

# □ Trasposto dei fluidi: Principi fisici

## OPERAZIONI UNITARIE CON APPLICAZIONI

Prof. Maria Martuscelli



II anno - CdS di Viticoltura ed Enologia  
Facoltà di Bioscienze

PER STUDIO DEL MOTO DEI FLUIDI ALIMENTARI IN TUBAZIONI bisogna considerare:

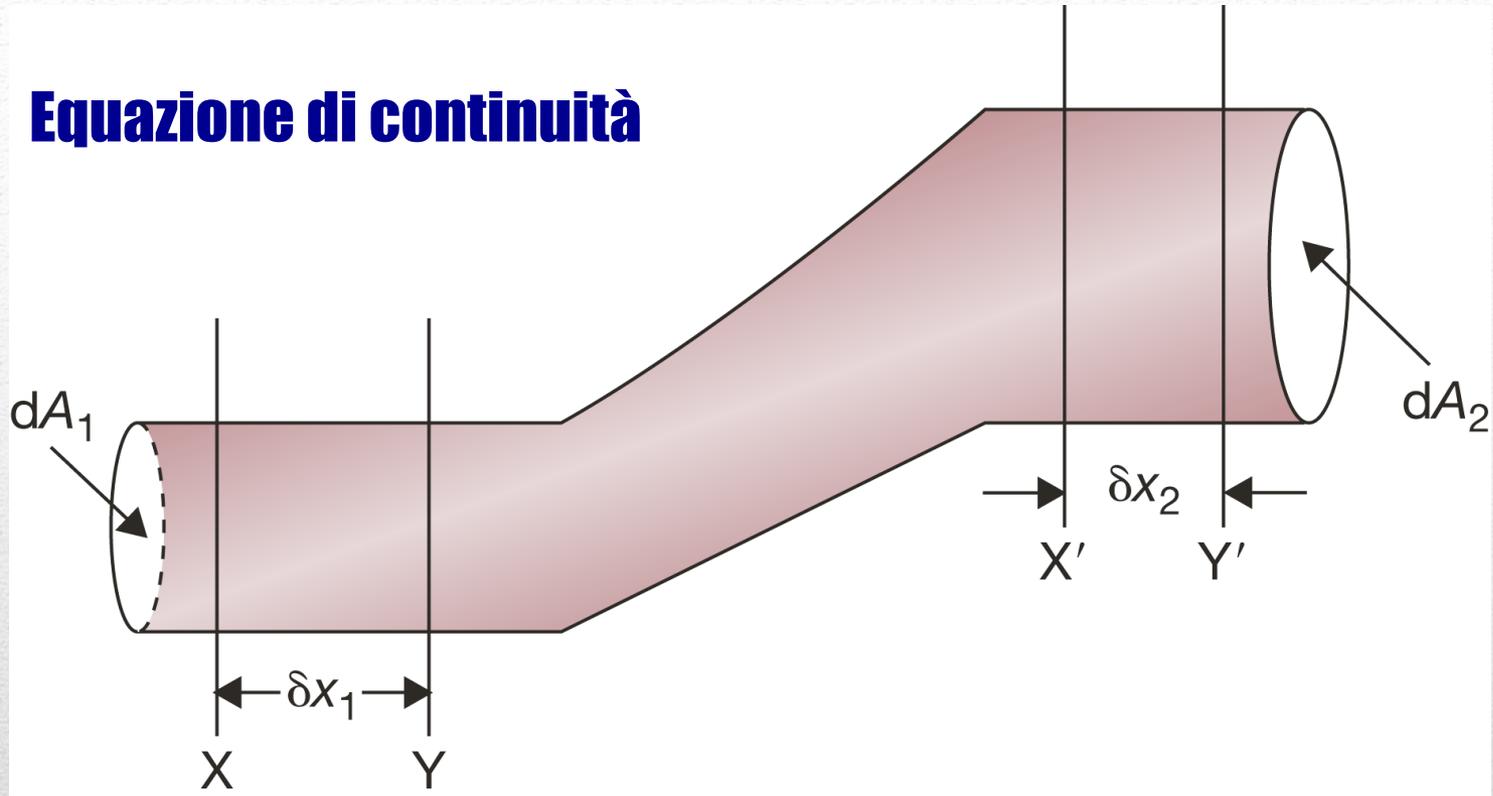
- Reologia
- Legge di conservazione di energia meccanica (generalizzata per fluidi reali)
- Legge di conservazione della massa

**OBIETTIVI?**

---

- Il trasporto dei fluidi si basa su principi fisici di
- **equazione di continuità** (bilancio di massa)
  - **equazione di Bernoulli** (bilancio di energia)

## Equazione di continuità



$$\rho_1 A_1 v_{m1} = \rho_2 A_2 v_{m2}$$

## Equazione di continuità

si può esprimere in termini di *portata di massa* o *portata di volume*

$$\rho A v_m = \dot{m} \quad \textit{portata di massa} \quad \left( \frac{m_1}{\Delta t} = \frac{m_2}{\Delta t} \right)$$

$$A v_m = \dot{V} \quad \textit{portata di volume}$$

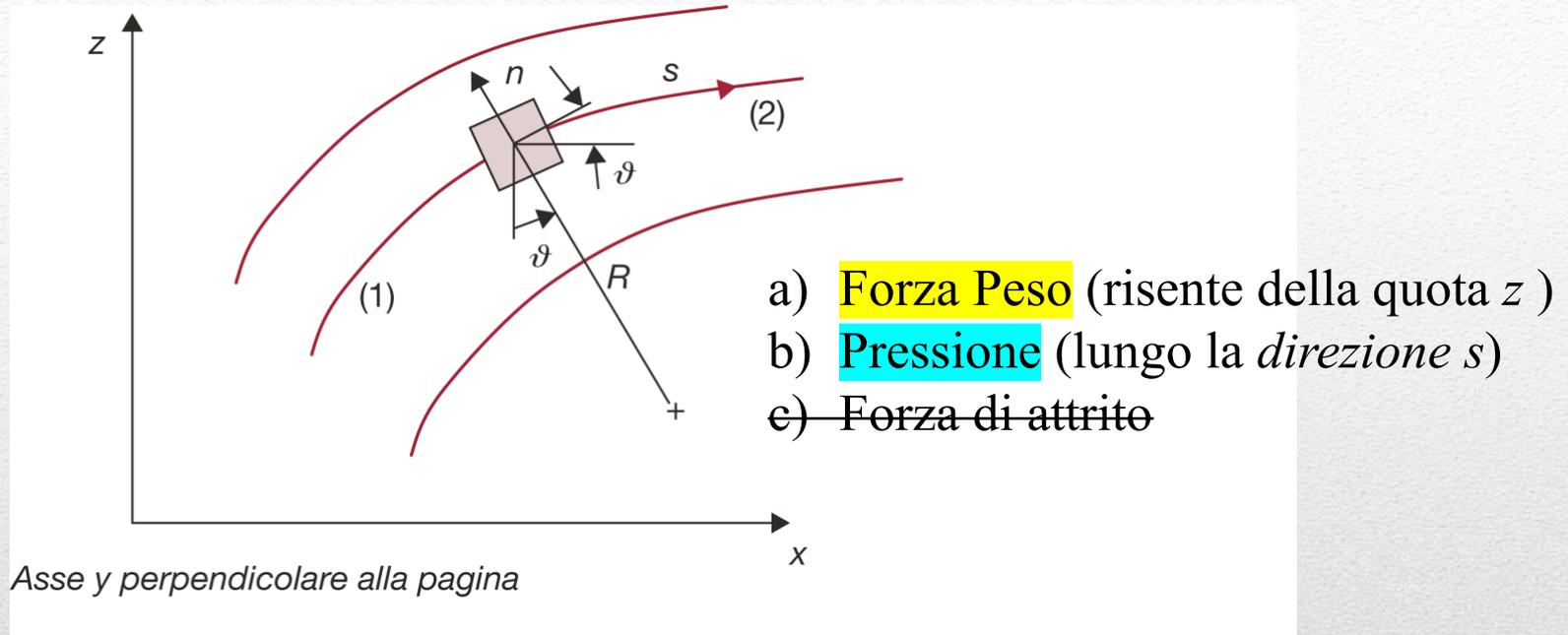
---

## ***Esercizio:***

Della birra (densità,  $\rho = 1100 \text{ Kg/m}^3$ ) scorre in una condotta con portata di Volume  $1,8 \text{ L/ s}$ . Il diametro interno della condotta è di  $3 \text{ cm}$ .

1. Calcolare la velocità media della birra e la sua portata in massa ( $\text{Kg/ s}$ ).
  2. Dimezzando il diametro della condotta, quale sarà la nuova velocità, a parità di portata in volume?
-

**EQUAZIONE DI BERNOULLI = bilancio di forze su un elemento fluido (■) che scorre in una condotta**



**Figura 2.17** Bilancio delle forze su un piccolo volume di fluido.

## **Presupposti per applicare l'equazione di Bernoulli:**

- Fluido incomprimibile (densità costante)
  - Flusso in condizioni stazionarie
  - Si considerano due punti sulla stessa linea di flusso
  - Fluido aviscoso (viscosità nulla)
  - Nessun lavoro esterno fatto su fluido o compiuto dal fluido
  - Nessun trasporto di calore
-

## EQUAZIONE DI BERNOULLI per i fluidi IDEALI

Un fluido perfetto (aviscoso) e incomprimibile (liquido) in **moto** sarà **privo di attriti**.

Il trasporto del fluido dentro una tubazione deve soddisfare la conservazione dell'energia meccanica

$$E_{\text{potenziale}} + E_{\text{cinetica}} + E_{\text{pressione}} = \text{cost}$$

L'energia meccanica, per un fluido perfetto in moto stazionario, è definita in tre forme:

- Energia potenziale o di quota ( $E_q = m \cdot g \cdot h$ )
  - energia cinetica ( $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ )      N.B. :  $v = v_m$  (moto a pistone per fluido ideale)
  - energia di pressione ( $E_{\text{pres}} = V \cdot P$ )
-



Scrivi equazione di Bernoulli

- in termini di pressione (Energia su Volume)



## EQUAZIONE DI BERNOULLI per i fluidi IDEALI

- espressa in termini di carico

Un'altra forma frequentemente usata  
in termini di "carico". Se dividiamo l'Equazione (2.66) per il peso specifico  
fluidi,  $\rho g$ , si ottiene

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z = \text{costante} = h_{\text{totale}}$$

Carico di pressione    Carico di velocità    Carico di quota

## EQUAZIONE DI BERNOULLI in termini di Energia per massa unitaria

(bilancio di energia, **per i fluidi IDEALI**)

Per un fluido ideale (assenza di attrito, aviscoso)  
dal **bilancio di energia meccanica**, si ottiene **l'eq. Di Bernoulli**:

$$\frac{P_a}{\rho_a} + g \cdot z_a + \frac{v_a^2}{2} = \frac{P_b}{\rho_b} + g \cdot z_b + \frac{v_b^2}{2}$$

valida per un *fluido IDEALE* che passa da due generiche sezioni *a* e *b*

---

## EQUAZIONE DI BERNOULLI *per i fluidi reali*

Per essere applicata ai fluidi reali, l'eq. Di Bernoulli **deve tener conto di:**

- **Differenti velocità nei diversi punti della sezione** di passaggio → il termine dell'energia cinetica deve essere moltiplicato per un fattore di correzione  $\alpha$  ( $1 < \alpha \leq 2$ ) che è funzione del Numero di Reynolds

\*  $\alpha$

- **Perdite di energia ( $h_f$ , oppure espressa come  $E_f$ ) dovute alle forze di attrito**

→ bisogna aggiungere nell'equazione di Bernoulli per fluidi reali, espressa in termini di energia, nell'espressione relativa alla sezione b, il termine  $+ h_f$  (*perdita di carico*)

---

(energia meccanica che si trasforma in calore)

+  $h_f$

---

## EQUAZIONE DI BERNOULLI GENERALIZZATA

(espressa in termini di Energia)

eq. di Bernoulli per fluidi ideali espressa in termini di energia,

↓ *ricava*

l'eq. Di Bernoulli generalizzata per fluidi reali

---

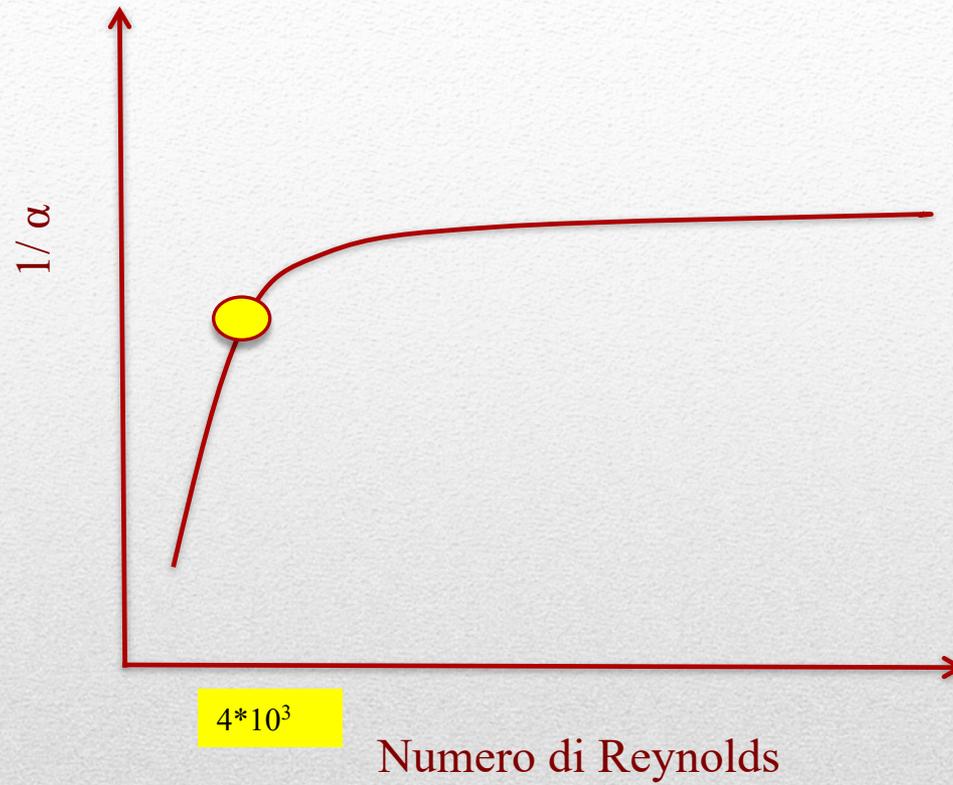
## EQUAZIONE DI BERNOULLI GENERALIZZATA (espressa in termini di Energia)

...a, energia meccanica all'unità di massa del fluido, si scrive:

$$\frac{P_a}{\rho_a} + g \cdot z_a + \frac{\alpha_a \cdot \bar{v}_a^2}{2} + \varepsilon W_p = \frac{P_b}{\rho_b} + g \cdot z_b + \frac{\alpha_b \cdot \bar{v}_b^2}{2} + h_f$$

Questa equazione prende il nome di *equazione di Bernoulli generalizzata*.  
...do inserire nella equazione assun...

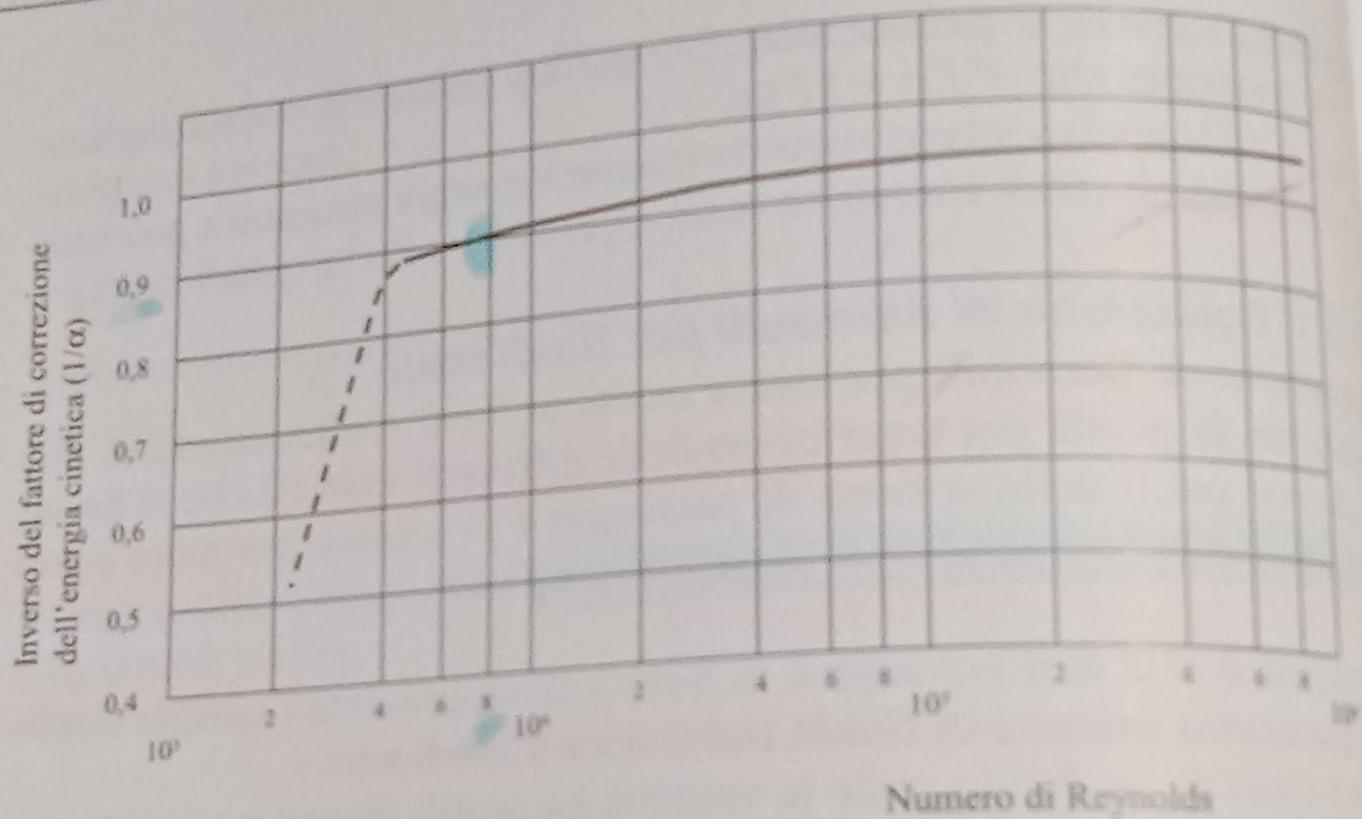
$\varepsilon W_p =$  <sup>P</sup> *energia erogata dalle pompe*  
(vedi pag 83)



vedi grafico Fig. 5.4 a pag 66 di Pompei.

---

# Fattore di correzione $\alpha$ (dell'Energia cinetica)



**Figura 5.4**  
Grafico che fornisce il valore dell'inverso del fattore di conversione dell'energia cinetica in funzione del numero di Reynolds.

## EQUAZIONE DI BERNOULLI per i fluidi reali

**Perdita di energia per attrito (ovvero, Perdita di carico, espressa come  $E_f$  o  $h_f$ )**

$$E_f = E_{f \text{ continue}} + E_{f \text{ localizzate}}$$

- Cambia il carico di Pressione (diminuisce mentre il fluido scorre)
- Si perde Energia (parte dell'Energia meccanica, per effetto degli attriti, è dissipata in calore → aumenta la temperatura del fluido)

**Ricorda:**

es., per riduzione della pressione dell'acqua di 1 atm → aumento di 0,024°C

---

per calcolare  $h_f$

$$f = \frac{16}{Re} \quad \text{per laminare}$$

$$f = 0,0792 Re^{-0,25} \quad \text{Turbolento} \\ \text{(eq. di Blasius)}$$

continuo

$$h_f = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{2 f \cdot v^2 \cdot L}{D}$$

localitate

→ VEDI DIETRO

$$h_f = \frac{\Delta P}{\rho} = K \left( \frac{\bar{v}^2}{2} \right)$$

$\bar{v}$  = velocità media  
x sezione minore  
x tubo principale

$K$  = coefficiente

# Perdita di carico continua

Per fluido newtoniano con flusso laminare continuo

che sostituita nella equazione (1) :

$$h_f = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{32 \cdot \eta \cdot \bar{v} \cdot L}{\rho \cdot D^2}$$

nota come equazione di *Hagen - Poiseuille*.

Per quanto detto precedentemente  $h_f$  ha le dimensioni di J/kg, i

$$\frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{m}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^3}{\text{m} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg}} = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

# Perdita di carico continua

Velocità medie

Tab. 2.1 – Valori consigliati per le velocità di fluidi entro tubazioni

Fluidi	Velocità medie consigliate (m/s)
Newtoniani poco viscosi	1 ÷ 3
Newtoniani mediamente viscosi	0,5 ÷ 1
Newtoniani molto viscosi o non newtoniani	0,1 ÷ 0,5
Gas e vapori	10 ÷ 30

# Perdita di carico continua

## Per fluido newtoniano con flusso turbolento continuo

aumenta quadraticamente al diminuire del diametro del tubo.  
Nel caso di un fluido newtoniano che scorre con moto turbolento in una tubazione liscia:

$$\tau_p = (v^2/2) \rho \cdot f$$

per cui sostituendo nella equazione (1):

$$hf = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{v^2 \cdot 4L \cdot \rho \cdot f}{2 \cdot D \cdot \rho} = \frac{2f \cdot v^2 \cdot L}{D}$$

conosciuta come equazione di *Fanning*.  $f$  è un numero adimensionale chiamato *fattore di attrito*. Il valore di questo fattore può essere desunto dal grafico di figura 5.7.

## Perdita di carico localizzate

$$E_{f \text{ localizzate}} = E_{f \text{ restringimento}} + E_{f \text{ allargamento}} + E_{f \text{ accessori}}$$

localizzate

→ VEDI DIETRO

$$h_f = \frac{\Delta P}{\rho} = K \cdot \left( \frac{\bar{v}^2}{2} \right)$$

$\bar{v}$  = velocità media x sezione minore x tubo principale

$K$  = coefficiente

A red arrow points from the term  $E_{f \text{ accessori}}$  in the equation above to the circled coefficient  $K$  in the handwritten formula.

## □ perdite di carico localizzate, calcolo di k:

- Variazione improvvisa per aumento di diametro della sezione →  $k = (1 - (S_1/S_2))^2$
  - Variazione improvvisa per contrazione della sezione →  $k = 0,4 * (1 - (S_2/S_1))$
  - Impedimenti (dovuti a valvole, filtri, curve, ecc...) →  $k$  tabulato
-

$$P_{RC} = \left( \sum k \right) \cdot \frac{1}{2} \alpha \cdot \rho \cdot v_m^2$$

I valori dei coefficienti  $k$  per i fluidi newtoniani in moto turbolento o laminare nei vari casi di elementi di singolarità sono presentati nella tab. 2.3.

Avevamo sottolineato sia nel § 2.1.2.2.1 che nei successivi 2.1.5 e 2.1.6.1 come per i fluidi non newtoniani la possibilità di un moto turbolento sia assai remota,

Tab. 2.3 – Coefficienti  $k$  di perdita di carico concentrata.

Singularità	Caratteristica	$k$	Schema
Gomito	Standard 45°	0,35	
	Ampio 45°	0,20	
	Standard 90°	0,75	
	Ampio 90°	0,45	
	Stretto 90°	1,30	
	Inversione 180°	1,50	
Ti	Confluenza	1,50	
	Diramazione	1,20	
Imbocco e sbocco	Imbocco	0,50	
	Sbocco	1,00	
Valvola a saracinesca	Aperta	0,17	
	3/4 Aperta	0,90	
	1/2 Aperta	4,50	
	1/4 Aperta	24,00	
Valvola a tappo	Aperta	9,00	
	3/4 Aperta	13,00	
	1/2 Aperta	36,00	
	1/4 Aperta	112,00	
Valvola a sfera	Aperta	0,05	
	10° Chiusa	0,30	
	20° Chiusa	1,56	
	40° Chiusa	17,30	
	60° Chiusa	206,00	
Valvola a farfalla	Aperta	0,24	
	10° Chiusa	0,52	
	20° Chiusa	1,54	
	40° Chiusa	10,80	
	60° Chiusa	118,00	

## EQUAZIONE DI BERNOULLI per i fluidi reali

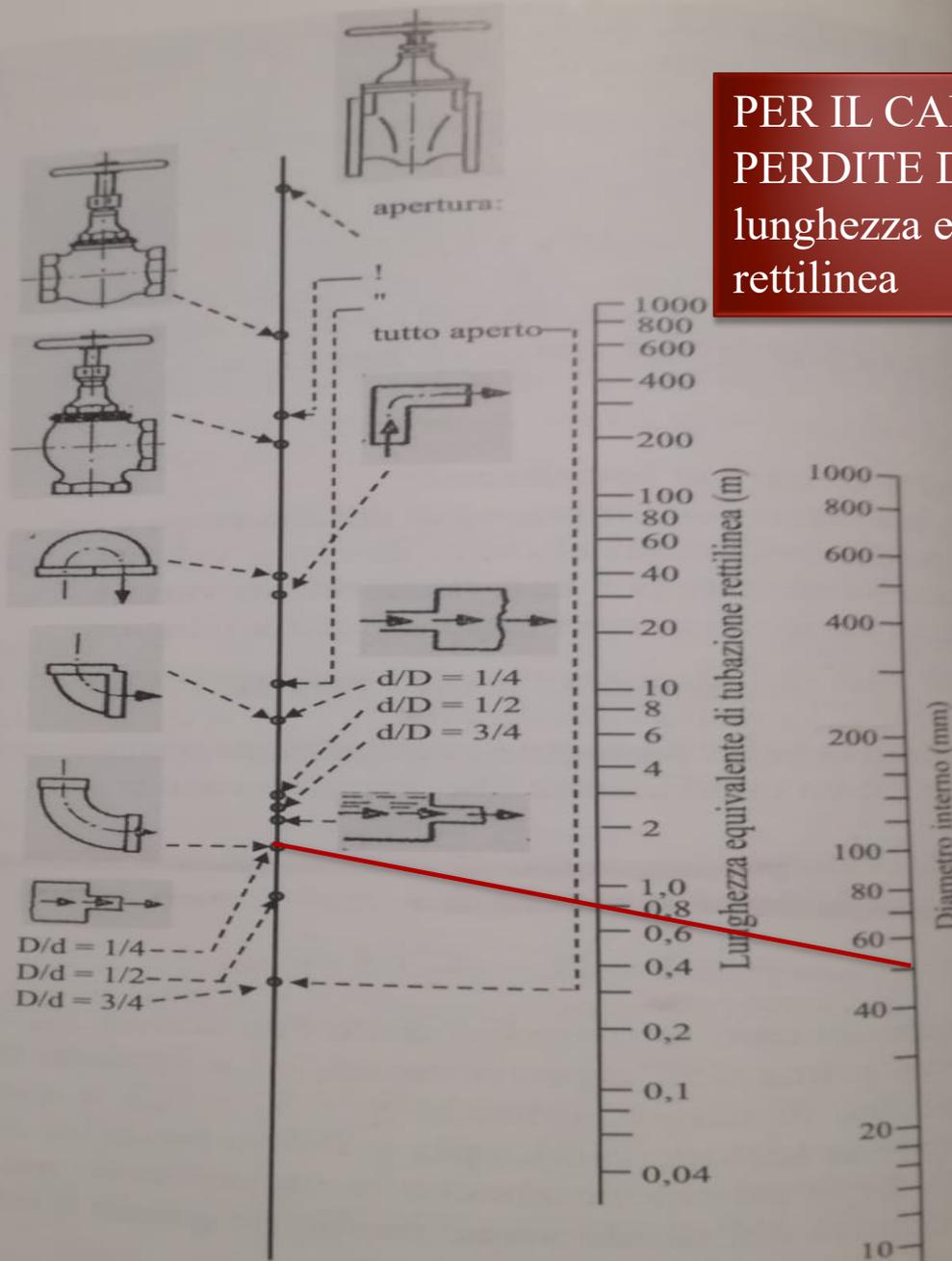
- **Le perdite di carico localizzate** vengono espresse in termini di lunghezza equivalente di tubazione ( $L_{eq}$ )

$$Hf_{localizzate} = 32 \mu (v_m)^2 (L + L_{eq}) / (\rho D^2) \quad \text{laminare}$$

$$Hf_{localizzate} = 2 f (v_m)^2 (L + L_{eq}) / D \quad \text{turbolento}$$

---

PER IL CALCOLO APPROSSIMATIVO delle  
PERDITE DI CARICO espresso in termini di  
lunghezza equivalente di una tubazione  
rettilinea



NORMOGRAMMA

## Problema

Una tubazione in acciaio inossidabile per il trasferimento di un liquido alimentare, posta sul piano orizzontale, è lunga 200 m e ha un diametro interno di 50 mm. Nella tubazione, che porta il liquido in un serbatoio di stoccaggio, sono inserite 5 curve larghe a  $90^\circ$  e una valvola a sfera aperta per metà. Sapendo che la portata del fluido è di  $0,58 \text{ m}^3/\text{h}$ , la viscosità del fluido  $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , la densità del fluido  $1100 \text{ kg}/\text{m}^3$ , calcolare la perdita di carico totale per attrito.

## Soluzione

I dati del problema vanno convertiti in unità coerenti:  $50 \text{ mm} = 0,050 \text{ m}$ ;  $0,58 \text{ m}^3/\text{h} = 1,611 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

Calcolo della sezione del tubo:  $0,025^2 \cdot \pi = 0,001963 \text{ m}^2$

Calcolo della velocità del liquido:  $1,611 \cdot 10^{-4} / 0,001963 = 0,082 \text{ m/s}$

$\text{Re} = (1100 \cdot 0,082 \cdot 0,05) / 0,0015 = 3007$  (che si può, con una certa approssimazione, considerare turbolento).

Calcolo di  $f$  con l'equazione di Blasius:  $f = 0,0792 \cdot 3007^{-0,25} = 0,0107$

I 200 m di tubo devono essere aumentati delle lunghezze equivalenti relative alle 5 curve e alla valvola a sfera. Da figura 5.8: una valvola a sfera aperta a metà e inserita su una tubazione dal diametro di 50 mm equivale a 10 m di tubazione; una curva larga a  $90^\circ$  di una tubazione del diametro di 50 mm equivale a 1 m di tubazione; poiché le curve sono 5 la lunghezza equivalente risulta pari a 5 m. La lunghezza equivalente del tubo deve pertanto essere considerata pari a 215 m

**esercizio : pag 73 del testo Pompei**

**correzione in aula**

---

## EQUAZIONE DI BERNOULLI per i fluidi reali

Risolvi applicando l'EQUAZIONE DI BERNOULLI GENERALIZZATA per il **calcolo dell'energia fornita da una pompa**



$$\frac{P_a}{\rho_a} + g z_a + \frac{\alpha \bar{V}_a^2}{2} + \varepsilon W_P = \frac{P_b}{\rho_b} + g z_b + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2} + h_f$$