

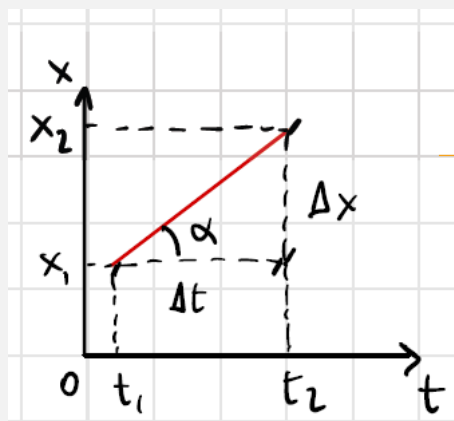
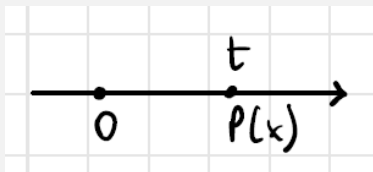
CINEMATICA pt. II

- Moto rettilineo uniforme
- Moto rettilineo uniformemente accelerato
- Oggetti in caduta
- Moto parabolico
- Moto circolare uniforme

MOTO RETTILINEO UNIFORME

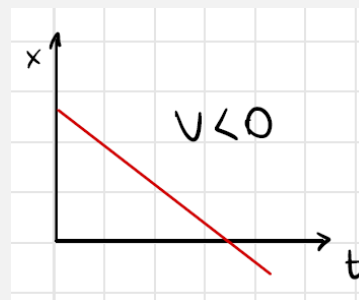
Moto di una particella con velocità costante: $\vec{v} = cost$

In ogni punto l'accelerazione è nulla: $\vec{a} = 0$



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan \alpha > 0$$

Il coefficiente angolare della retta rappresenta la velocità della particella



Consideriamo t_1 l'istante iniziale ($t_1 = 0$) e t_2 un istante generico ($t_2 = t$), x_0 l'ascissa della posizione iniziale e x_2 una posizione generica ($x_2 = x$)

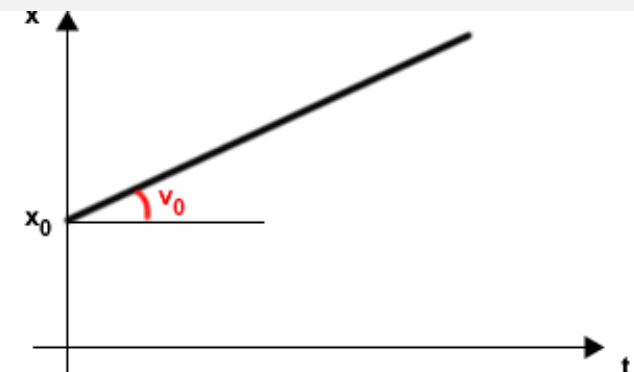
Equazione oraria del moto rettilineo uniforme

$$x = x_0 + vt$$

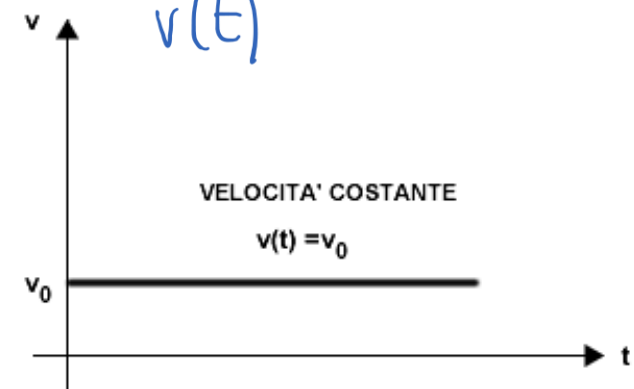
$$x - x_0 = vt \rightarrow \Delta x = v \Delta t$$

$$\Delta x = v \Delta t$$

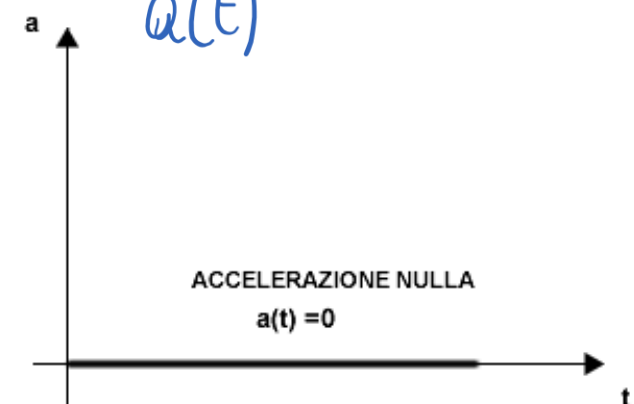
$x(t)$



$v(t)$

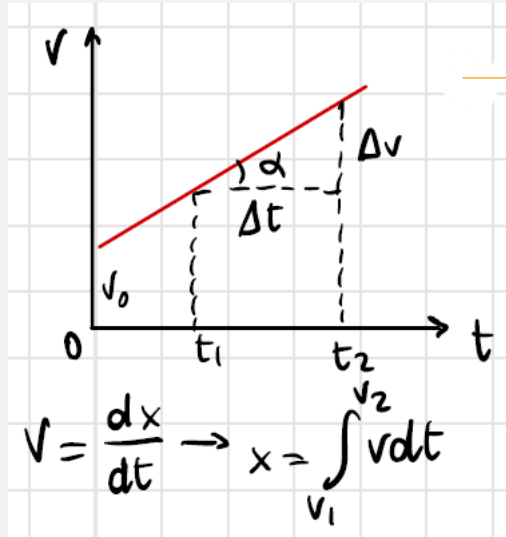


$a(t)$



MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Moto di una particella con accelerazione costante: $\vec{a} = cost$



$a = \tan \alpha > 0 \rightarrow$ moto accelerato

Il coefficiente angolare della retta rappresenta la velocità della particella

Prima equazione della cinematica

$$v = v_0 + at$$

Prima equazione fondamentale:

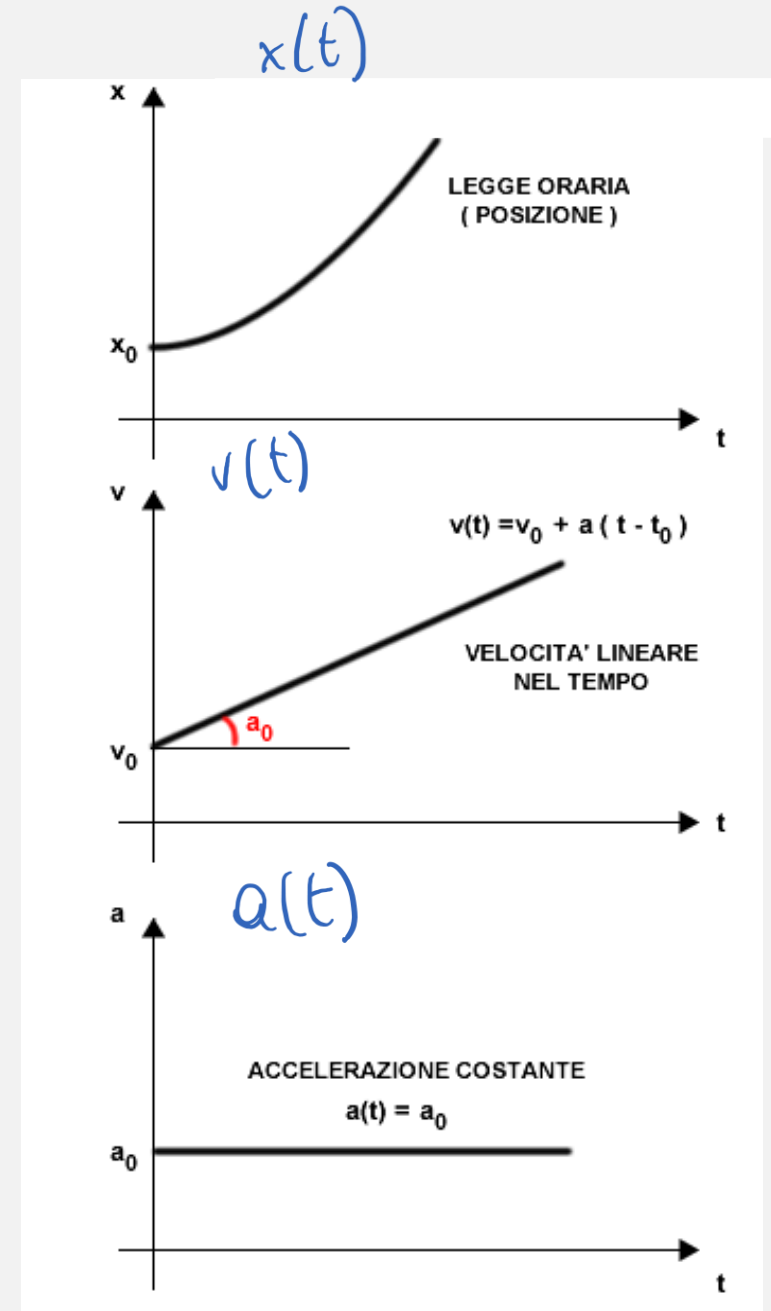
$$a_m = a = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

$\hookrightarrow t_0 = 0$

Seconda equazione fondamentale:

$$v_m = \frac{x - x_0}{t - 0}$$

$$x = x_0 + v_m t$$



MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = a\Delta t$$

$v_2 - v_1 = a(t_2 - t_1) \rightarrow v_2 = v_1 + at$

$$\Delta v = v_2 - v_1 \rightarrow v_2 = v_1 + \Delta v = v_1 + a\Delta t$$

$$\Delta v = v - v_0 \rightarrow v = v_0 + \Delta v = v_0 + a\Delta t$$

Un corpo che si muove a velocità v_1 al tempo t_1 e viene accelerato con a costante, raggiungerà la velocità $v_2 = v_1 + a(t_2 - t_1)$ al tempo t_2

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2}$$

$$\Delta x = v_m \Delta t = \frac{1}{2}(v_0 + v)(t - t_0) = \frac{1}{2}(v_0 + v)\Delta t$$

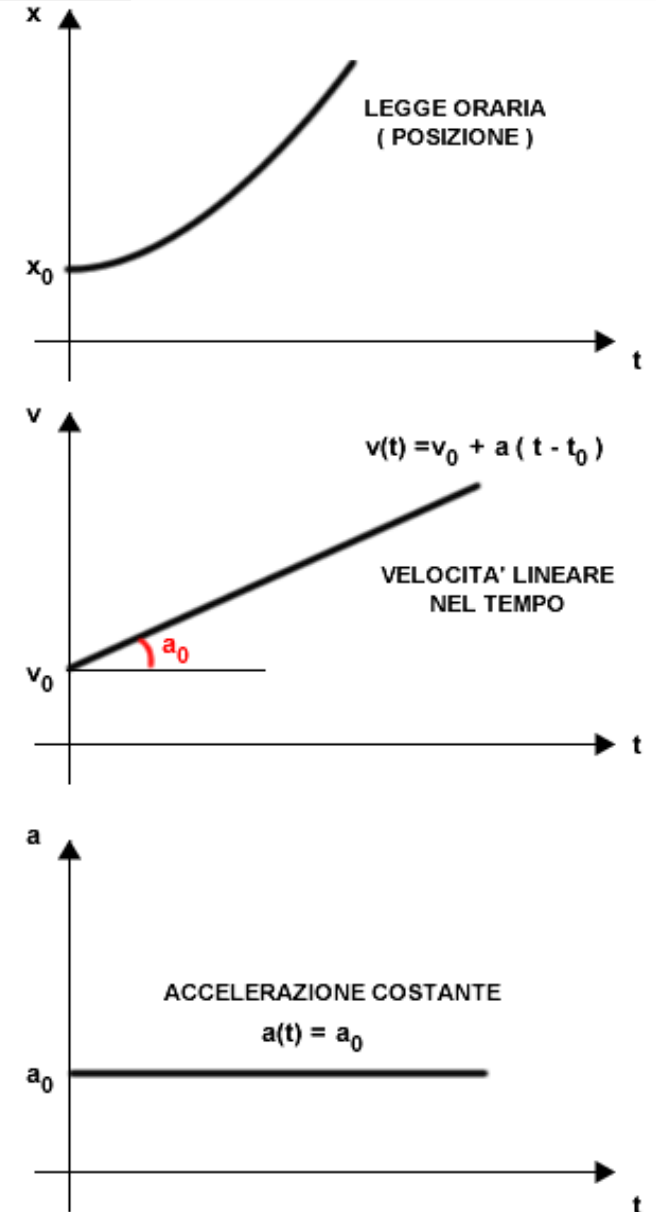
$$v = v_0 + a\Delta t \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + a\Delta t)\Delta t = \frac{1}{2}(2v_0\Delta t) + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

Seconda equazione della cinematica

$$\Delta x = v_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$x - x_0$

$$x = x_0 + v_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

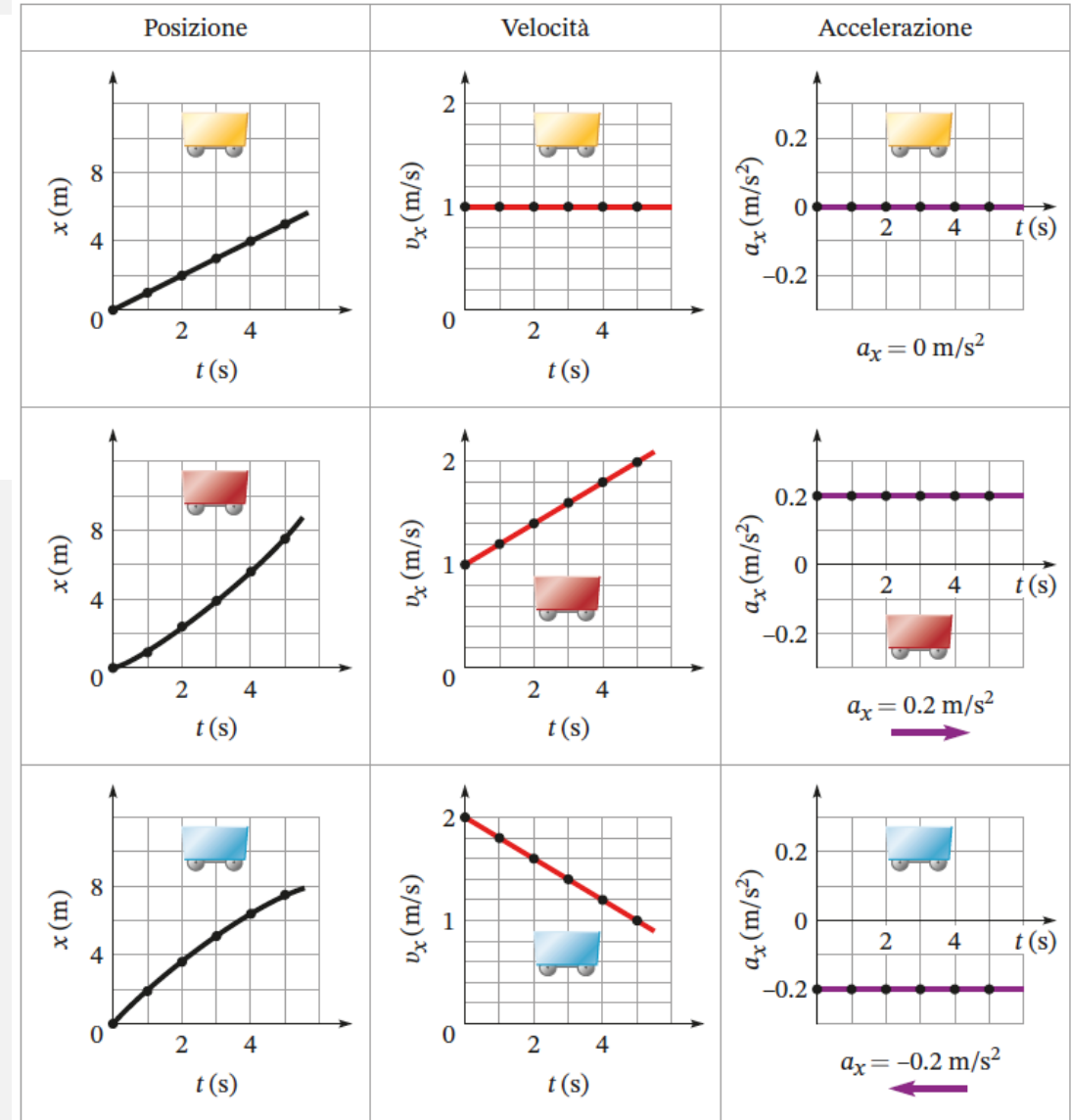
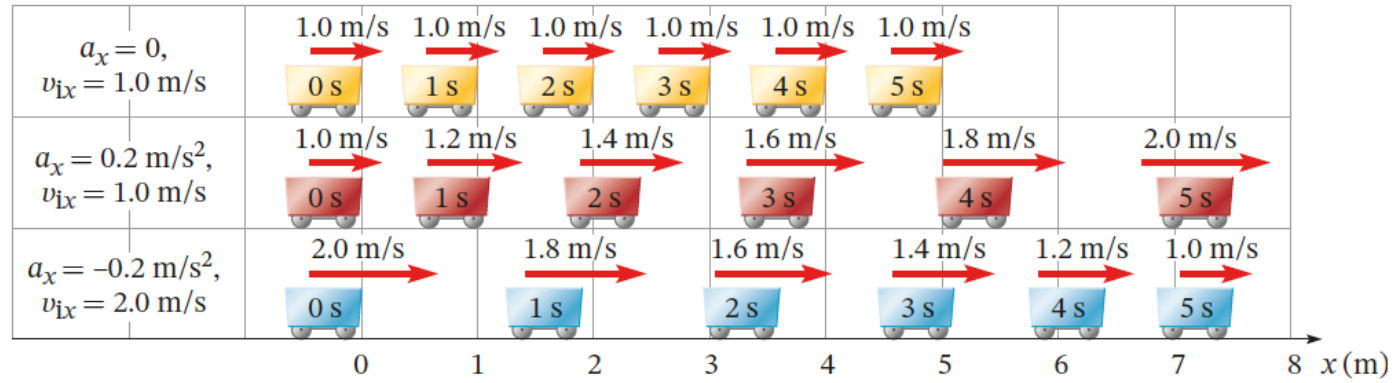


<https://app.jove.com/embed/player?id=12622&t=1&s=1&fpv=1>

<https://app.jove.com/embed/player?id=12623&t=1&s=1&fpv=1>

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Posizione dei carrelli osservata a intervalli di tempo di 1.0 s



MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Relazioni matematiche importanti

Quarta equazione della cinematica

$$\Delta v = v_f - v_i = a\Delta t$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}(v_f + v_i)\Delta t$$

$$\left(\frac{v_f + v_i}{2}\right)\Delta t$$

$$x_f - x_i$$

$$\Delta x = v_i\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$$

$$x = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$$

Terza equazione della cinematica

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x$$

MOTI PARTICOLARI



Esempio

Stiamo progettando un aeroporto. Un certo aeroplano deve raggiungere una velocità di almeno 27.8 m/s prima di decollare e può accelerare fino a 2m/s^2 . Se la pista è lunga 150 m, può questo aeroplano raggiungere la velocità necessaria per il decollo? Se no, qual è la lunghezza minima che dovrebbe avere la pista?

$$\begin{aligned}x_i &= 0\text{m} \\v_i &= 0\text{m/s} \\a &= 2\text{m/s}^2 \\x_f &= 150\text{m}\end{aligned}$$

$v_f?$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a \Delta x = 2a(x_f - x_i)$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

$$= (0\text{m/s})^2 + 2 \cdot 2\text{m/s}^2 (150\text{m} - 0\text{m})$$

$$= 4\text{m/s}^2 (150\text{m}) = 600\text{m}^2/\text{s}^2$$

$$\hookrightarrow v_f \neq 24.5\text{m/s} \rightarrow \text{no x il decollo!}$$

$$\begin{aligned}x_i &= 0\text{m} \\v_i &= 0\text{m/s} \\a &= 2\text{m/s}^2 \\v_f &= 27.8\text{m/s}\end{aligned}$$

$x_f?$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a(x_f - x_i)$$

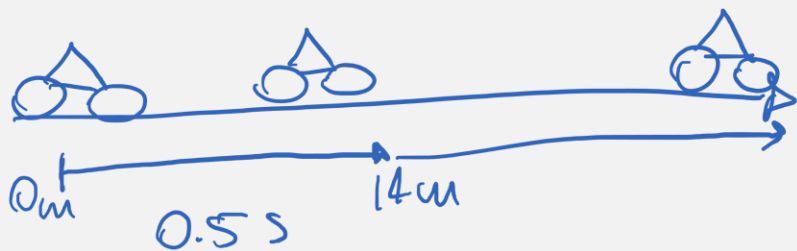
$$x_f = 193\text{m} \rightarrow \text{nuova pista}$$

MOTI PARTICOLARI



Esempio

Distanza di frenata. Calcolare la distanza totale di arresto per una velocità iniziale di 28 m/s e assumendo che l'accelerazione di un'automobile sia $a = -6.0 \text{ m/s}^2$. Assumere che il tempo di reazione sia 0.50 s.



$$v = \cos t = 28 \text{ m/s}$$

$$a = 0 \text{ m/s}^2$$

$$t = 0.5 \text{ s}$$

$$a = \cos t = -6 \text{ m/s}^2$$

$$v_i = 28 \text{ m/s}$$

$$v_f = 0 \text{ m/s}$$

②

$$x_i = 14 \text{ m}$$

$$v_i = 28 \text{ m/s}$$

$$v_f = 0 \text{ m/s}$$

$$a = -6 \text{ m/s}^2$$

$$\rightarrow v_f^2 - v_i^2 = 2a \Delta x$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a(x_f - x_i) \rightarrow$$

$$x_f - x_i = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} \rightarrow x_f = x_i + \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$
$$= 14 \text{ m} + \frac{0 \text{ m/s}^2 - (28 \text{ m/s})^2}{2(-6 \text{ m/s}^2)}$$

79 m

① $t = 0.5 \text{ s}$

$$v_i = 28 \text{ m/s}$$

$$v_f = 28 \text{ m/s}$$

$$a = 0 \text{ m/s}^2$$

$$x_i = 0 \text{ m}$$

$$\rightarrow \Delta x = v \Delta t$$

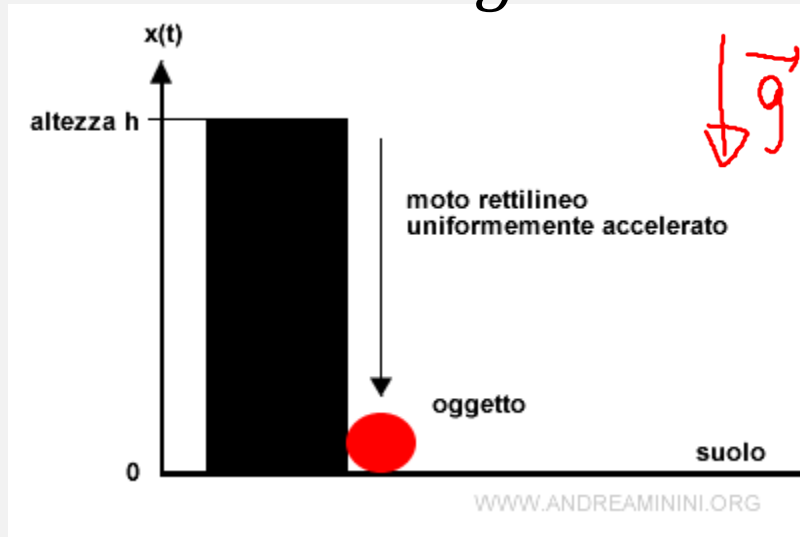
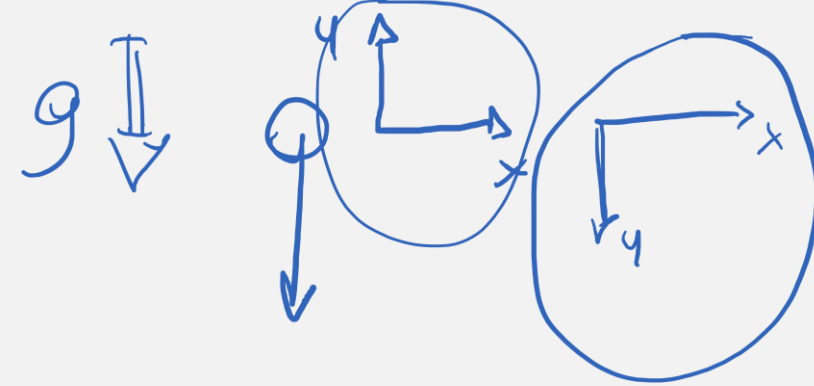
$$x_f - x_i = v(t_f - t_i)$$

$$x_f = v \cdot t_f$$

$$x_f = 28 \text{ m/s} \cdot 0.5 \text{ s} = 14 \text{ m}$$

OGGETTI IN CADUTA

$$\vec{g} = 9.80 \text{ m/s}^2$$



$$\Delta h = h_f - h_i = v_i \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

$$h_f - h_i = v_i (t_f - t_i) + \frac{1}{2} g (t_f - t_i)^2$$

1

$$h_f = h_i + v_i t_f + \frac{1}{2} g t_f^2$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2g\Delta h \longrightarrow v_f^2 = v_i^2 + 2g(h_f - h_i) \longrightarrow$$

2

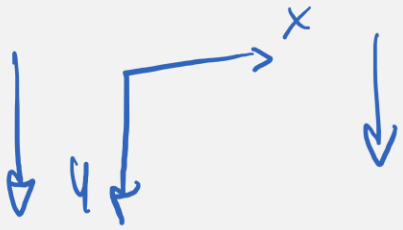
$$v_f = \sqrt{v_i^2 + 2g(h_f - h_i)}$$

OGGETTI IN CADUTA



Esempio

Supponiamo che una palla sia lasciata cadere da una torre alta 70 m. Di quanto sarà caduta dopo 1 s, 2 s, e 3 s? Assumiamo h positiva verso il basso e trascuriamo la resistenza dell'aria.

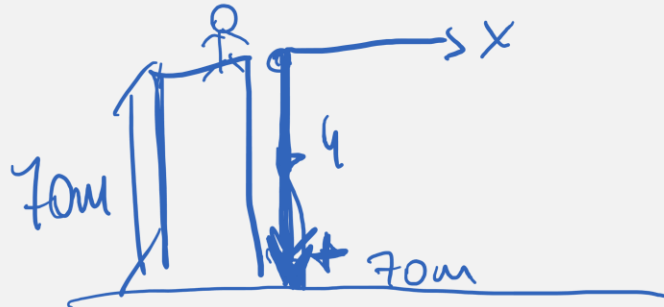


$$h_i = 0 \text{ m}$$

$$h_f = 70 \text{ m}$$

$$v_i = 0 \text{ m/s}$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$



$$t_1 = 1 \text{ s}$$

$$t_2 = 2 \text{ s}$$

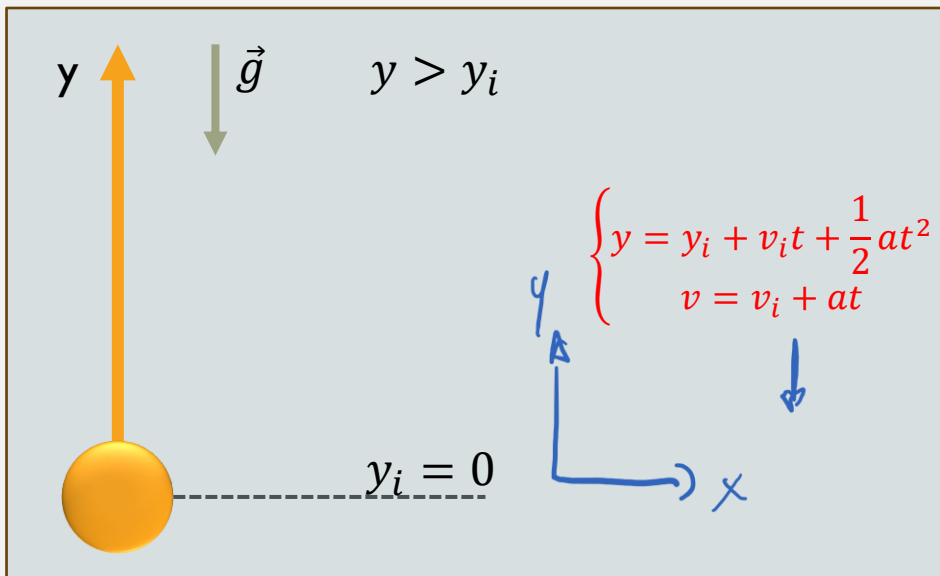
$$t_3 = 3 \text{ s}$$

$$① \quad h_f = \cancel{h_i} + \cancel{v_i t} + \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s}^2 = 4.9 \text{ m}$$

$$② \quad h_f = \frac{1}{2} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot (2 \text{ s})^2 = 19.6 \text{ m}$$

$$③ \quad h_f = \frac{1}{2} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot (3 \text{ s})^2 = 44.1 \text{ m}$$

OGGETTI LANCIATI VERSO L'ALTO



DISCESA

$$y_i = y_{max}$$

$$v_i = v_{y\ max} = 0$$

$$y_f = 0$$

$$t_i = 0 \rightarrow t_d - t_i = t_d$$

$$y_f = y_i + v_i t_d - \frac{1}{2} g t_d^2$$

$$0 = y_{max} - \frac{1}{2} g t_d^2$$

$$t_d = \sqrt{\frac{2y_{max}}{g}}$$

SALITA

$$y_i = 0$$

$$t_i = 0 \rightarrow t_s - t_i = t_s$$

$$v_f = v_{y\ max} = 0$$

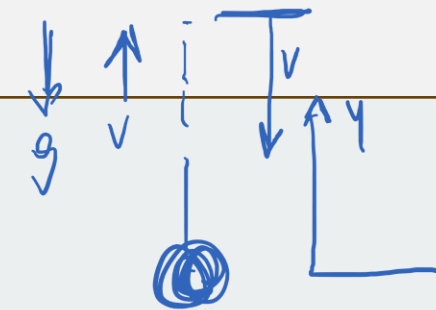
$$\begin{cases} y = v_i t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v = v_i - g t \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{max} = v_i t_s - \frac{1}{2} g t_s^2 \\ 0 = v_i - g t_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{max} = \cancel{v_i} t_s - \frac{1}{2} g t_s^2 \\ v_i = g t_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{max} = \frac{1}{2} g t_s^2 \\ v_i = g t_s \end{cases}$$

$$t_s = \sqrt{\frac{2y_{max}}{g}}$$



→ Giunto a un'altezza y_{max} nel tempo t_s , avremo $v = 0$:

OGGETTI IN CADUTA



Esempio

Un ragazzo lancia una palla da un terrazzo alto 4 m con una velocità di 10 m/s verso l'alto. Si determini:

- La quota massima raggiunta dalla palla
- Il tempo che la palla impiega per raggiungere la quota massima
- Il tempo che la palla impiega per raggiungere il suolo
- La velocità con cui la palla arriva a terra



$$\begin{aligned}v_i &= 10 \text{ m/s} \\v_{\text{max}} &= 10 \text{ m/s} \\a &= -g = -9.8 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

$$\rightarrow v_f^2 - v_i^2 = 2a \Delta x$$

$$v_{\text{max}}^2 - v_i^2 = -2g(y_{\text{max}} - y_i)$$

$$(0 \text{ m/s})^2 - (10 \text{ m/s})^2 = -2 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 (y_{\text{max}} - 4 \text{ m})$$

$$y_{\text{max}} = 9.1 \text{ m (dal suolo)}$$

$$\begin{aligned}t_s? \rightarrow v_i &= 10 \text{ m/s} \\y_i &= 4 \text{ m} \\y_{\text{max}} &= 9.1 \text{ m} \\a &= -9.8 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

$$\text{opzione 1} = v_{\text{max}} = v_i + at$$

$$0 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s} - 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

$$t = 1.02 \text{ s}$$

opzione 2

$$t_s = \sqrt{\frac{2y_{\text{max}}}{g}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 9.1 \text{ m}}{9.8}} = 1.02 \text{ s}$$

$$t_{TOT} ? \rightarrow t_D + t_S$$

$$\hookrightarrow \sqrt{\frac{2y_{max}}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9.1 \text{ m}}{9.8 \text{ m/s}^2}} = 1.36 \text{ s} \quad \Rightarrow t_{TOT} = 1.02 \text{ s} + 1.36 \text{ s} = 2.38 \text{ s}$$

Velocità con cui cade \rightarrow posso considerare solo la discesa =

$$v_f = v_i + at = v_i - gt = 0 \text{ m/s} - 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot 1.36 = -13.33 \text{ m/s} \quad (\text{verso il basso})$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \qquad \searrow \\ 0 \text{ m/s} \qquad 1.36 \text{ s} \\ (v_{y_{max}}) \quad (t_D) \end{array}$$

Oppure posso considerare tutto il tempo, ma cambia v_i e cambia il $t =$

$$v_f = v_i + at = v_i - gt = 10 \text{ m/s} - 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot 2.38 \text{ s} = -13.32 \text{ m/s}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \qquad \searrow \\ 10 \text{ m/s} \qquad t_{TOT} \end{array}$$

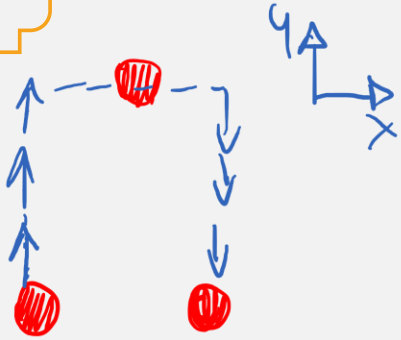
OGGETTI IN CADUTA

Un ragazzo lancia una palla in aria verso l'alto con una velocità iniziale di 15 m/s. Calcolare:

- Quanto in alto arriva la palla
- Quanto a lungo la palla rimane in aria prima di ricadergli in mano



Esempio



$$y_{max} = ?$$

$$v_i = 15 \text{ m/s}$$

$$v_{y_{max}} = v_f = 0 \text{ m/s}$$

$$a = -g = -9.8 \text{ m/s}^2$$

$$y_i = 0 \text{ m}$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a \Delta x$$

$$v_{y_{max}}^2 - v_i^2 = -2g (y_{max} - y_i)$$

$$y_{max} = \frac{v_{y_{max}}^2 - v_i^2}{-2g} = \frac{0 - (15 \text{ m/s})^2}{-2 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2} = 11.5 \text{ m}$$

time? $\rightarrow x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow y_f = y_i + v_i t - \frac{1}{2} g t^2$

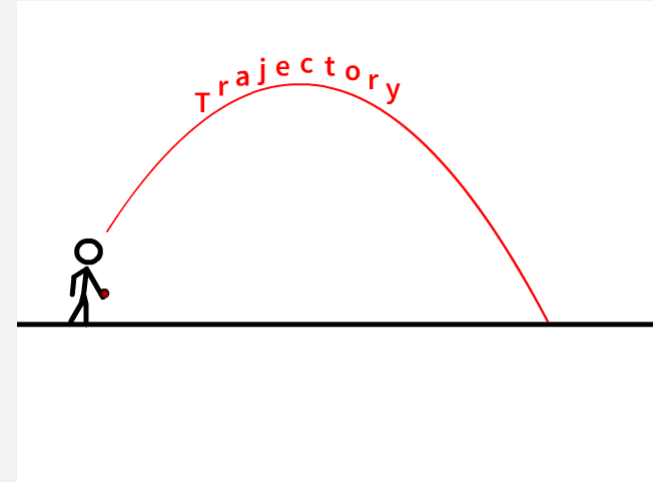
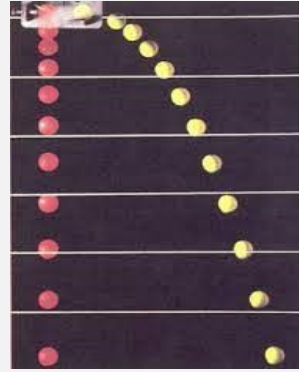
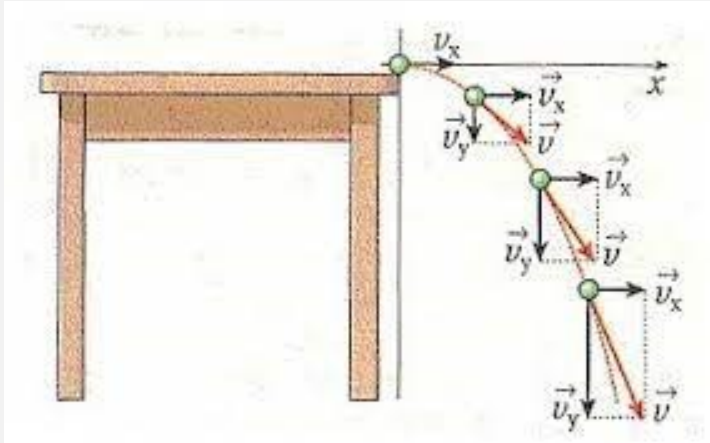
$0 = 0 + 15 \text{ m/s} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$

$[(15 \text{ m/s} - 4.9 \text{ m/s}^2)t] t = 0$

$t = 0 \rightarrow$ quando è partita la palla

$t = 3.06 \text{ s} \rightarrow$ quando ha finito il lancio

MOTO PARABOLICO



$$\Delta v = v_f - v_i = a\Delta t$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} (v_f + v_i) \Delta t$$

$$\Delta x = v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x$$

ASSE x $\rightarrow a_x = 0$

$$\Delta v_x = 0 \quad (v_x = \text{cost})$$

$$\Delta x = v_x \Delta t$$

ASSE y $\rightarrow a_y = \text{cost}$

$$\Delta v_y = a_y \Delta t = -g \Delta t$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} (v_{fy} + v_{iy}) \Delta t$$

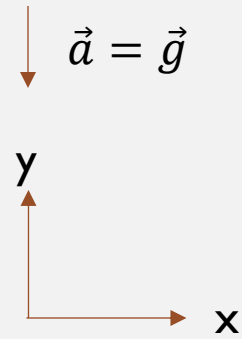
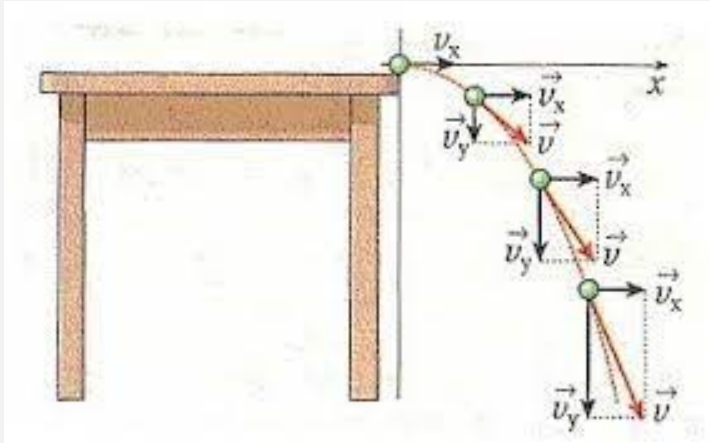
$$\Delta y = v_{iy} \Delta t + \frac{1}{2} a_y (\Delta t)^2$$

$$v_{fy}^2 - v_{iy}^2 = 2a_y \Delta y =$$

Shot vs Drop



MOTO PARABOLICO

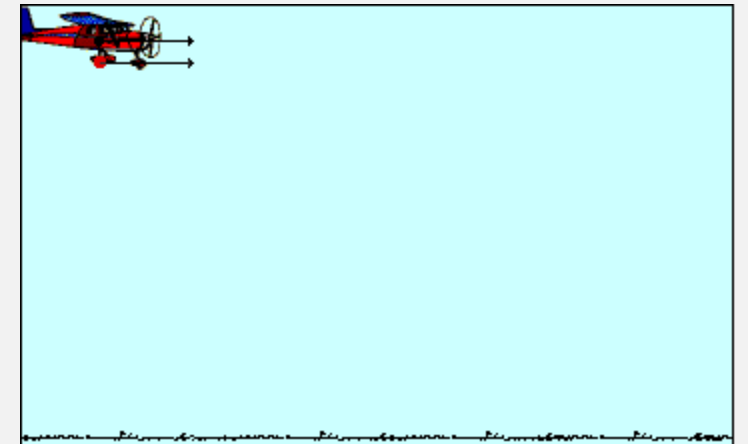
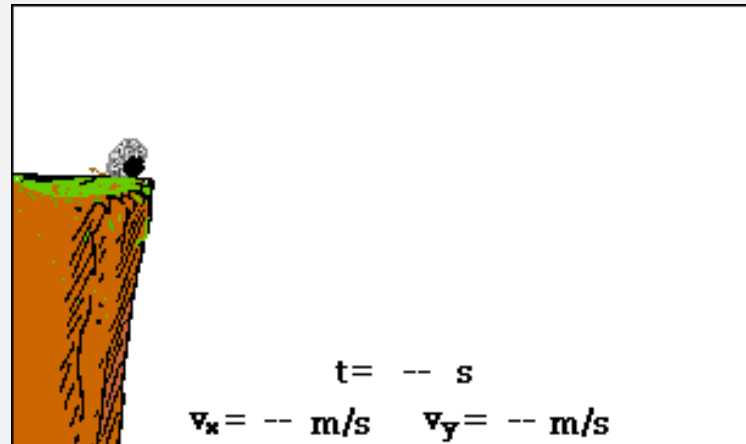
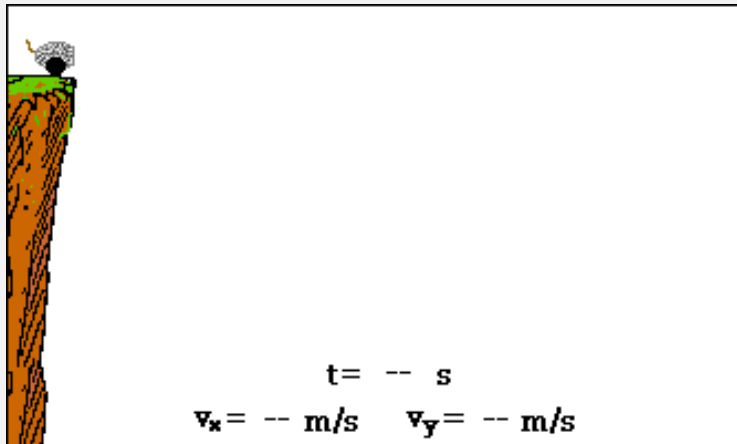


La palla lascia il tavolo ($t=0$): la palla è soggetta all'accelerazione di gravità:

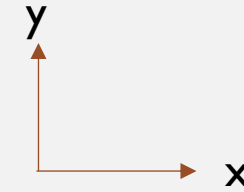
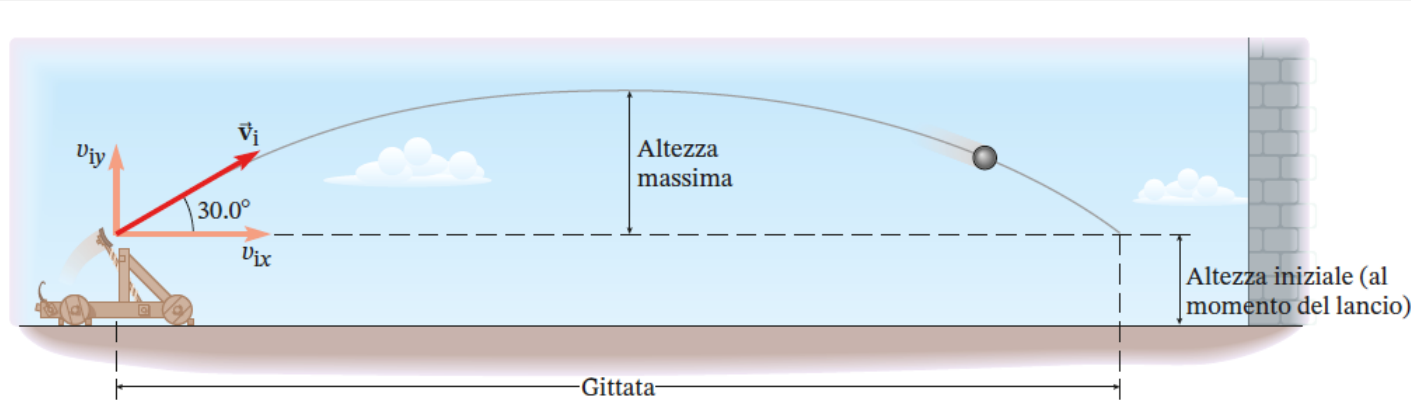
- v_y inizialmente è 0, poi aumenta
- $a_y = g$

$$\Delta v_y = a_y \Delta t \rightarrow v_y = -gt$$

Spostamento verticale (y) $\rightarrow \Delta y = v_{iy} \Delta t + \frac{1}{2} a_y (\Delta t)^2 \rightarrow \Delta y = -\frac{1}{2} g (\Delta t)^2$ (ponendo $y_i=0$)



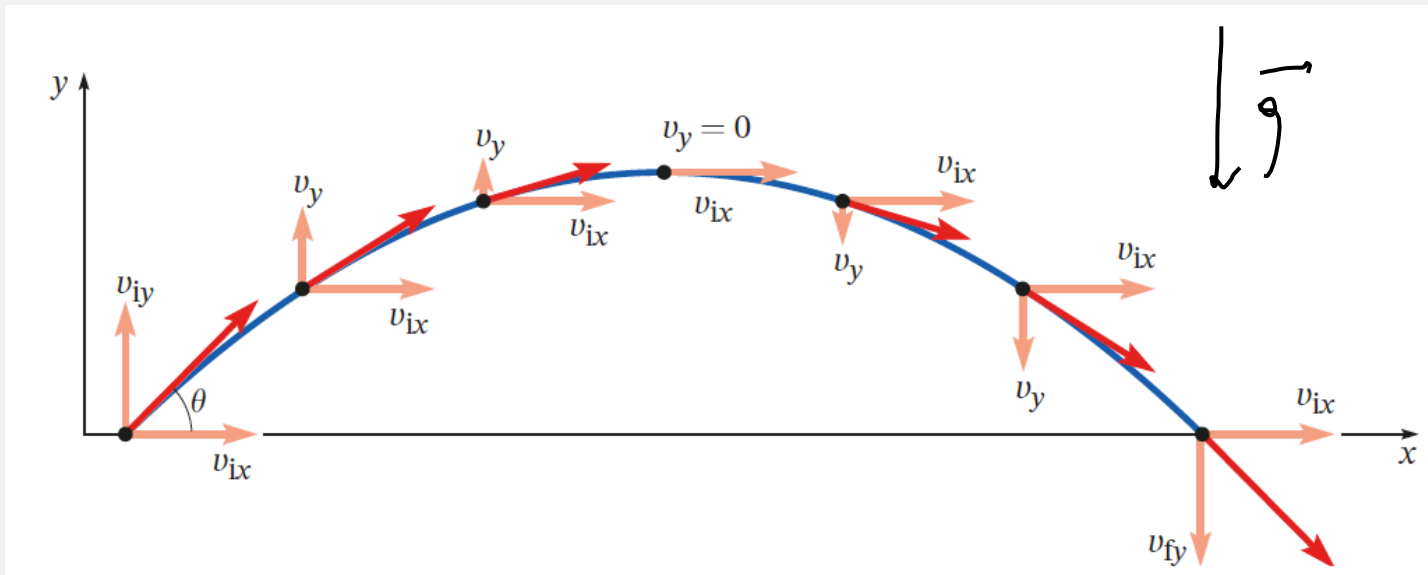
MOTO PARABOLICO



Qui la velocità possiede una componente verticale v_{iy}

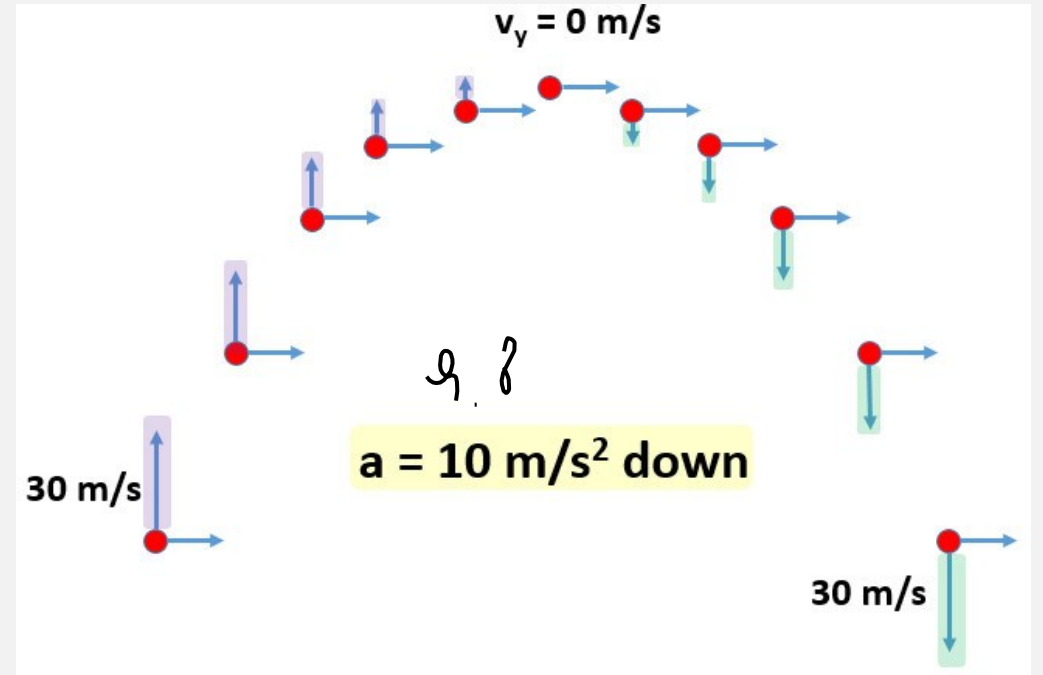
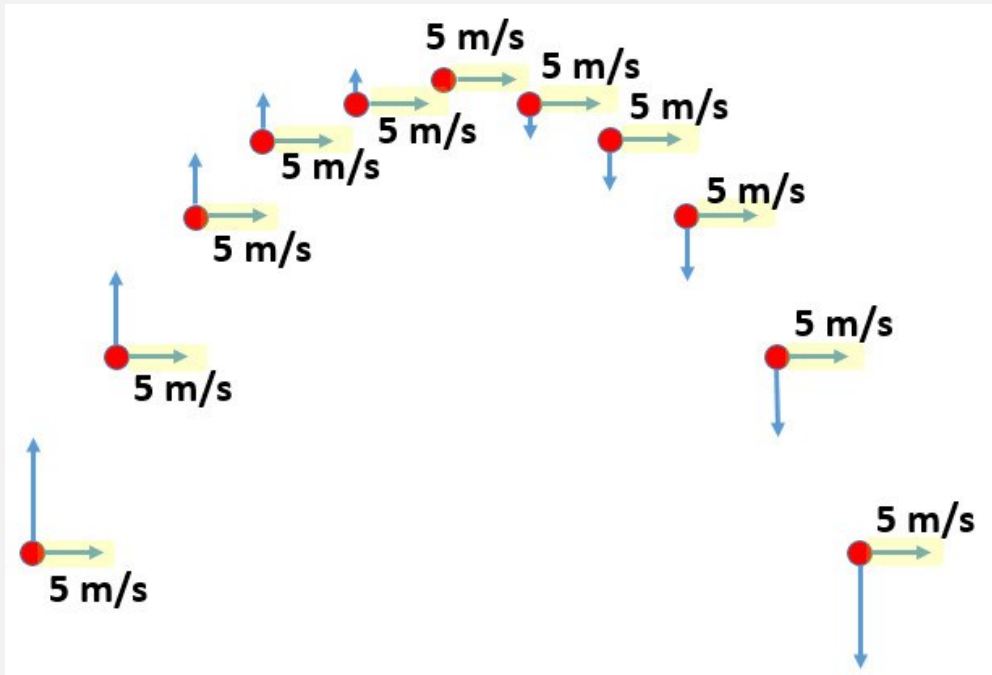
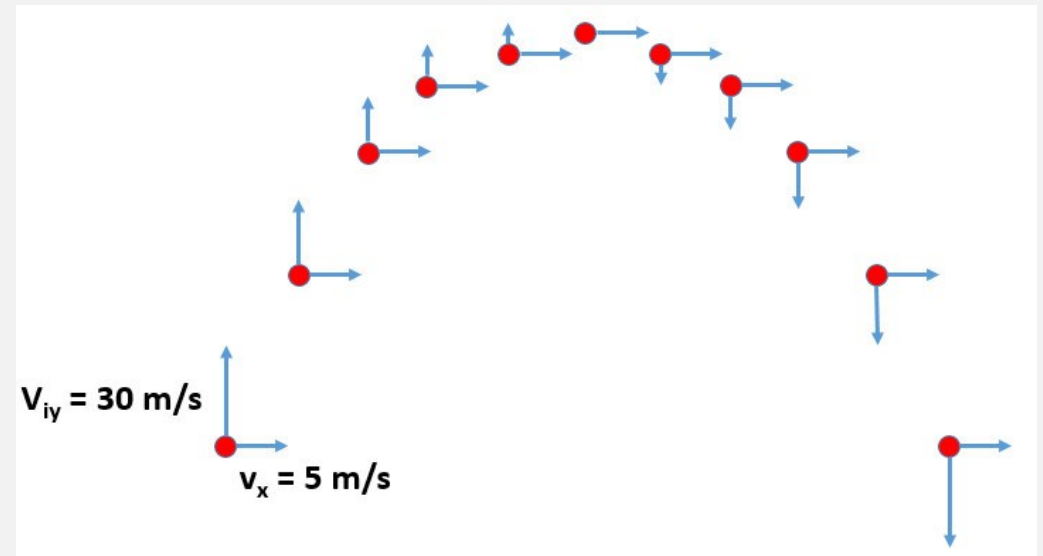
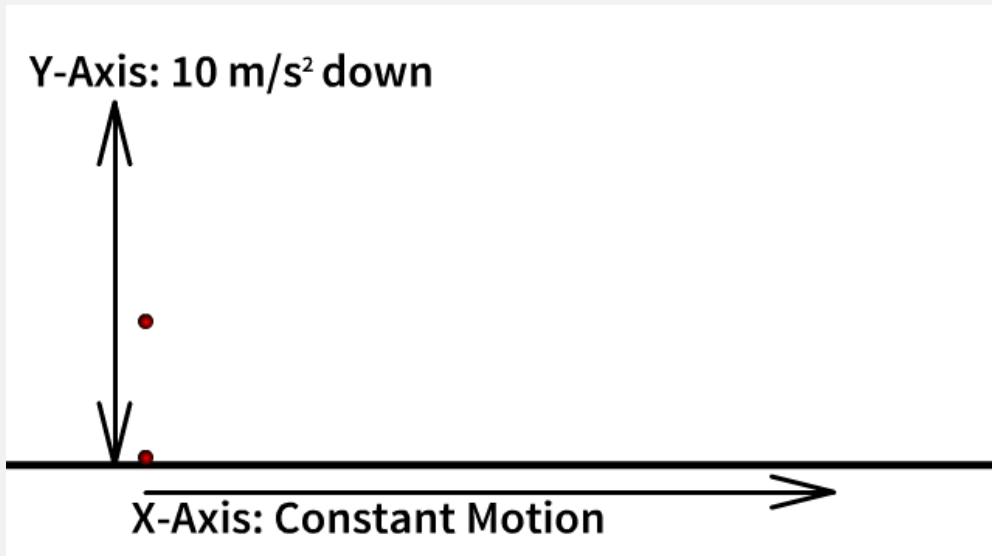
Il corpo viene lanciato con una velocità iniziale $\vec{v}_i \rightarrow$ questa forma un angolo θ con l'asse orizzontale:

$$v_{ix} = v_i \cos\theta \text{ e } v_{iy} = v_i \sin\theta$$



L'angolo θ è detto angolo di elevazione. Durante il volo, l'unica forza che agisce è la forza peso: $a_x=0$ e $v_x=\text{cost}$

v_y è inizialmente positiva, diminuisce nella salita, diventa nulla alla massima altezza, infine aumenta il suo modulo durante la discesa, ma con verso negativo.

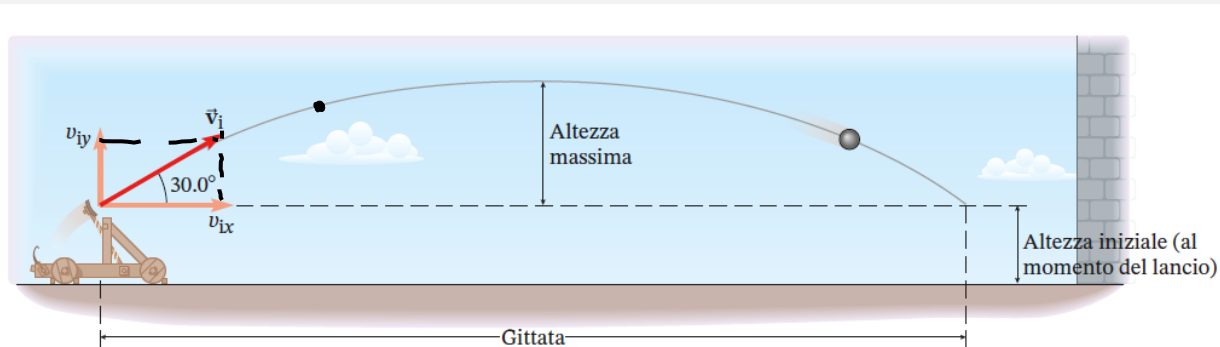


MOTO PARABOLICO



Esempio

Una catapulta lancia una pietra di 32 kg di massa con una velocità di 50.0 m/s a un angolo di elevazione di 30.0°. A) Qual è la massima altezza raggiunta dalla pietra? B) Qual è il tempo di volo (l'intervallo di tempo in cui il proiettile rimane in aria prima di ricadere al suolo)? C) Qual è la sua gittata (la distanza orizzontale percorsa dal proiettile prima di ricadere al suolo)?



$$v_i = 50 \text{ m/s } (\theta = 30^\circ)$$

$$v_{ix} = v_i \cdot \cos\theta = 43.3 \text{ m/s}$$

$$v_{iy} = v_i \cdot \sin\theta = 25 \text{ m/s}$$

$$v_{y \text{ max}}? \rightarrow v_{y \text{ max}} = 0 \text{ m/s}$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} (v_{y \text{ max}} + v_{iy}) \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot v_{iy} \Delta t$$

$$v_{y \text{ max}} = 0 \text{ m/s}$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} \cdot v_{iy} \left(\frac{-v_{iy}}{-g} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{v_{iy}^2}{g} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(25 \text{ m/s})^2}{9.8 \text{ m/s}^2} = 31.9 \text{ m}$$

$$v_{y \text{ max}} - v_{iy} = a_y \Delta t = -g \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{-v_{iy}}{-g}$$

$$\frac{-v_{iy}}{-g}$$

Tempo di volo \rightarrow dall'equazione di primo = $\Delta t = \frac{-v_{iy}}{-g} = \frac{v_{iy}}{g} = \frac{25 \text{ m/s}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 2.55 \text{ s}$
(t_{TOT})

questo è t_s

$$t_{TOT} = 2t_s = 5.10 \text{ s}$$

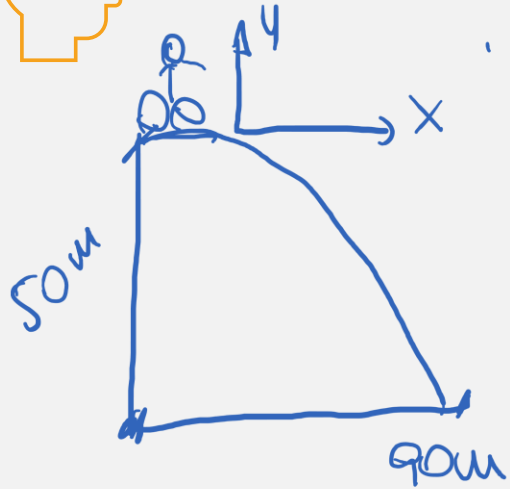
Gittata? (Δx) $\rightarrow \Delta x = v \Delta t = v_{ix} \cdot t_{TOT} = 43.3 \text{ m/s} \cdot 5.10 \text{ s} = 220.8 \text{ m}$

MOTO PARABOLICO

Uno stuntman si lancia orizzontalmente con una motocicletta da uno strapiombo alto 50 m. Con che velocità la motocicletta lascia il bordo dello strapiombo se atterra sul terreno circostante a una distanza di 90 m dalla base dello strapiombo?



Esempio



$$\Delta x = 90 \text{ m}$$

$$v_{ix} ? \rightarrow \Delta x = v_{ix} \Delta t \rightarrow v_{ix} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$y_f = -50 \text{ m}$$

$$\Delta y = \cancel{v_{iy} \Delta t} + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

\downarrow \downarrow \downarrow
-50m 0m/s -9.8 m/s²

$$\rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot (-50 \text{ m})}{-9.8 \text{ m/s}^2}} = 3.19 \text{ s}$$

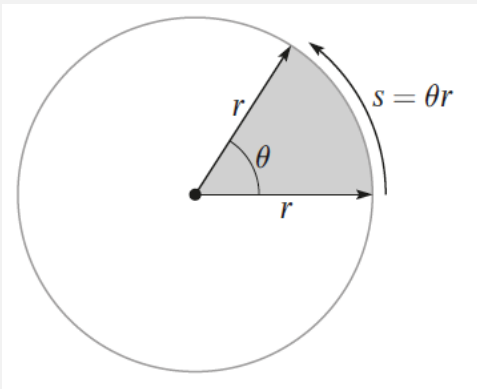
$$v_{ix} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{90 \text{ m}}{3.19 \text{ s}} = 28.2 \text{ m/s}$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Definizione di **spostamento angolare**: $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$

Definizione di **velocità angolare media**: $\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

Definizione di **velocità angolare istantanea**: $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

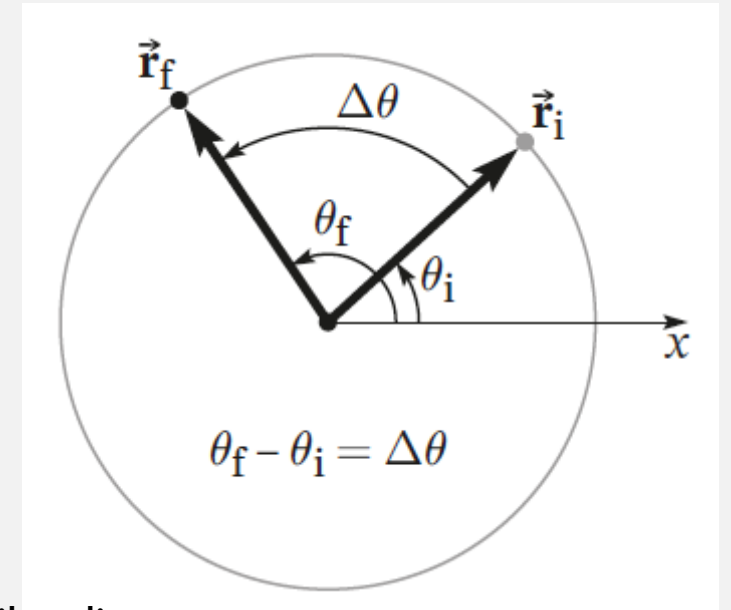


In molte situazioni la misura dell'angolo più conveniente è il radiante.

$$\theta(\text{in radianti}) = \frac{s}{r}$$

$$\theta = \frac{s}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ rad}$$

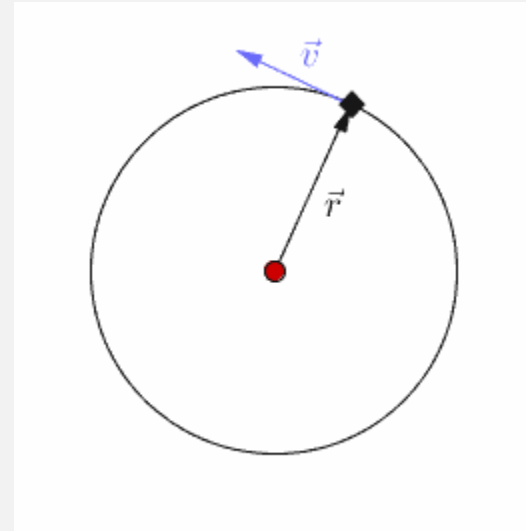
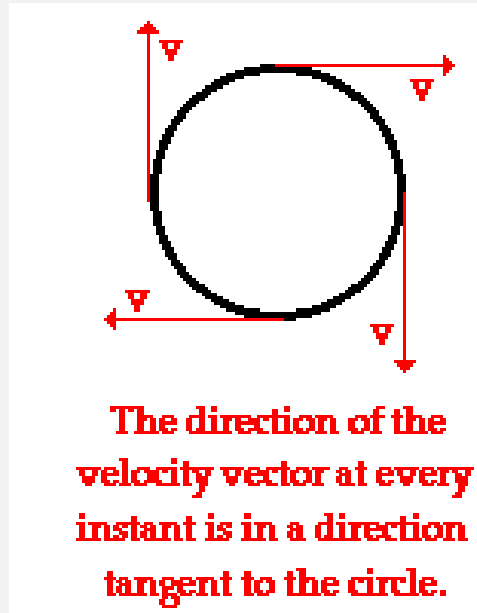
$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$



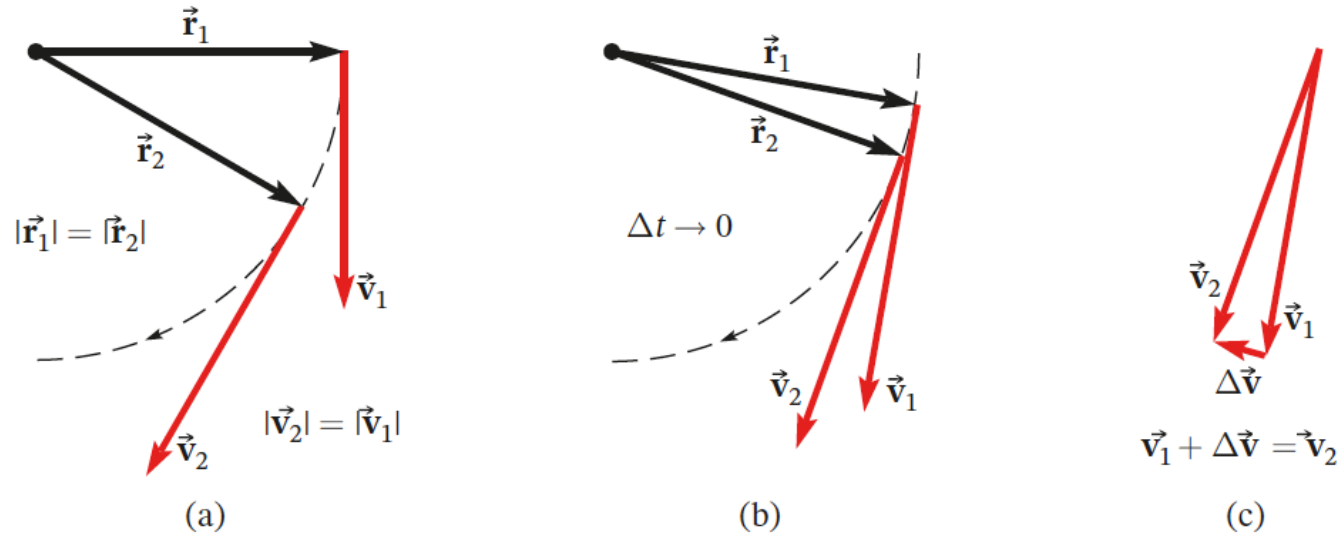
Una particella che si muove di moto circolare uniforme ha una velocità con modulo costante, mentre la direzione della stessa cambia nel tempo: in ogni istante di tempo, la direzione della velocità istantanea è infatti tangente alla traiettoria circolare



Dato che la direzione della velocità della particella cambia continuamente,
la particella deve possedere una accelerazione non nulla



MOTO CIRCOLARE UNIFORME



Porzione di una traiettoria circolare di raggio r su cui si muove con moto circolare uniforme un corpo puntiforme.

Nei punti considerati, i due vettori velocità sono tangenti alla traiettoria e hanno stesso modulo

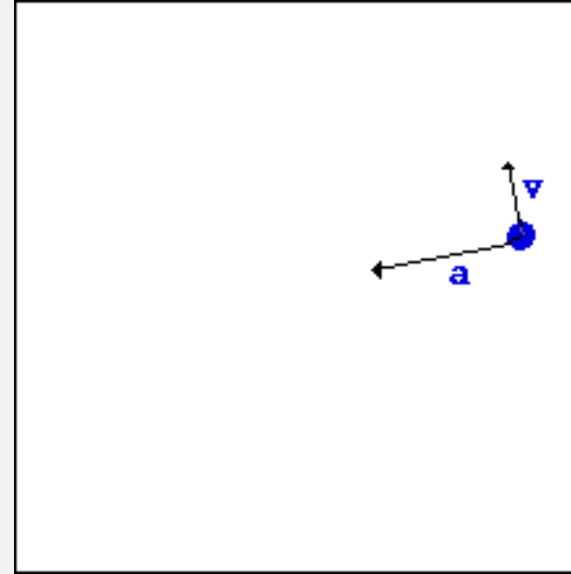
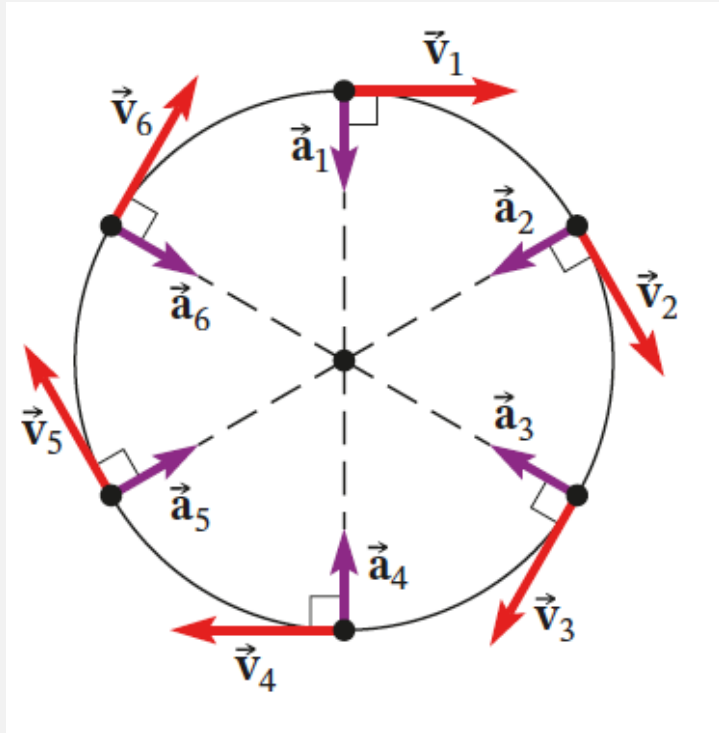
Quando l'intervallo di tempo tra le due posizioni considerate diventa man mano più piccolo, i due vettori posizione diventano sempre più vicini

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Determiniamo la variazione di velocità $\Delta \vec{v}$ in un piccolo intervallo di tempo. Quando $\Delta t \rightarrow 0$, l'angolo tra i due vettori tende a 0 e $\Delta \vec{v}$ diventa perpendicolare alla velocità stessa. $\Delta \vec{v}$ è diretto lungo il raggio della circonferenza e rivolto verso il centro

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

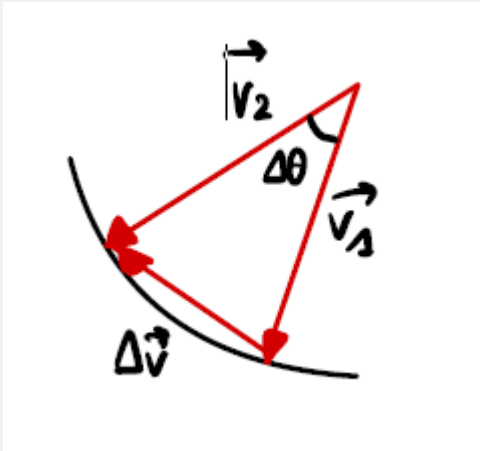


\vec{a} ha stessa direzione e verso di $\Delta \vec{v} \rightarrow$ anche l'accelerazione sarà radialmente verso il centro della circonferenza:

L'accelerazione di un corpo che si muove di moto circolare uniforme è chiamata **accelerazione radiale \vec{a}_r** o **accelerazione centripeta**

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



In un intervallo Δt il vettore \vec{v} percorre un angolo pari allo spostamento angolare del corpo: $\Delta\theta = \omega\Delta t$

In Δt il vettore \vec{v} spazza un arco di circonferenza che ha «raggio» pari al modulo di \vec{v}

Nel limite per $\Delta t \rightarrow 0$ la lunghezza di $\Delta\vec{v}$ coincide con la lunghezza di tale arco:

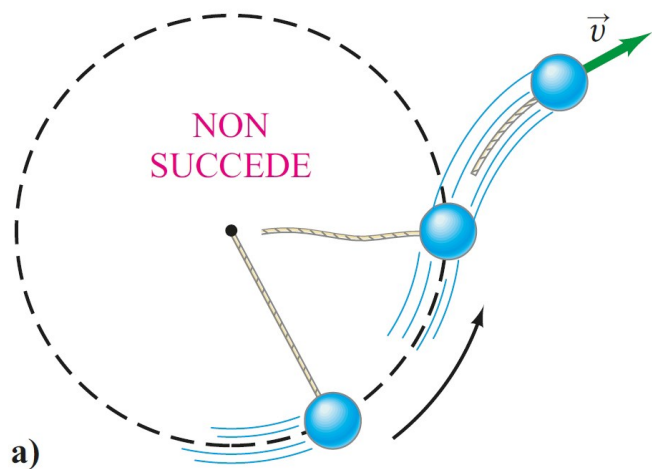
$$\begin{aligned} |\Delta v| &= \text{lunghezza arco} \\ &= \text{raggio della circonferenza} \times \text{angolo corrispondente} \\ &= v|\Delta\theta| = v\omega\Delta t \end{aligned}$$

L'accelerazione è la rapidità con cui cambia la velocità, pertanto il suo modulo è

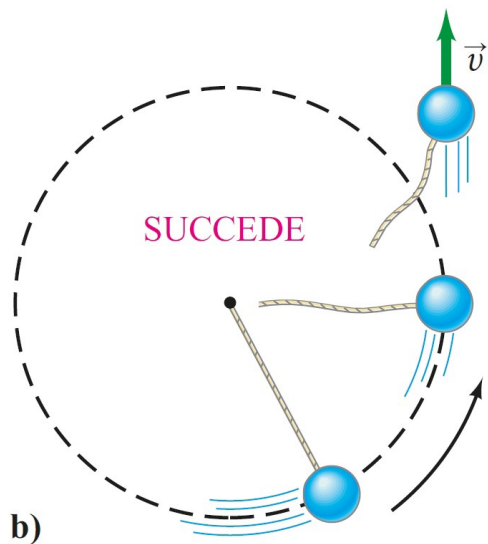
$$a_r = |\vec{a}| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = v\omega \quad (\omega \text{ in radianti per unità di tempo})$$

$$v = |\omega|r$$

$$a_r = \frac{v^2}{r} \text{ o } a_r = \omega^2 r \quad (\omega \text{ in radianti per unità di tempo})$$



a)



b)

Figura 5.16 Se esistesse una forza centrifuga, la pallina dovrebbe muoversi verso l'esterno come in **a)**, una volta lasciata libera. In realtà, si allontana dalla traiettoria originaria, proseguendo in direzione tangenziale alla circonferenza come in **b)**. Per esempio, in **c)** le scintille prodotte da una mola in rapida rotazione vengono proiettate lungo linee rette tangenti al bordo della mola.



c)

