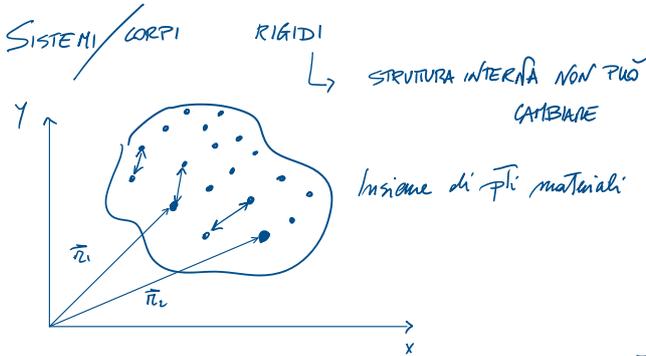
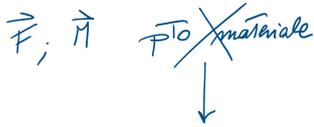


Lezione #6
 21/11/2024

Puntate precedenti:



La distanza tra le molecole che lo compongono non può variare

Il centro di massa:

$$\vec{r}_{CDM} = \frac{\sum_i^N m_i \vec{r}_i}{\sum_i^N m_i} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{(m_1 + m_2 + \dots + m_N)}$$

Se abbiamo n pti materiali la posizione \vec{r}_{CDM}

$$\underbrace{(m_1 + m_2 + \dots + m_N)}_{M_{TOT}} \vec{r}_{CDM} = m_1 \vec{r}_1 + \dots + m_N \vec{r}_N$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{r} \rightarrow \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \\ \vec{r} \rightarrow \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{v} \end{array} \right.$$

$$M_{TOT} \vec{v}_{CDM} = m_1 \vec{v}_1 + \dots + m_N \vec{v}_N$$

$$\vec{v} \rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

$$\vec{v} \rightarrow \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$$

$$M_{TOT} \vec{a}_{CDM} = \underbrace{m_1 \vec{a}_1}_{F_1} + \underbrace{m_2 \vec{a}_2}_{F_2} + \dots + \underbrace{m_N \vec{a}_N}_{F_N}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N =$$

$$\vec{F}^{RIS} = M_{TOT} \vec{a}_{CDM}$$

$$\vec{F}^{RIS} = M_{TOT} \vec{a}_{CDM}$$

(dal momento che il sistema è rigido $\vec{F}_{int}^{RIS} = \vec{0}$)

$$\vec{F}_{EST}^{RIS} = M_{TOT} \vec{a}_{CDM}$$

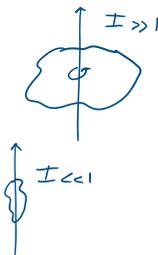
Il moto traslazionale di un sistema complesso a piacere, ma rigido, dipende solo ed esclusivamente dalle aa. del centro di masse e M_{TOT}

EQUILIBRIO DI UN CORPO RIGIDO

$$\begin{cases} \vec{F}_{EST}^{RIS} = M_{TOT} \vec{a}_{CDM} = \vec{0} & (\text{trasl.}) \\ \vec{M}^{RIS} = I \vec{\alpha} = \vec{0} & (\text{rotaz.}) \end{cases}$$

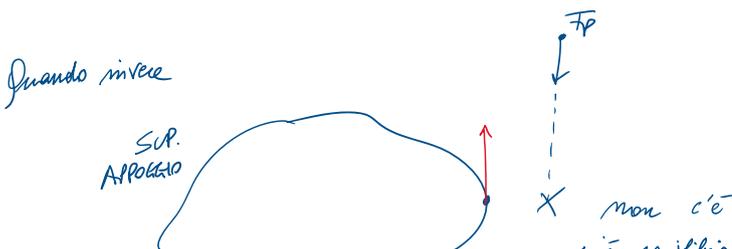
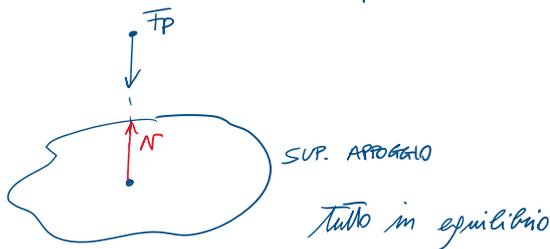
\downarrow accelera. angolare
 \downarrow momento d'inerzia

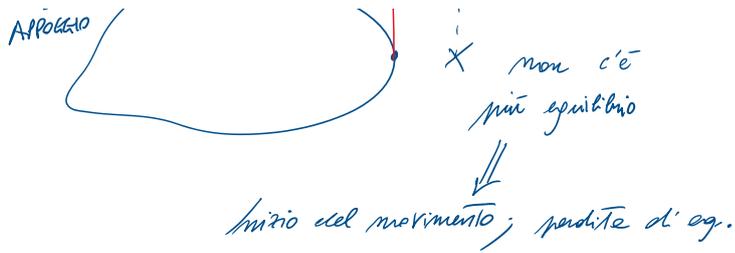
$M_{TOT} \leftrightarrow I$
 \uparrow dim. delle masse rispetto all'asse di rotaz.



BIOMECCANICA

Equilibrio \rightarrow traslazionale $\rightarrow \vec{F}^{RIS} = \vec{0}$

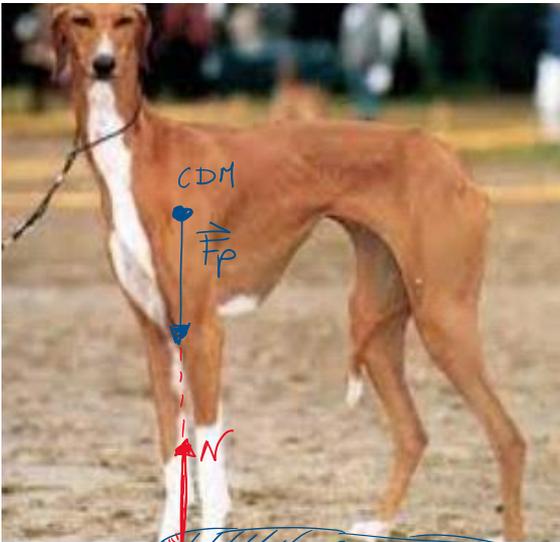




EP. BIOMECCANICO

Perdita di eq. \rightarrow F_p cade "fuori" la surf. d'appoggio
 \hookrightarrow inizio del movimento

"LEVIERO"



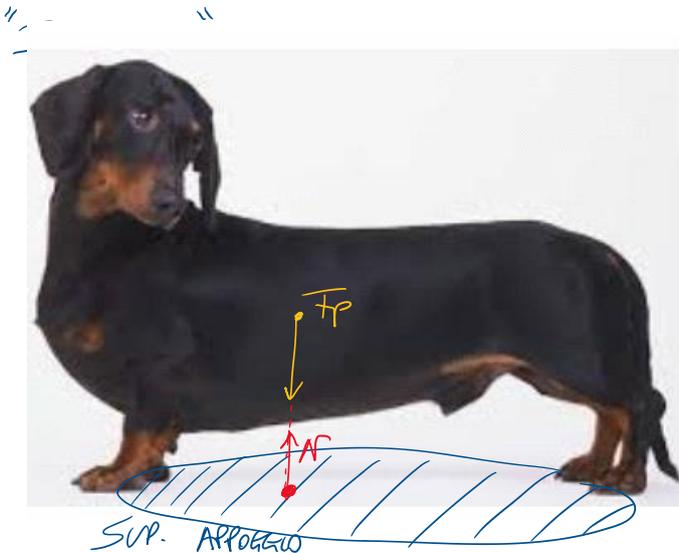
Il leviario si mette in moto in modo esn. efficiente dal momento che una piccola perturbazione mette la proiezz. \vec{F}_p fuori della surf. di appoggio

$$\vec{F}_p + \vec{N} \neq 0$$

\hookrightarrow NO EQ.
 \downarrow
 MOVIMENTO

SUP. APPOGGIO

Altro esempio:



In questo

$$\vec{F}_p + \vec{N} = \vec{0}$$

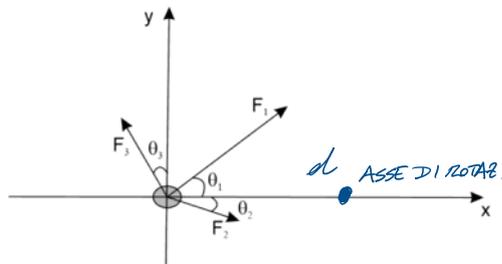
il cassetto è in eq. più a lungo

\downarrow
 MOLTO + STABILE
 " + LENTO

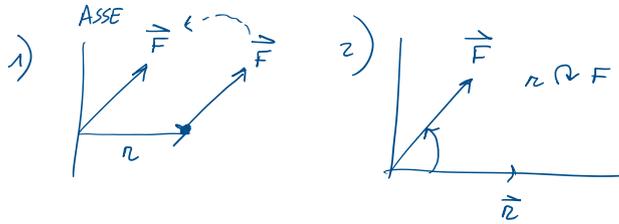
Riprendiamo l'esercizio precedente:

Un disco da hockey di massa $m=0.32$ kg scorre su una superficie orizzontale (priva di attrito) di una pista di ghiaccio. Esso è colpito simultaneamente da tre diverse mazze da hockey come mostrato in figura. La forza F_1 ha modulo 8.5 N, F_2 ha modulo 3.1 N e F_3 ha modulo 5.3 N. Gli angoli che le forze formano con l'asse x sono rispettivamente $\theta_1=45^\circ$, $\theta_2=31^\circ$ e $\theta_3=32^\circ$. Calcolare:

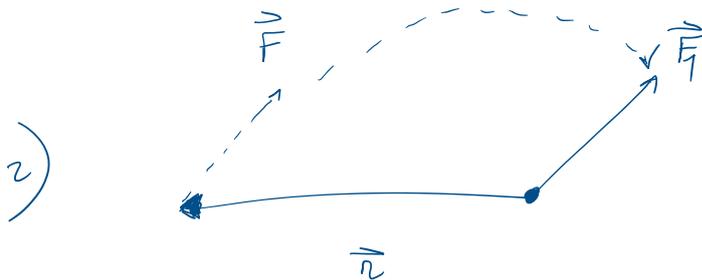
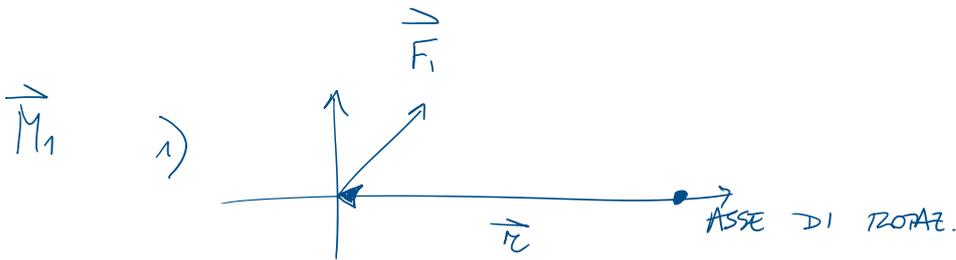
1. Il modulo della risultante delle forze agenti sul disco nel piano xy;
2. Modulo direzione e verso della sua accelerazione;
3. Il momento risultante di F_1 ed F_2 rispetto a un asse perp. al piano xy e posto a distanza di +2 m sull'asse x;
4. Se ora sul piano fosse presente attrito dinamico con $\mu_k = 0.04$, calcolare di quanto varia l'accelerazione del disco.



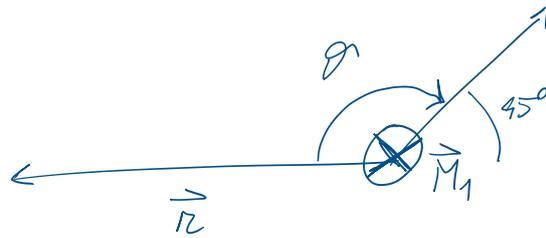
3) $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
 $M = rF \sin \theta$



3) $M > 0$ s. antiorario \odot
 $M < 0$ " orario \otimes $M = rF \sin \theta$



3)



s. orario

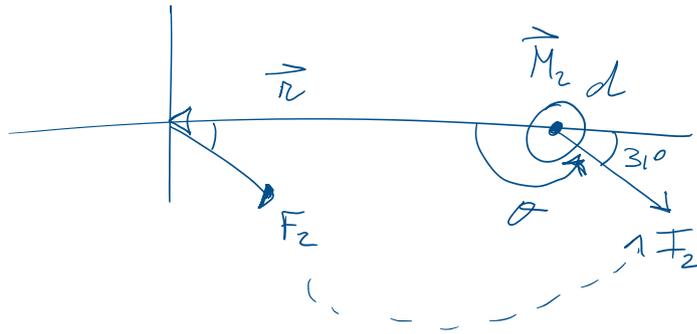
$$M_1 < 0$$

$$\theta = 180^\circ - 45^\circ$$

$$\theta = 135^\circ$$

$$M_1 = - 2 \cdot 8,5 \cdot \sin(135^\circ) = - 12,021 \text{ Nm}$$

\vec{M}_2 :



s. antiorario

$$M_2 > 0$$

$$\theta = 180^\circ - 31^\circ$$

$$\theta = 149^\circ$$

$$M_2 = + 2 \cdot 3,1 \cdot \sin(149^\circ) = 3,19 \text{ Nm}$$

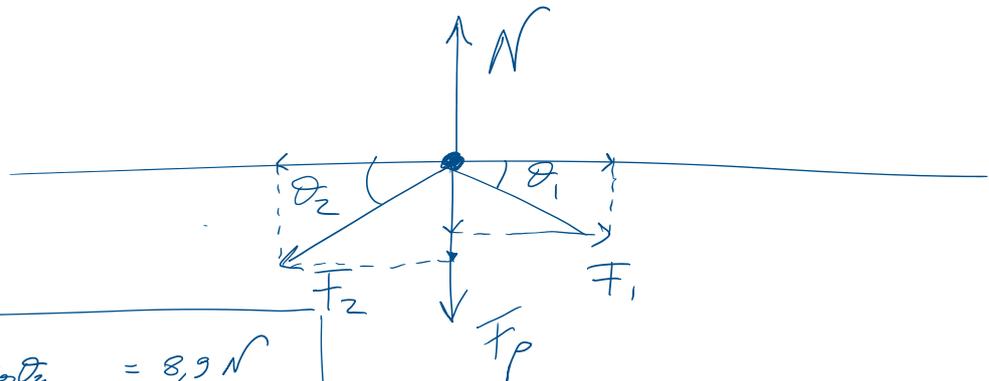
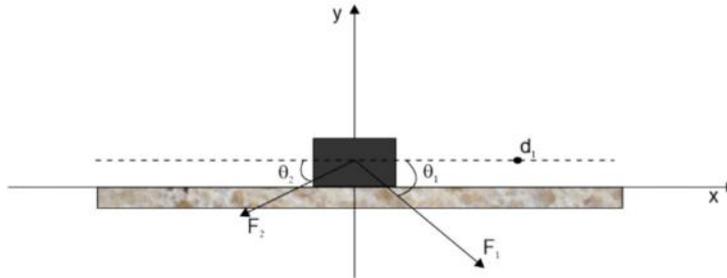
$$\vec{M}_{TOT} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 3,19 - 12,021 = - 8,83 \text{ Nm}$$

$$M_{TOT} \approx - 9 \text{ Nm (1 c.s.)}$$

Ultimo esercizio di neppure di Meccanica:

Un blocco di massa $m = 6 \text{ kg}$ e' sottoposto (oltre che alla sua forza peso) a due forze F_1 ed F_2 che lo spingono su un piano orizzontale privo di attrito. Sapendo che $F_1 = 15 \text{ N}$, $\theta_1 = 40^\circ$, $F_2 = 3 \text{ N}$, $\theta_2 = 30^\circ$, calcolare:

1. Il modulo della risultante delle forze;
2. Il modulo, direzione e verso dell'accelerazione del blocco;
3. Supponendo ora che ci sia un attrito dinamico con $\mu_k=0.05$, quanto vale la forza di attrito dinamico;
4. E quanto vale il modulo della accelerazione del blocco in questo caso;
5. Il momento di F_1 rispetto ad un asse perpendicolare al foglio e posto ad una distanza $d_1= 2 \text{ m}$ (indicato in figura)



$$\begin{cases} F_x = F_1 \cos \theta_1 - F_2 \cos \theta_2 = 8,9 \text{ N} \\ F_y = -F_1 \sin \theta_1 - F_2 \sin \theta_2 - F_p + N = 0 \end{cases}$$

$$|\vec{F}^{RIS}| = \sqrt{F_x^2 + \cancel{F_y^2}} = F_x \quad \text{lo ignoriamo noi!}$$

$$F^{RIS} = 8,891 \text{ N} \approx 9 \text{ N} \quad (i.c.s.)$$

$$\vec{F}^{RIS} = m\vec{a} \quad \vec{a} \parallel \vec{F}^{RIS}$$

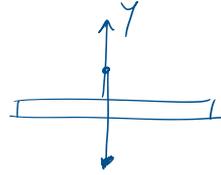
$$F^{RIS} = ma \quad a = \frac{F^{RIS}}{m} = \frac{8,891}{6} = 1,481 \text{ m/s}^2$$

$$\theta_{RIS} = \arctg\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = 0 \quad \checkmark$$

$$a = 1,481 \text{ m/s}^2 \approx 1,5 \approx 2 \text{ m/s}^2 \text{ (1 c.s.)}$$

3) $F_D = -\mu_D N$ $N \neq mg$ NO NO NO NO

$$F_y = -F_1 \sin \theta_1 - F_2 \sin \theta_2 - F_p + N = 0$$



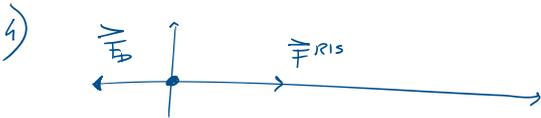
$$N = F_1 \sin \theta_1 + F_2 \sin \theta_2 + F_p$$

$$N = 40,018 \text{ N}$$

$$F_D = -\mu_D N$$

$$F_D = -0,05 \cdot 40,018 = -3,501 \text{ N}$$

$$F_D \approx -4 \text{ N} \text{ (1 c.s.)}$$

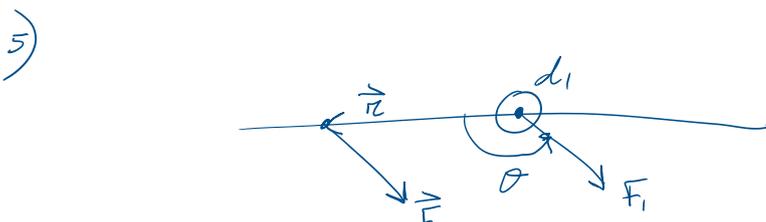


$$F'_{RIS} = (F^{RIS} - F_D) = m a'$$

$$a' = \left(\frac{F^{RIS} - F_D}{m} \right) = \frac{8,9 - 3,5}{6}$$

$$a' = 0,8333 \text{ m/s}^2$$

$$a' \approx 1 \text{ m/s}^2 \text{ (1 c.s.)}$$



s. antiorario

$$\theta = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$\odot M > 0$$



$$\vec{M}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1$$

$$M_1 = r_1 F_1 \sin \theta$$

$r_1 \curvearrowright F_1$
s. antiorario

$$M_1 > 0$$

$$\theta' = 180^\circ - \theta_1$$

$$\theta = 140^\circ$$

$$M_1 = 2 \cdot 15 \cdot \sin(140^\circ) = 19,28 \text{ Nm}$$

$$M_1 \approx 20 \text{ Nm}$$

