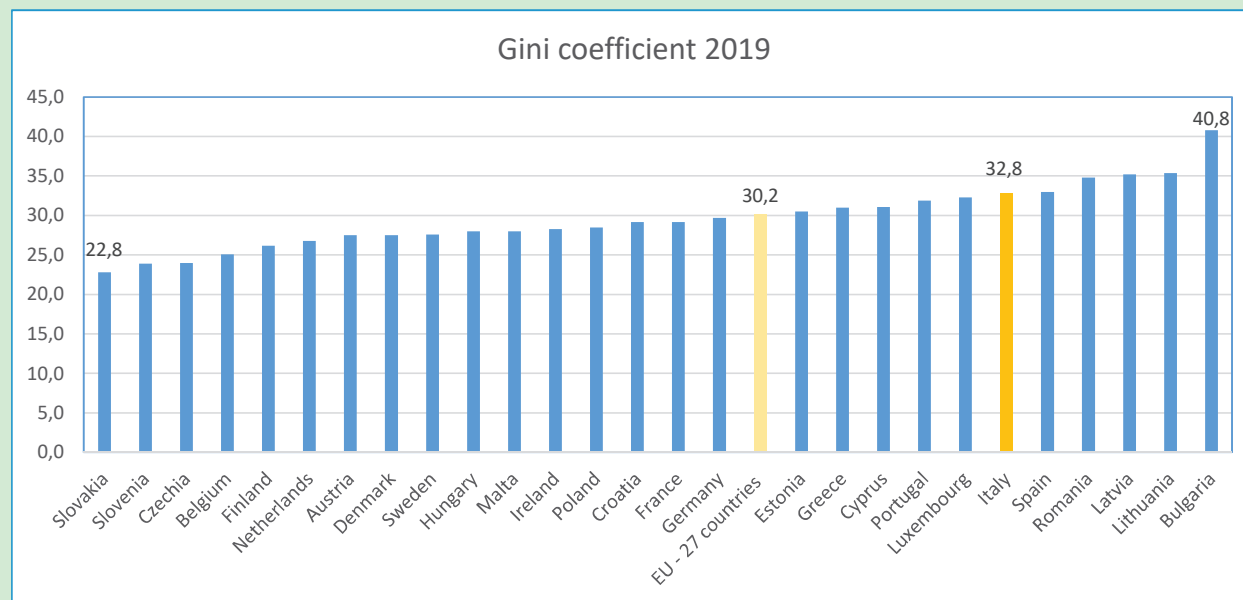
Table Customization [xftau](#)

TIME GEO

GEO	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
European Union (EU6-1958, E	30.8	30.5	30.5	31.0 <sup>(R)</sup>	31.0 <sup>(R)</sup>	30.8 <sup>(R)</sup>	30.6 <sup>(R)</sup>	30.8 <sup>(R)</sup>	30.6 <sup>(R)</sup>	30.6 <sup>(R)</sup>
European Union - 27 countries	30.5	30.4	30.6	30.9 <sup>(R)</sup>	30.9 <sup>(R)</sup>	30.6 <sup>(R)</sup>	30.9 <sup>(R)</sup>	30.4 <sup>(R)</sup>	30.2 <sup>(R)</sup>	30.8 <sup>(R)</sup>
European Union - 28 countries	30.8	30.5	30.5	31.0	31.0	30.8	30.6	30.8	30.6 <sup>(R)</sup>	30.6 <sup>(R)</sup>
European Union - 27 countries	30.8	30.5	30.5	31.0	31.0	30.8	30.6	30.8	30.6 <sup>(R)</sup>	30.6 <sup>(R)</sup>
European Union - 23 countries	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
European Union - 15 countries	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
New Member States - 10 countries	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Euro area (EA11-1999, EA12-	30.6	30.4	30.6	30.9 <sup>(R)</sup>	30.7 <sup>(R)</sup>	30.7 <sup>(R)</sup>	30.4 <sup>(R)</sup>	30.6 <sup>(R)</sup>	30.2	31.3 <sup>(R)</sup>
Euro area - 19 countries (from	30.6	30.5	30.7	31.0	30.7	30.7	30.4	30.6	30.2	31.3 <sup>(R)</sup>
Euro area - 18 countries (201	30.6	30.4	30.7	30.9	30.7	30.7	30.3	30.6	30.2	31.3 <sup>(R)</sup>
Belgium	26.3	26.5	25.9	25.9	26.2	26.3	26.1	25.7	25.1 <sup>(R)</sup>	25.4
Bulgaria	35.0	33.6	35.4	35.4	37.0	37.7 <sup>(R)</sup>	40.2	39.6	40.8	40.0
Czechia	23.2	24.9	24.6	23.1	23.0	23.1	24.3	24.0	24.0	24.2
Denmark	26.6 <sup>(R)</sup>	26.5	26.8	27.7	27.4	27.7	27.6	27.8	27.5	27.3 <sup>(R)</sup>
Germany (until 1990 former t	29.0	28.3	29.7	30.7	30.1	29.5	29.1	31.1	29.7	34.4 <sup>(R)</sup>
Estonia	31.9	32.5	32.9	35.6 <sup>(R)</sup>	34.8	32.7	31.6	30.6	30.5	30.5
Ireland	29.8	30.4	30.7	31.0	29.7	29.6	30.6	28.9	28.3	28.3 <sup>(R)</sup>
Greece	33.5	34.3	34.4	34.5	34.2	34.3	33.4	32.3	31.0	31.4
Spain	34.0	34.2	33.7	34.7	34.6	34.5	34.1	33.2	33.0	32.1
France	30.8	30.5	30.1	29.2	29.2	29.3	28.8	28.5	29.2	29.3 <sup>(R)</sup>
Croatia	31.2	30.9	30.9	30.2	30.4	29.8	29.9	29.7	29.2	28.3
Italy	32.5	32.4	32.8	32.4	32.4	33.1	32.7	33.4	32.8	32.5
Cyprus	29.2	31.0	32.4	34.8	33.6	32.1	30.8	29.1	31.1	29.3
Latvia	35.1	35.7	35.2	35.5	35.4	34.5	34.5	35.6	35.2	34.5
Lithuania	33.0	32.0	34.6	35.0	37.9	37.0	37.6	36.9	35.4	35.1
Luxembourg	27.2	28.0	30.4	28.7	28.5	29.6 <sup>(R)</sup>	29.2	31.3	32.3	31.2 <sup>(R)</sup>
Hungary	26.9	27.2	28.3	28.6	28.2	28.2	28.1	28.7	28.0	28.0
Malta	27.2	27.1	28.0	27.7	28.1	28.6	28.2	28.7	28.0	30.3
Netherlands	25.8	25.4	25.1	26.2	26.7	26.9 <sup>(R)</sup>	27.1	27.4	26.8	28.2
Austria	27.4	27.6	27.0	27.6	27.2	27.2	27.9	26.8	27.5	27.0
Poland	31.1	30.9	30.7	30.8	30.6	29.8	29.2	27.8	28.5	27.2
Portugal	34.2	34.5	34.2	34.5	34.0	33.9	33.5	32.1	31.9	31.2
Romania	33.5	34.0	34.6	35.0	37.4	34.7	33.1	35.1	34.8	33.8
Slovenia	23.8	23.7	24.4	25.0	24.5	24.4	23.7	23.4	23.9	23.5
Slovakia	25.7	25.3	24.2	26.1	23.7	24.3	23.2	20.9	22.8	20.9
Finland	25.8	25.9	25.4	25.6	25.2	25.4	25.3	25.9	26.2	26.5
Sweden	26.0	26.0	26.0	26.9	26.7	27.6	28.0	27.0	27.6	26.9
Iceland	23.6	24.0	24.0	22.7	24.7	24.1	25.2	23.2	-	-
Norway	22.9	22.5	22.7	23.5	23.9	25.0	26.1	24.8	25.4	25.3
Switzerland	29.7	28.8	28.5	29.5 <sup>(R)</sup>	29.6	29.4	30.1	29.7	30.6	31.2
United Kingdom	33.0	31.3 <sup>(R)</sup>	30.2	31.6	32.4	31.5	33.1 <sup>(R)</sup>	33.5	-	-

Fonte dei dati: Eurostat

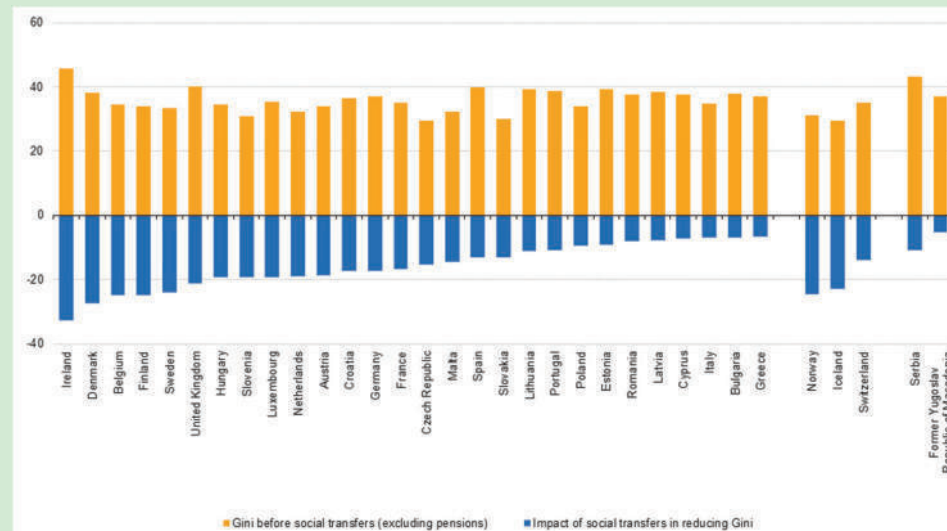
# Indice di concentrazione di Gini



Fonte dei dati: Eurostat

# Coefficiente di Gini

Gini coefficient before social transfers (excluding pensions), 2014 (scale from 0 to 100)



\* Countries are ranked by the impact of social benefits (pens included) computed as the difference between the Gini after social transfers and pensions and the Gini before social transfers and pensions in percentage points of the Gini before social transfers.

Fonte dei dati : Eurostat ([ilc\\_di12](#)) and ([ilc\\_di12c](#))

# Commento ai dati

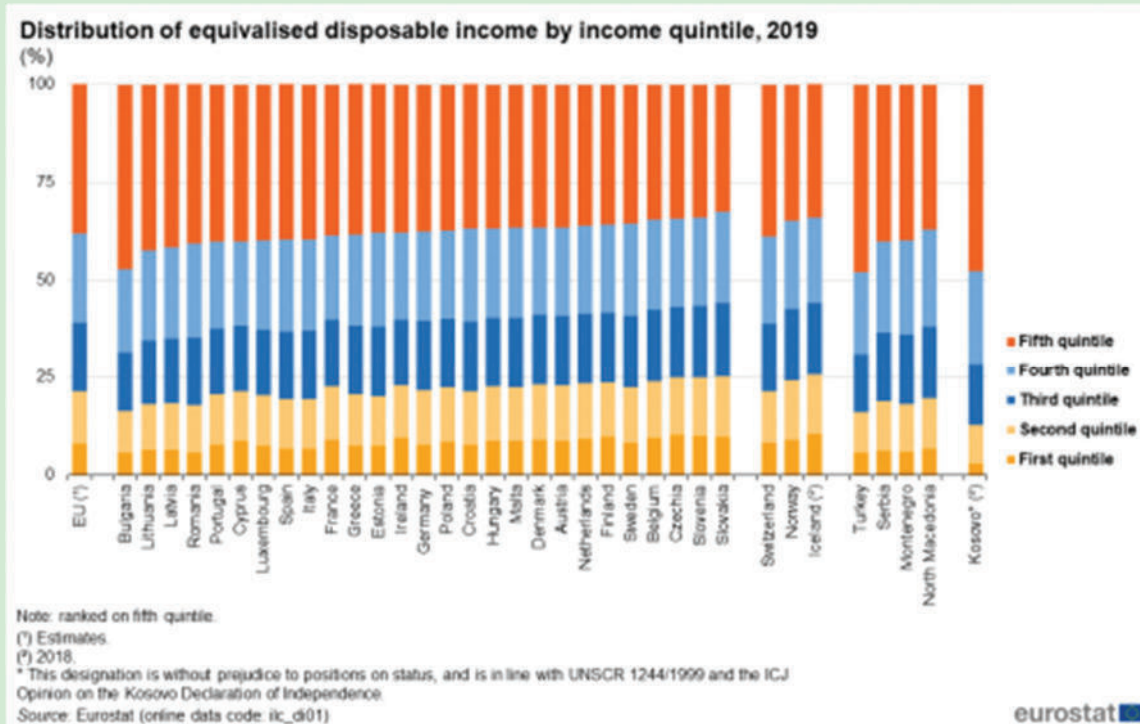
L'indice di Gini calcolato dall'Istat non sono confrontabili con quelli pubblicati dall'Eurostat, che sono calcolati al netto degli affitti imputati per l'indisponibilità dei dati relativi ad alcuni paesi.

Solamente cinque paesi dell'Unione Europea fanno peggio dell'Italia: Bulgaria (40,8), Lettonia (35,2), Lituania (35,4), Romania (34,8) e Spagna (33).

L'Italia è il secondo Paese con la più alta disuguaglianza nell'Europa Occidentale, dopo la Spagna.

La disuguaglianza sarebbe stata maggiore in tutti i Paesi senza l'intervento pubblico, con l'impatto maggiore in Belgio, Danimarca e Irlanda, mentre i valori più bassi si riscontrano in Italia, Bulgaria e Grecia.

# Distribuzione del reddito disponibile per quintili



In media in EU nel 2019 le persone con il reddito nel quintile più alto detenevano il 38,2% del reddito totale, mentre le persone nel quintile più basso meno dell'8%.