

□ Trasposto dei fluidi: Principi fisici

OPERAZIONI UNITARIE CON APPLICAZIONI

Prof. Maria Martuscelli



II anno - CdS di Viticoltura ed Enologia
Facoltà di Bioscienze

PER STUDIO DEL MOTO DEI FLUIDI ALIMENTARI IN TUBAZIONI bisogna considerare:

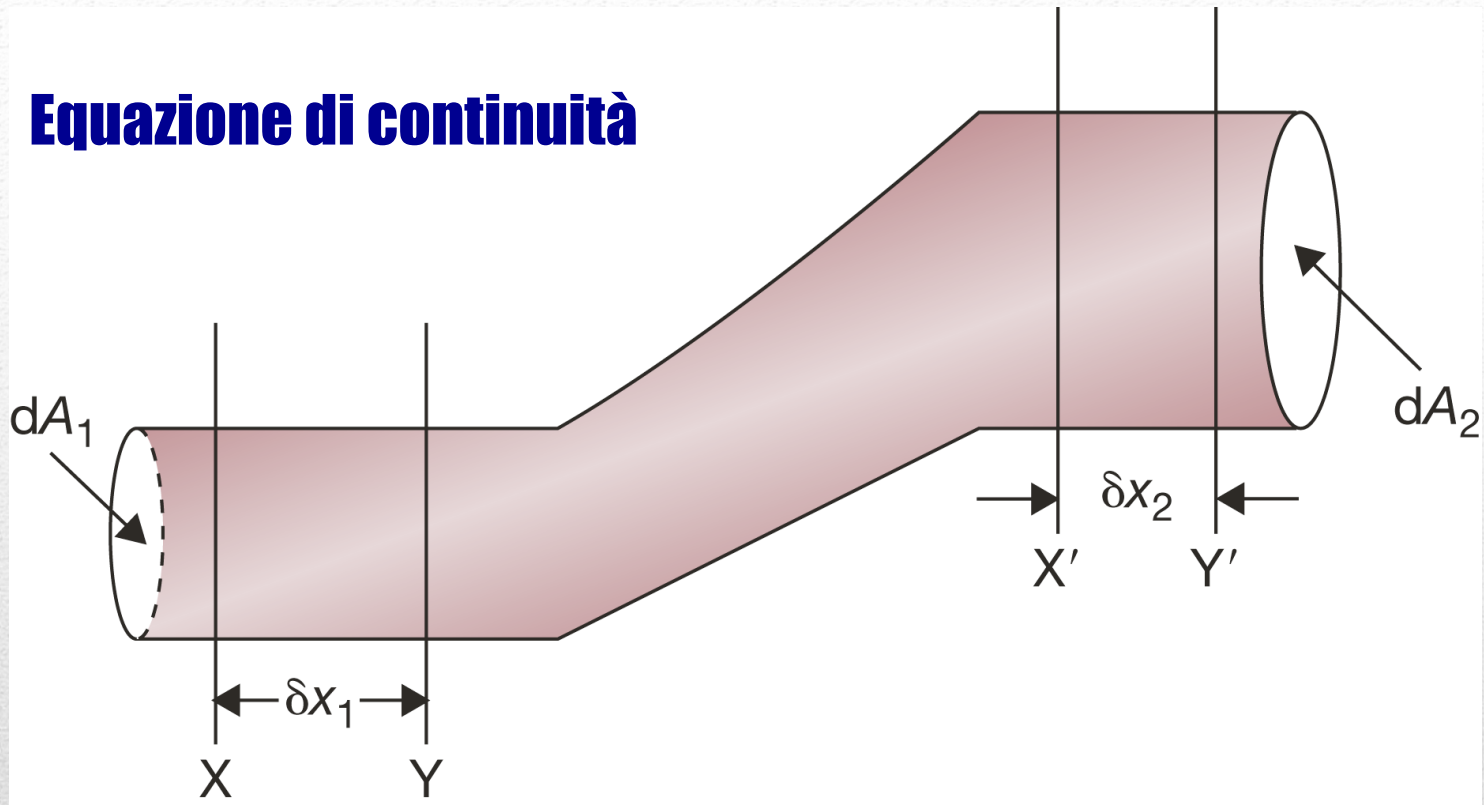
- Reologia
- Legge di conservazione di energia meccanica (generalizzata per fluidi reali)
- Legge di conservazione della massa

OBIETTIVI?

Il trasporto dei fluidi si basa su principi fisici di

- **equazione di continuità** (bilancio di massa)
- **equazione di Bernoulli** (bilancio di energia)

Equazione di continuità



$$\rho_1 A_1 v_{m1} = \rho_2 A_2 v_{m2}$$

Equazione di continuità

si può esprimere in termini di *portata di massa* o *portata di volume*

$$\rho A v_m = \dot{m} \quad \textit{portata di massa} \quad \left(\frac{m_1}{\Delta t} = \frac{m_2}{\Delta t} \right)$$

$$A v_m = \dot{V} \quad \textit{portata di volume}$$

Esercizio:

Della birra (densità, $\rho = 1100 \text{ Kg/m}^3$) scorre in una condotta con portata di Volume $1,8 \text{ L/ s}$. Il diametro interno della condotta è di 3 cm .

1. Calcolare la velocità media della birra e la sua portata in massa (Kg/ s).
 2. Dimezzando il diametro della condotta, quale sarà la nuova velocità, a parità di portata in volume?
-

EQUAZIONE DI BERNOULLI = bilancio di forze su un elemento fluido (■) che scorre in una condotta

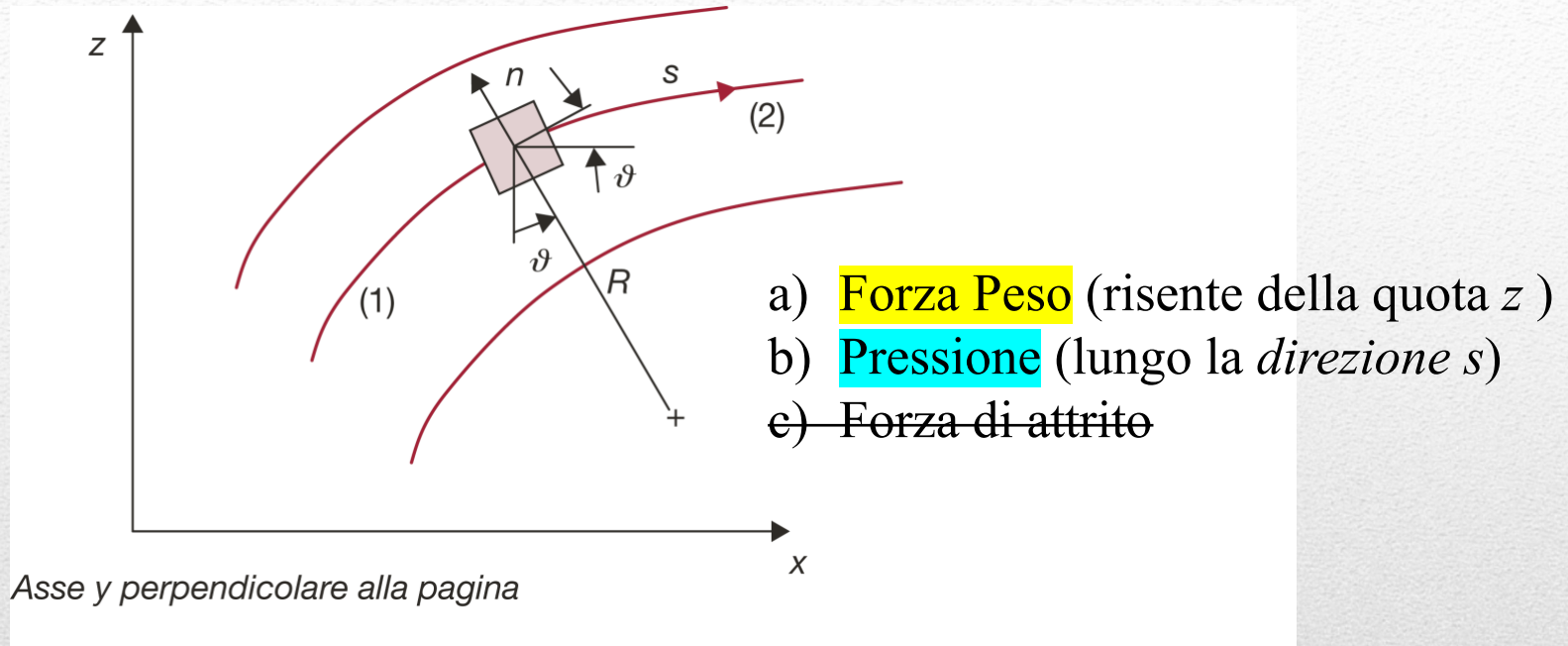


Figura 2.17 Bilancio delle forze su un piccolo volume di fluido.

Presupposti per applicare l'equazione di Bernoulli:

- Fluido incomprimibile (densità costante)
 - Flusso in condizioni stazionarie
 - Si considerano due punti sulla stessa linea di flusso
 - Fluido aviscoso (viscosità nulla)
 - Nessun lavoro esterno fatto su fluido o compiuto dal fluido
 - Nessun trasporto di calore
-

EQUAZIONE DI BERNOULLI per i fluidi IDEALI

Un fluido perfetto (aviscoso) e incomprimibile (liquido) in **moto** sarà **privo di attriti**.

Il trasporto del fluido dentro una tubazione deve soddisfare la conservazione dell'energia meccanica

$$E_{\text{potenziale}} + E_{\text{cinetica}} + E_{\text{pressione}} = \text{cost}$$

L'energia meccanica, per un fluido perfetto in moto stazionario, è definita in tre forme:

- Energia potenziale o di quota ($E_q = m \cdot g \cdot h$)
 - energia cinetica ($E_c = \frac{1}{2} m v^2$) N.B. : $v = v_m$ (moto a pistone per fluido ideale)
 - energia di pressione ($E_{\text{pres}} = V \cdot P$)
-



Scrivi equazione di Bernoulli

- in termini di pressione (Energia su Volume)



EQUAZIONE DI BERNOULLI per i fluidi IDEALI

- espressa in termini di carico

Un'altra forma frequentemente usata
in termini di "carico". Se dividiamo l'Equazione (2.66) per il peso specifico
fluidi, ρg , si ottiene

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z = \text{costante} = h_{\text{totale}}$$

Carico di pressione Carico di velocità Carico di quota

EQUAZIONE DI BERNOULLI in termini di Energia per massa unitaria

(bilancio di energia, **per i fluidi IDEALI**)

Per un fluido ideale (assenza di attrito, aviscoso)
dal **bilancio di energia meccanica**, si ottiene **l'eq. Di Bernoulli**:

$$\frac{P_a}{\rho_a} + g \cdot z_a + \frac{v_a^2}{2} = \frac{P_b}{\rho_b} + g \cdot z_b + \frac{v_b^2}{2}$$

valida per un *fluido IDEALE* che passa da due generiche sezioni *a* e *b*

EQUAZIONE DI BERNOULLI *per i fluidi reali*

Per essere applicata ai fluidi reali, l'eq. Di Bernoulli **deve tener conto di:**

- **Differenti velocità nei diversi punti della sezione** di passaggio → il termine dell'energia cinetica deve essere moltiplicato per un fattore di correzione α ($1 < \alpha \leq 2$) che è funzione del Numero di Reynolds

* α

- **Perdite di energia (h_f , oppure espressa come E_f) dovute alle forze di attrito**

→ bisogna aggiungere nell'equazione di Bernoulli per fluidi reali, espressa in termini di energia, nell'espressione relativa alla sezione b, il termine $+ h_f$ (*perdita di carico*)

(energia meccanica che si trasforma in calore)

+ h_f

EQUAZIONE DI BERNOULLI GENERALIZZATA

(espressa in termini di Energia)

eq. di Bernoulli per fluidi ideali espressa in termini di energia,

↓ *ricava*

l'eq. Di Bernoulli generalizzata per fluidi reali

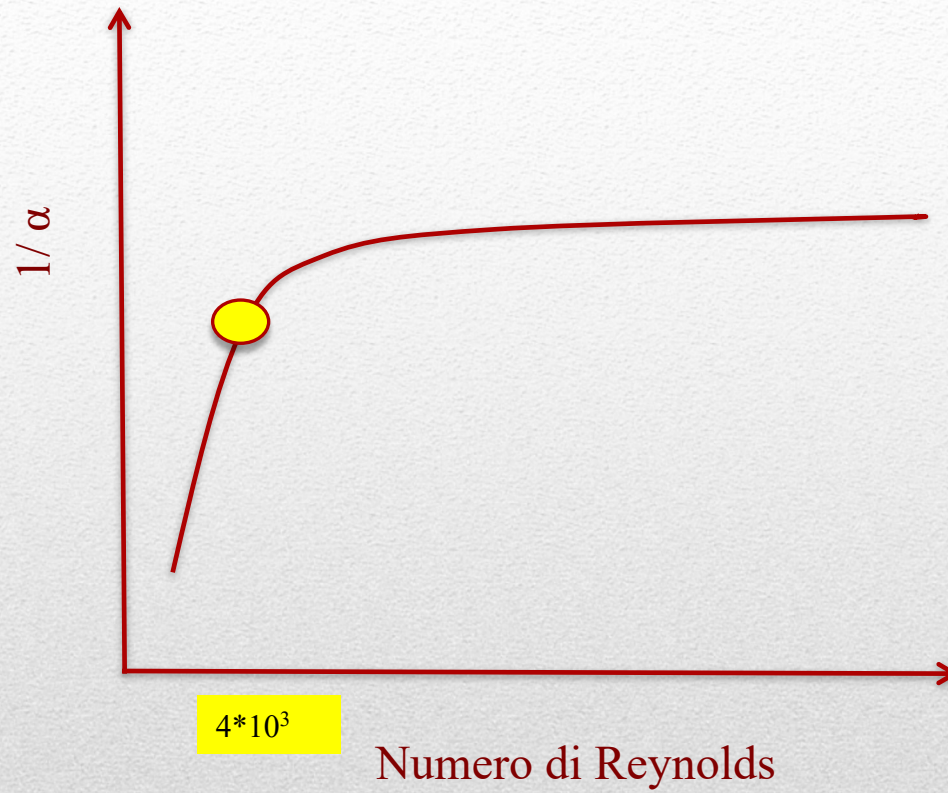
EQUAZIONE DI BERNOULLI GENERALIZZATA (espressa in termini di Energia)

...a, energia meccanica all'unità di massa del fluido, si scrive:

$$\frac{P_a}{\rho_a} + g \cdot z_a + \frac{\alpha_a \cdot \bar{v}_a^2}{2} + \varepsilon W_p = \frac{P_b}{\rho_b} + g \cdot z_b + \frac{\alpha_b \cdot \bar{v}_b^2}{2} + h_f$$

Questa equazione prende il nome di *equazione di Bernoulli generalizzata*.
...do inserire nella equazione assun...

$\varepsilon W_p =$ ^P *energia erogata dalle pompe*
(vedi pag 83)



vedi grafico Fig. 5.4 a pag 66 di Pompei.

Fattore di correzione α (dell'Energia cinetica)

66

CAPITOLO 5

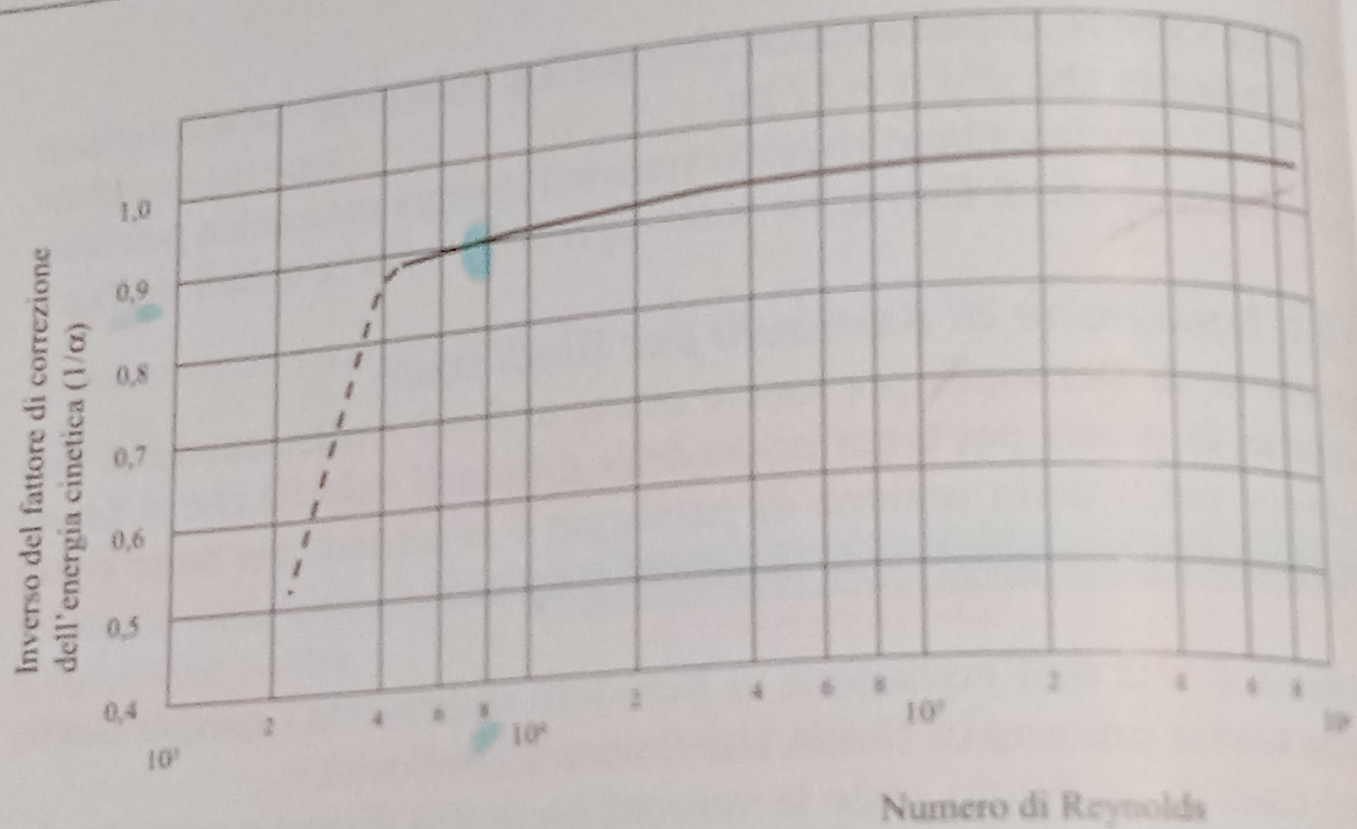


Figura 5.4

Grafico che fornisce il valore dell'inverso del fattore di conversione dell'energia cinetica in funzione del numero di Reynolds.

EQUAZIONE DI BERNOULLI per i fluidi reali

Perdita di energia per attrito (ovvero, Perdita di carico, espressa come E_f o h_f)

$$E_f = E_{f \text{ continue}} + E_{f \text{ localizzate}}$$

- Cambia il carico di Pressione (diminuisce mentre il fluido scorre)
- Si perde Energia (parte dell'Energia meccanica, per effetto degli attriti, è dissipata in calore → aumenta la temperatura del fluido)

Ricorda:

es., per riduzione della pressione dell'acqua di 1 atm → aumento di 0,024°C

per calcolare h_f

$$f = \frac{16}{Re} \quad \text{per laminare}$$

$$f = 0,0792 Re^{-0,25} \quad \text{Turbolento}$$

(eq. di Blasius)

continuo

$$h_f = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{2 f \cdot v^2 \cdot L}{D}$$

localitate

→ VEDI DIETRO

$$h_f = \frac{\Delta P}{\rho} = K \left(\frac{\bar{v}^2}{2} \right)$$

\bar{v} = velocità media
x sezione minore
x tubo principale

K = coefficiente

Perdita di carico continua

Per fluido newtoniano con flusso laminare continuo

che sostituita nella equazione (1) :

$$h_f = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{32 \cdot \eta \cdot \bar{v} \cdot L}{\rho \cdot D^2}$$

nota come equazione di *Hagen - Poiseuille*.

Per quanto detto precedentemente h_f ha le dimensioni di J/kg, i

$$\frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{m}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^3}{\text{m} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg}} = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Perdita di carico continua

Velocità medie

Tab. 2.1 – Valori consigliati per le velocità di fluidi entro tubazioni

Fluidi	Velocità medie consigliate (m/s)
Newtoniani poco viscosi	1 ÷ 3
Newtoniani mediamente viscosi	0,5 ÷ 1
Newtoniani molto viscosi o non newtoniani	0,1 ÷ 0,5
Gas e vapori	10 ÷ 30

Perdita di carico continua

Per fluido newtoniano con flusso turbolento continuo

aumenta quadraticamente al diminuire del diametro del tubo.
Nel caso di un fluido newtoniano che scorre con moto turbolento in una tubazione liscia:

$$\tau_p = (v^2/2) \rho \cdot f$$

per cui sostituendo nella equazione (1):

$$hf = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{v^2 \cdot 4L \cdot \rho \cdot f}{2 \cdot D \cdot \rho} = \frac{2f \cdot v^2 \cdot L}{D}$$

conosciuta come equazione di *Fanning*. f è un numero adimensionale chiamato *fattore di attrito*. Il valore di questo fattore può essere desunto dal grafico di figura 5.7.

Perdita di carico localizzate

$$E_{f \text{ localizzate}} = E_{f \text{ restringimento}} + E_{f \text{ allargamento}} + E_{f \text{ accessori}}$$

localizzate

→ VEDI DIETRO

$$h_f = \frac{\Delta P}{\rho} = K \cdot \left(\frac{\bar{v}^2}{2} \right)$$

\bar{v} = velocità media x sezione minore x tubo principale

K = coefficiente

A red arrow points from the term $E_{f \text{ accessori}}$ in the equation above to the circled coefficient K in the handwritten formula.

□ perdite di carico localizzate, calcolo di k:

- Variazione improvvisa per aumento di diametro della sezione → $k = (1 - (S_1/S_2))^2$
 - Variazione improvvisa per contrazione della sezione → $k = 0,4 * (1 - (S_2/S_1))$
 - Impedimenti (dovuti a valvole, filtri, curve, ecc...) → k tabulato
-

$$P_{RC} = \left(\sum k \right) \cdot \frac{1}{2} \alpha \cdot \rho \cdot v_m^2$$

I valori dei coefficienti k per i fluidi newtoniani in moto turbolento o laminare nei vari casi di elementi di singolarità sono presentati nella tab. 2.3.

Avevamo sottolineato sia nel § 2.1.2.2.1 che nei successivi 2.1.5 e 2.1.6.1 come per i fluidi non newtoniani la possibilità di un moto turbolento sia assai remota,

Tab. 2.3 – Coefficienti k di perdita di carico concentrata.

Singularità	Caratteristica	k	Schema
Gomito	Standard 45°	0,35	
	Ampio 45°	0,20	
	Standard 90°	0,75	
	Ampio 90°	0,45	
	Stretto 90°	1,30	
	Inversione 180°	1,50	
Ti	Confluenza	1,50	
	Diramazione	1,20	
Imbocco e sbocco	Imbocco	0,50	
	Sbocco	1,00	
Valvola a saracinesca	Aperta	0,17	
	3/4 Aperta	0,90	
	1/2 Aperta	4,50	
	1/4 Aperta	24,00	
Valvola a tappo	Aperta	9,00	
	3/4 Aperta	13,00	
	1/2 Aperta	36,00	
	1/4 Aperta	112,00	
Valvola a sfera	Aperta	0,05	
	10° Chiusa	0,30	
	20° Chiusa	1,56	
	40° Chiusa	17,30	
	60° Chiusa	206,00	
Valvola a farfalla	Aperta	0,24	
	10° Chiusa	0,52	
	20° Chiusa	1,54	
	40° Chiusa	10,80	
	60° Chiusa	118,00	

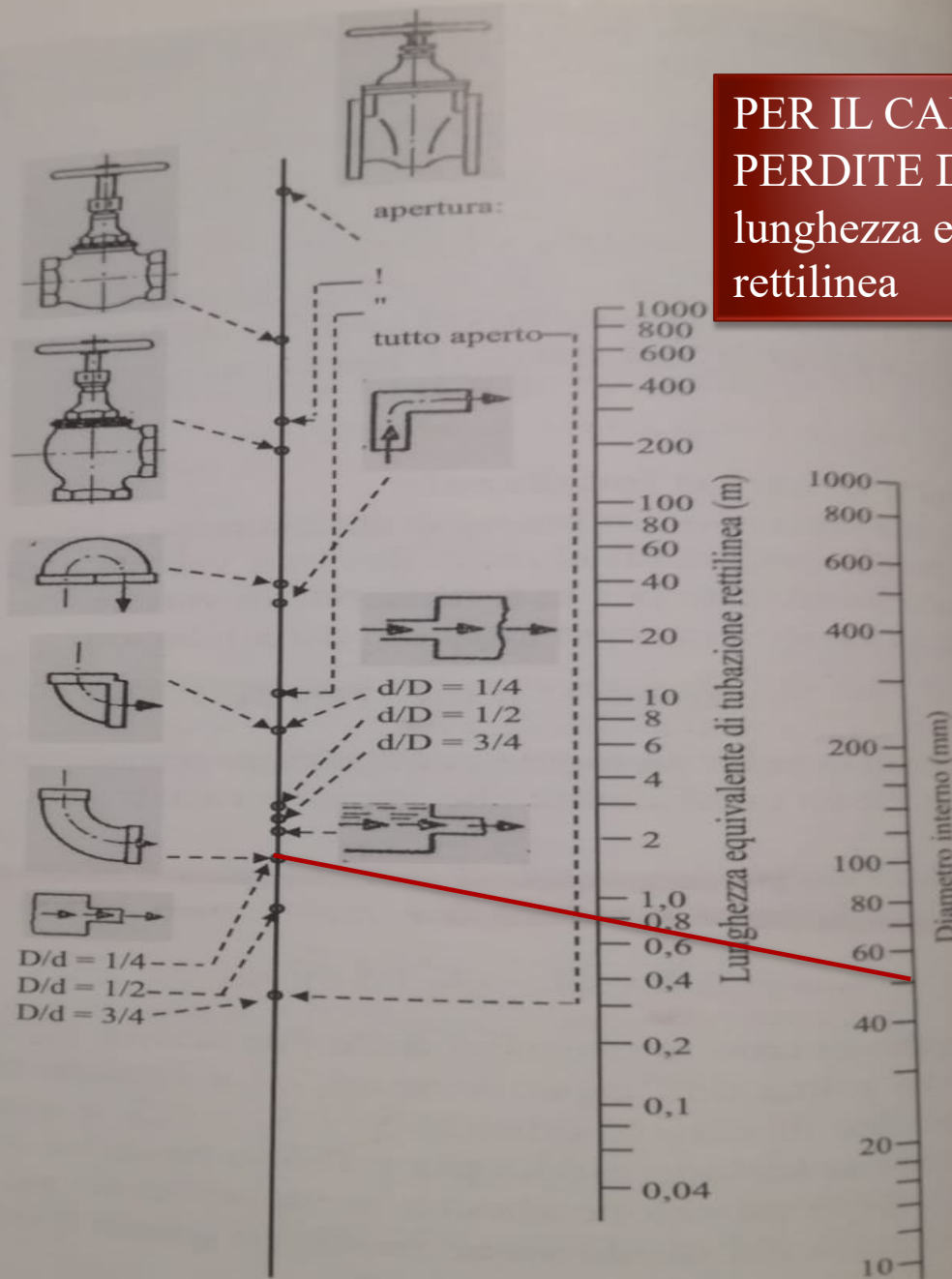
EQUAZIONE DI BERNOULLI per i fluidi reali

- **Le perdite di carico localizzate** vengono espresse in termini di lunghezza equivalente di tubazione (L_{eq})

$$Hf_{localizzate} = 32 \mu (v_m)^2 (L + L_{eq}) / (\rho D^2) \quad \text{laminare}$$

$$Hf_{localizzate} = 2 f (v_m)^2 (L + L_{eq}) / D \quad \text{turbolento}$$

PER IL CALCOLO APPROSSIMATIVO delle
PERDITE DI CARICO espresso in termini di
lunghezza equivalente di una tubazione
rettilinea



NORMOGRAMMA

Problema

Una tubazione in acciaio inossidabile per il trasferimento di un liquido alimentare, posta sul piano orizzontale, è lunga 200 m e ha un diametro interno di 50 mm. Nella tubazione, che porta il liquido in un serbatoio di stoccaggio, sono inserite 5 curve larghe a 90° e una valvola a sfera aperta per metà. Sapendo che la portata del fluido è di $0,58 \text{ m}^3/\text{h}$, la viscosità del fluido $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, la densità del fluido $1100 \text{ kg}/\text{m}^3$, calcolare la perdita di carico totale per attrito.

Soluzione

I dati del problema vanno convertiti in unità coerenti: $50 \text{ mm} = 0,050 \text{ m}$; $0,58 \text{ m}^3/\text{h} = 1,611 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.

Calcolo della sezione del tubo: $0,025^2 \cdot \pi = 0,001963 \text{ m}^2$

Calcolo della velocità del liquido: $1,611 \cdot 10^{-4} / 0,001963 = 0,082 \text{ m/s}$

$\text{Re} = (1100 \cdot 0,082 \cdot 0,05) / 0,0015 = 3007$ (che si può, con una certa approssimazione, considerare turbolento).

Calcolo di f con l'equazione di Blasius: $f = 0,0792 \cdot 3007^{-0,25} = 0,0107$

I 200 m di tubo devono essere aumentati delle lunghezze equivalenti relative alle 5 curve e alla valvola a sfera. Da figura 5.8: una valvola a sfera aperta a metà e inserita su una tubazione dal diametro di 50 mm equivale a 10 m di tubazione; una curva larga a 90° di una tubazione del diametro di 50 mm equivale a 1 m di tubazione; poiché le curve sono 5 la lunghezza equivalente risulta pari a 5 m. La lunghezza equivalente del tubo deve pertanto essere considerata pari a 215 m

esercizio : pag 73 del testo Pompei

correzione in aula

EQUAZIONE DI BERNOULLI per i fluidi reali

Risolvi applicando l'EQUAZIONE DI BERNOULLI GENERALIZZATA per il **calcolo dell'energia fornita da una pompa**



$$\frac{P_a}{\rho_a} + g z_a + \frac{\alpha \bar{V}_a^2}{2} + \varepsilon W_P = \frac{P_b}{\rho_b} + g z_b + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2} + h_f$$