LAVORO e ENERGIA

ENERGIA

Una legge di conservazione è un principio fisico che identifica una quantità che non cambia nel tempo.

Legge di conservazione dell'energia: L'energia totale nell'universo è invariata da qualsiasi processo fisico:

$$energia\ totale\ iniziale = energia\ totale\ finale$$

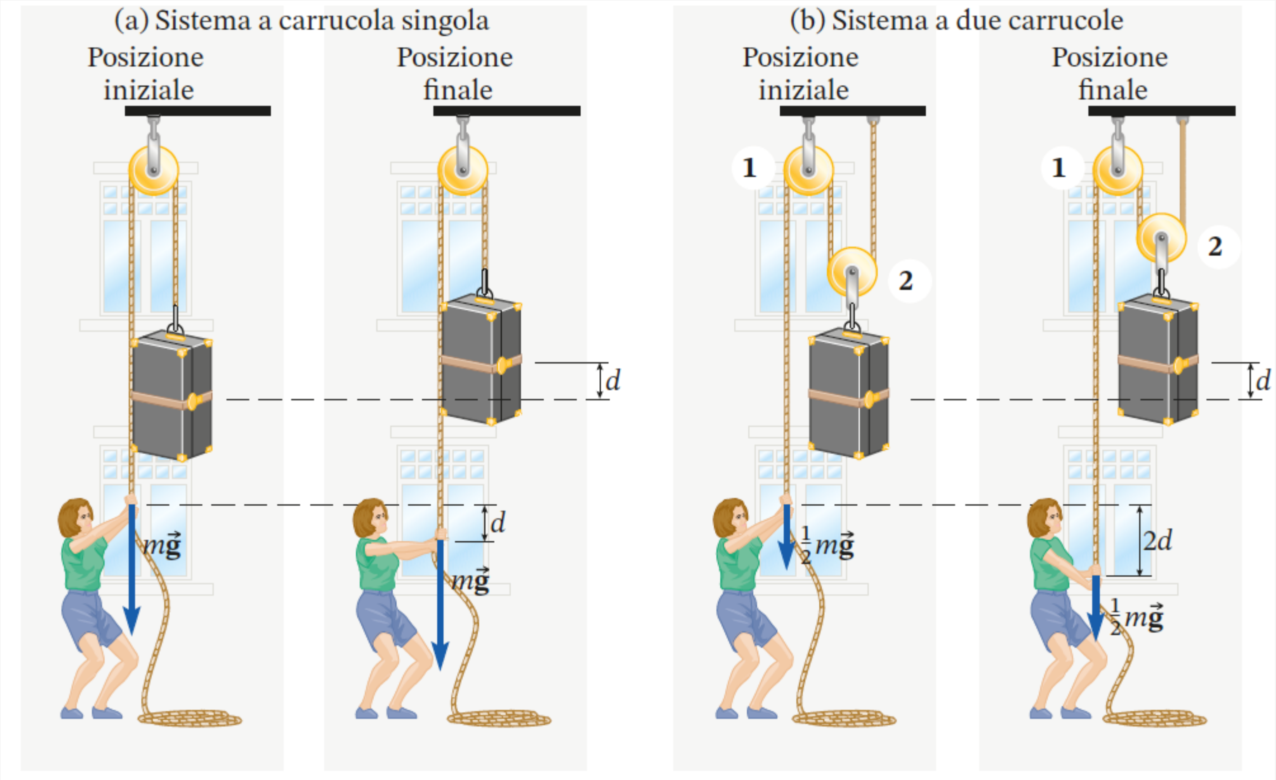
Tabella 6.1 Differenti forme di energia

Tipo	Descrizione
Cinetica traslazionale	Energia legata al moto di traslazione di un corpo (Capitolo 6)
Elastica	Energia immagazzinata in un corpo elastico quando viene deformato (Capitolo 6)*
Gravitazionale	Energia legata all'interazione gravitazionale (Capitolo 6)
Cinetica rotazionale	Energia legata al moto di rotazione di un corpo (Capitolo 8)*
Vibrazionale, acustica, sismica	Energia legata ai moti di oscillazione di atomi e/o molecole in una sostanza, determinati da un'onda meccanica che attraversa la sostanza stessa (Capitolo 11)*
Interna	Energia legata al moto e alle interazioni di atomi e molecole nei solidi, liquidi e gas. Questa energia è legata alla temperatura del corpo (Capitoli 12-14)*
Elettromagnetica	Energia di interazione tra cariche elettriche e corrente elettrica; energia del campo elettromagnetico, include le onde elettromagnetiche, come la luce (Capitoli 13, 16-20)
A riposo	Energia totale di una particella di massa a riposo m, data dalla equazione di Einstein $E = mc^2$ (Capitolo 24)
Chimica	Energia legata al moto e alle interazioni degli elettroni in atomi e molecole*
Nucleare	Energia legata al moto e alle interazioni dei protoni e neutroni nei nuclei atomici (Capitolo 24)

* Non è una forma di energia *fondamentale*, ma è determinata da energia cinetica e/o elettromagnetica di tipo microscopico.

Al livello fondamentale, ci sono solo tre tipi di energia: energia dovuta al movimento (energia cinetica), energia dovuta alle interazioni (energia potenziale), ed energia a riposo.

LAVORO



Peso del baule = 220N
Altezza da raggiungere = 4m

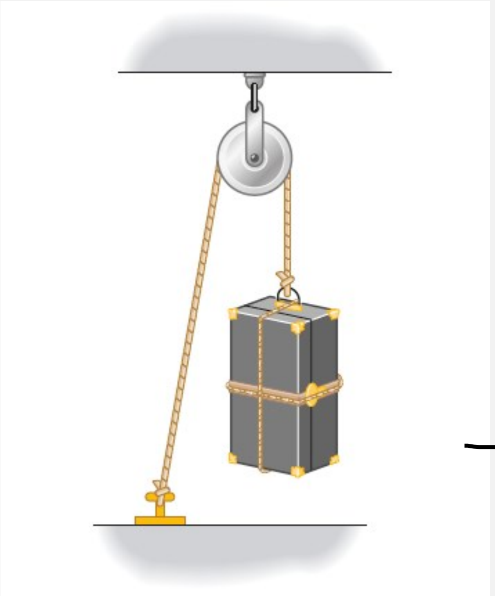
Quantità di energia che viene trasferita quando una forza agisce su un oggetto che si muove

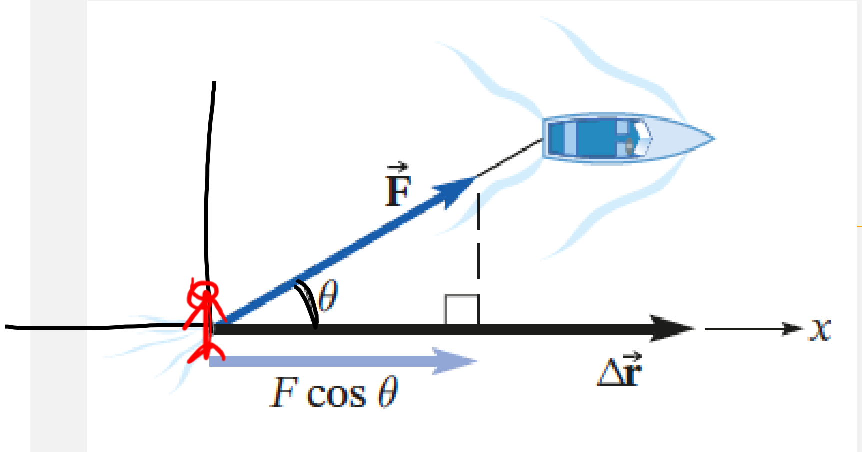
$220N \cdot 4m = 880N \cdot m$

$110N \cdot 8m = 880N \cdot m$ → **LAVORO (W)**

$N \cdot m = \text{Joule (J)}$

LAVORO





Solo la componente della forza nella direzione dello spostamento compie lavoro:

Il lavoro compiuto da una forza costante è il prodotto dell'intensità dello spostamento per la componente della forza nella direzione dello spostamento stesso

Se non c'è uno spostamento, non viene compiuto lavoro e non c'è trasferimento di energia

$$W = F\Delta r\cos\theta \leftrightarrow W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$$

Lavoro compiuto da una forza $\vec{F}$ costante che agisce su un corpo il cui spostamento è Δr

$F\Delta r \cos 90^\circ = 0$

$\downarrow 0$

- $\theta < 90° \rightarrow W > 0$ $(\cos\theta > 0)$ POSITIVO
- $\theta > 90° \rightarrow W < 0$ $(\cos\theta < 0)$ NEGATIVO
- $\theta = 90° \rightarrow W = 0$ $(\cos\theta = 0)$ NULLO

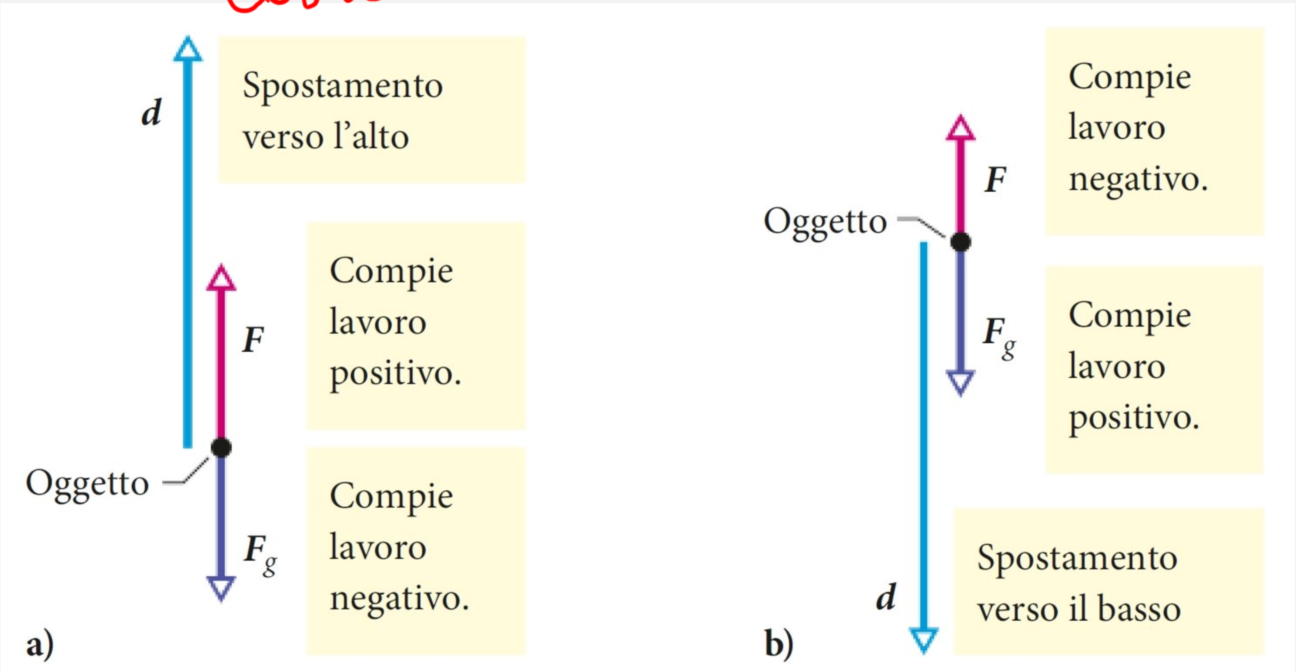
LAVORO

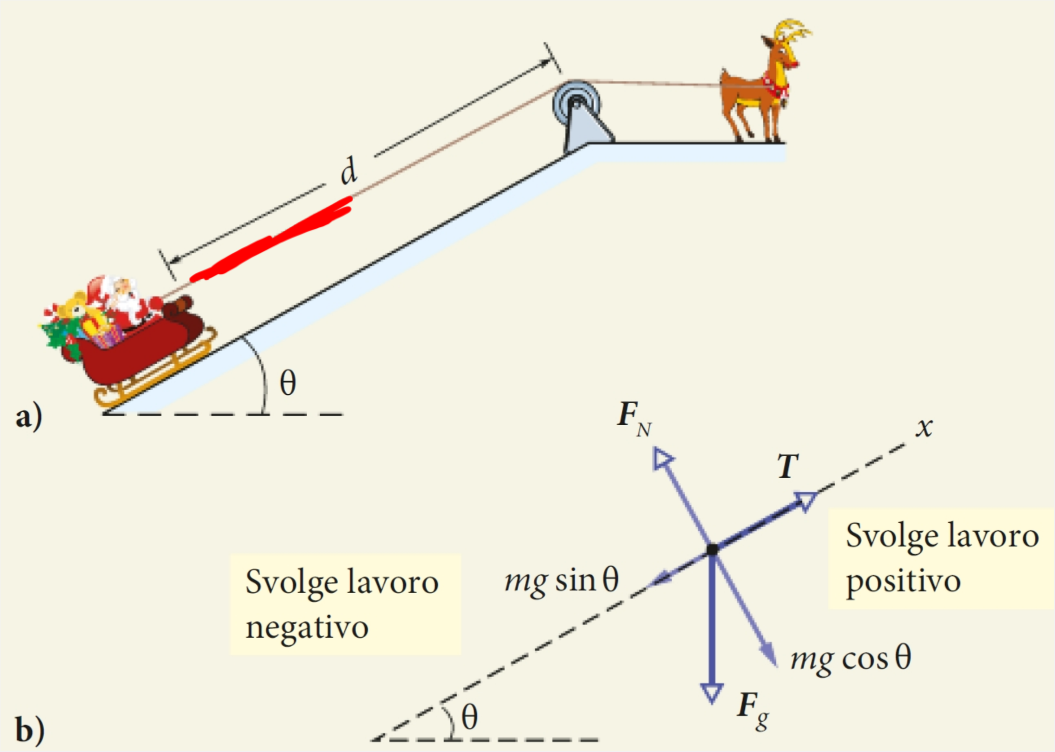
$\cos 0° = 1$

$\cos 180° = -1$

$$\boxed{W = F\Delta r\cos\theta \ \leftrightarrow W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}}$$

- $\theta < 90° \ \rightarrow W > 0 \ (\cos\theta > 0)$
- $\theta > 90° \ \rightarrow W < 0 \ (\cos\theta < 0)$
- $\theta = 90° \ \rightarrow W = 0 \ (\cos\theta = 0)$





$W = \vec{P}\cdot\Delta\vec{r}$

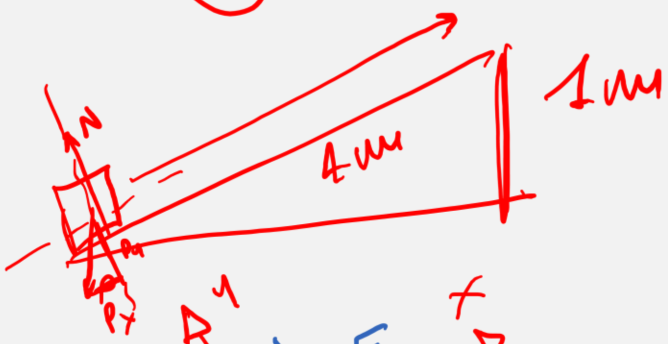
$P\Delta r\cos\theta$

$mg\Delta r \underbrace{\cos 180°}_{-1} = -mg\Delta r$

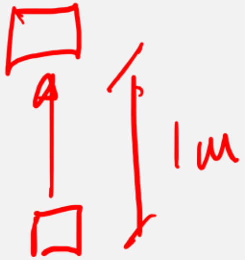
Esempio

Un corpo di peso $1400N$ deve essere spostato su un piano a 1m da terra. Possiamo alzarlo direttamente, oppure spingerlo tramite un piano inclinato di $4m$. Assumiamo l'attrito tra corpo e piano inclinato trascurabile: A) determinare il lavoro compiuto nel sollevare il corpo di 1m verticalmente (verso l'alto e a velocità costante); B) determinare il lavoro compiuto nello spingere il corpo per $4m$ sul piano inclinato (forza applicata parallela al piano inclinato); C) determinare il lavoro fatto dalla forza normale esercitata sul corpo dalla superficie della rampa. Assumere tutte le forze costanti.

B



A



$P = 1400N$

$\Delta y = 1m$

$\Delta x = 4m$

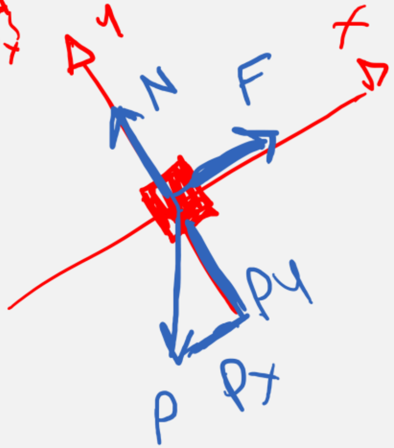
$W = \vec{F}\cdot\vec{\Delta y} = F\Delta y \cdot \cos\theta$

$=$

$\Sigma F_y = F - P$

$F = P$

B

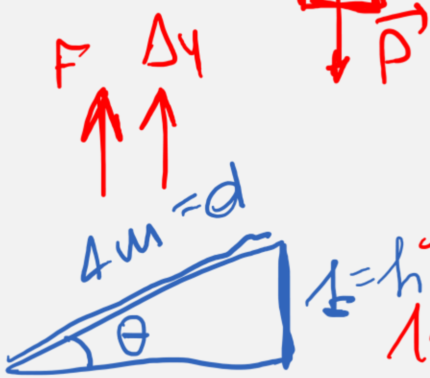


$\Delta x = 4m$

$\Sigma F_x = 0 = F - P_x$

$F - P_x = 0$

$F - mg\sin\theta = 0$



$mg \cdot \Delta y \cdot \cos\theta$

$1400N \cdot 1m \cdot \cos 0^\circ$

$\boxed{1400\ N\cdot m = J}$

$\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{h}{d} = \frac{1}{4} = 0.25$

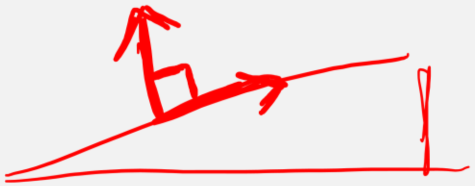
$F = mg\sin\theta = 350N$

$F = 350N$

$W_F? \rightarrow \vec{F} \cdot \vec{\Delta x} = F \Delta x \cos\theta = F \Delta x \cdot \cancel{\cos 0^\circ} = 350N \cdot 4m = \underline{1400 N \cdot m} = J$

$+1$

C) $W_N?$ $\quad N \rightarrow$ suy



$\cos 90^\circ = 0$

$W_N = \vec{N} \cdot \vec{\Delta x} = N \cdot \Delta x \cdot \cos\theta$

$= N \cdot \Delta x \cdot 0$

$= 0$

LAVORO TOTALE

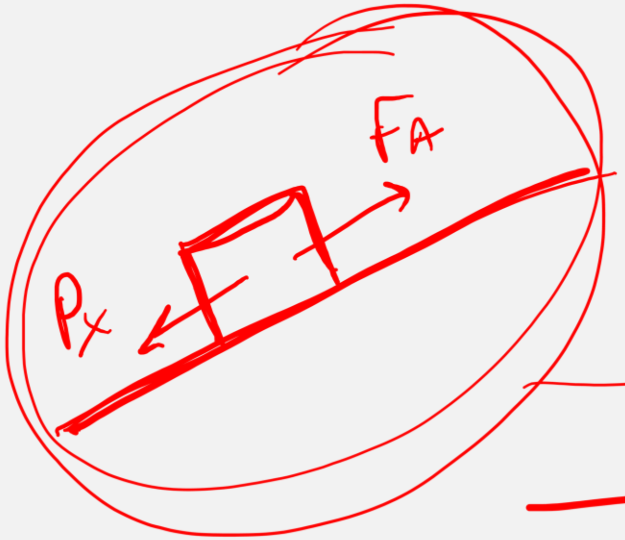
LAVORO NETTO

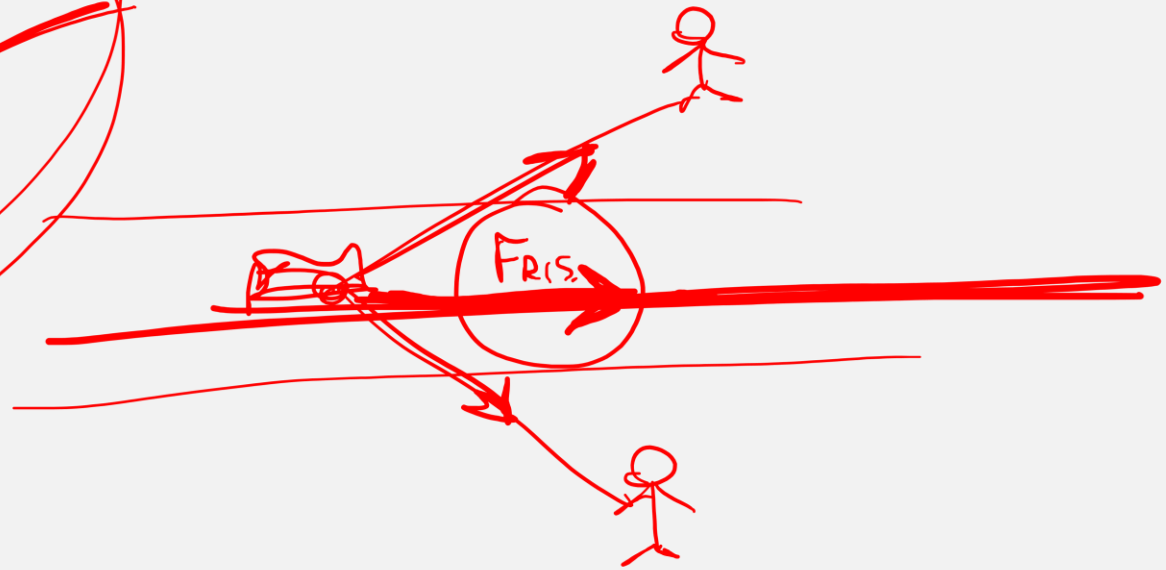
$$W_{TOT} = W_1 + W_2 + \cdots + W_n$$

RISULTANTE

$$W_{TOT} = F_{TOT} \Delta r \cos\theta$$

$$W_{NETTO} = \overrightarrow{(P_x - F_A)}\,\overrightarrow{\Delta r}$$





Esempio

Tiriamo lungo un piano orizzontale un corpo tramite una fune. La massa del corpo è $26\ kg$. La fune forma un angolo di $20°$ con il piano orizzontale. Assumiamo che il coefficiente d'attrito tra corpo e piano sia $\mu_D = 0.16$. Il corpo si muove a velocità costante $v = 3\ km/h$ e percorre $120\ m$: A) qual è il lavoro compiuto nel tirare il corpo? B) qual è il lavoro compiuto dalle forze esercitate dal piano? C) qual è il lavoro totale compiuto sul corpo?

$m = 26\ kg$ $\quad d = 120\ m$ $\quad W_T\ ?$ $\quad W_{TOT}\ ?$

$\mu_D = 0.16$ $\quad v = 3\ km/h$ $\quad W_{FA}\ ?$ $\quad W_N\ ?$

$$\Sigma F_x = T_x - F_A = T\cos\theta - \mu_D N = 0$$
$$\Sigma F_y = N - P + T_y = N - P + T\sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T\cos\theta = \mu_D N \\ N = P - T\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = \dfrac{T\cos\theta}{\mu_D} \\ N = P - T\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \frac{T\cos\theta}{\mu_D} = P - T\sin\theta$$

$$\Rightarrow T\cos\theta = \mu_D(P - T\sin\theta) \Rightarrow T\cos\theta = \mu_D P - \mu_D T\sin\theta \Rightarrow T\cos\theta + \mu_D T\sin\theta = \mu_D P$$

$$\Rightarrow T(\cos\theta + \mu_D \sin\theta) = \mu_D P \Rightarrow T = \frac{\mu_D P}{\cos\theta + \mu_D \sin\theta} = 41.18\ N$$

$$T\cos\theta = 38.71\ N$$

$$W_T = \vec{T} \cdot \vec{d} = Td\cos\theta = 38.71\,N \cdot 120\,m \cong 4645\,J$$

$$F_A = \mu_D N = T\cos\theta \text{ (eq. precedenti)} = 38.71\,N$$

$$W_{F_A} = \vec{F_A} \cdot \vec{d} = F_A \cdot \cos\theta \cdot d \cong -4645\,J$$

$$W_{TOT} = 0\,J$$

ENERGIA CINETICA

$$W_{TOT} = F_{TOT}\Delta x$$

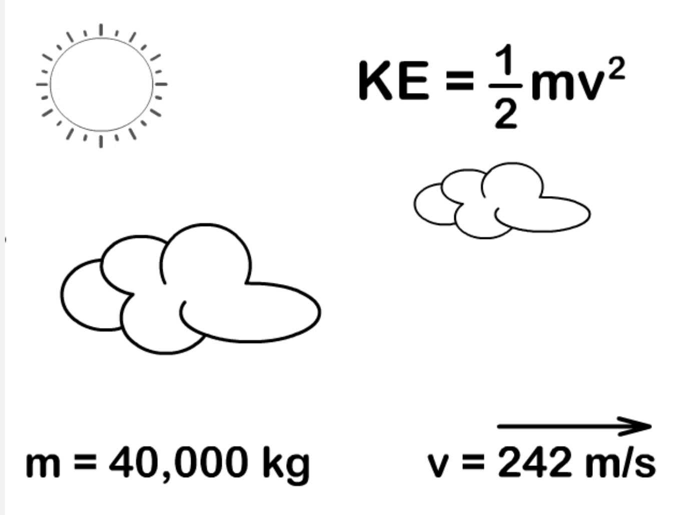
$$F_{TOT} = m\vec{a}$$

$$W_{TOT} = m a_x \Delta x$$

$$a_x \Delta x = \frac{1}{2}(v_{fx}^2 - v_{ix}^2)$$

Forza costante → accelerazione costante → $v_{fx}^2 - v_{ix}^2 = 2a_x\Delta x$

$$W_{TOT} = \frac{1}{2}m(v_{fx}^2 - v_{ix}^2)$$



$$\boxed{W_{TOT} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2}$$

ENERGIA CINETICA

$$W_{TOT} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$\rightarrow \frac{1}{2}mv^2$

Il lavoro totale compiuto sul corpo è uguale alla variazione della quantità $\frac{1}{2}mv^2$
→ ENERGIA CINETICA DI TRASLAZIONE DEL CORPO → K

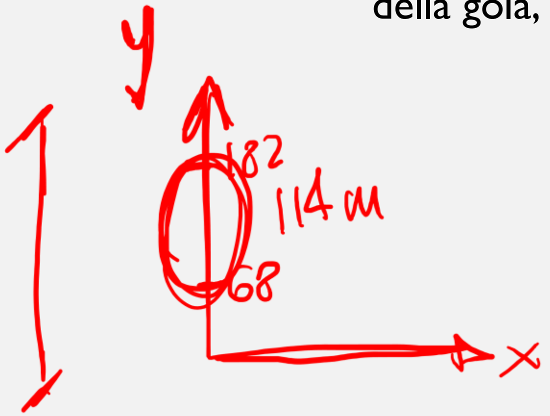
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA (o Teorema delle forze vive, o Teorema energia-lavoro)

$$W_{TOT} = \Delta K$$

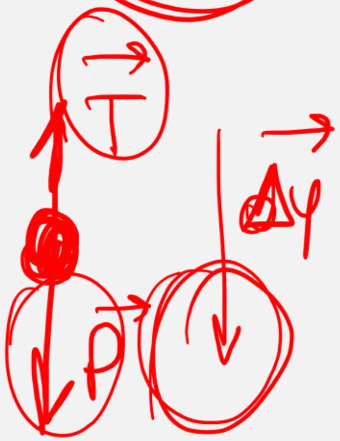
Esempio

Un bungee jumper si lancia nel vuoto legato a una fune. La piattaforma di lancio è a $182\ m$ rispetto al fondo della gola e il saltatore pesa $780\ N$. Se il saltatore nel punto più basso della caduta si trova a un'altezza di $68\ m$ dal fondo della gola, quale lavoro è stato compiuto dalla fune sul saltatore durante la sua discesa?



$$\Delta y = y_f - y_i = 114\ m$$

$$P = 780N$$



$$W_P = \vec{P} \cdot \vec{\Delta y} = P \Delta y \cos\theta =$$

$$780N \cdot 114\ m \cdot \cos 0^\circ$$

$$= +89KJ$$

$$W_T = \vec{T} \cdot \vec{\Delta y} =$$

$$T \Delta y \cos\theta =$$

$$780N \cdot 114m \cdot \cos 180^\circ$$

$$-89KJ$$

$$\Sigma F_y = P - T \Rightarrow P = T$$

$$T - P = 0$$

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

Energia cinetica del sasso: $K_i = \frac{1}{2} m v_i^2$

$P \cos\theta \, \Delta y$

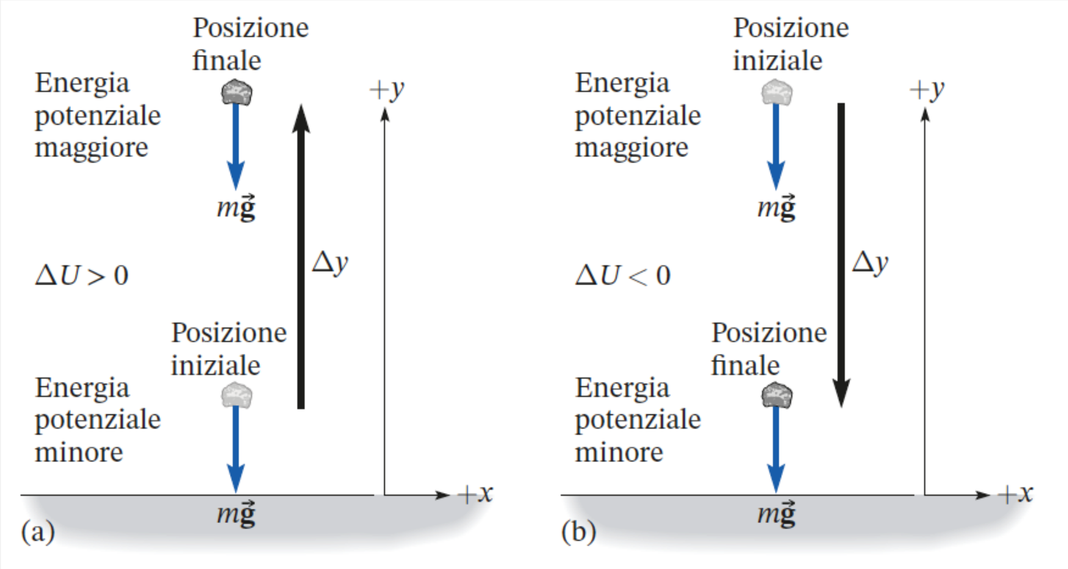
$mg \cos 180° \, \Delta y$

Lavoro compiuto dalla forza peso: $W_P = -mg\Delta y$ $\quad -mg\Delta y$

Alla max altezza, il sasso si ferma ($K_f = 0$)

$$W_P = \underbrace{K_f}_{=0} - K_i$$

$$-mg\Delta y = -\frac{1}{2} m v_i^2 \rightarrow \Delta y = \frac{v_i^2}{2g}$$



$$v_i^2 = 2g y_{max} \rightarrow t_s = \frac{\sqrt{2g y_{max}}}{g} = \sqrt{\frac{2 y_{max}}{g}}$$

L'energia immagazzinata a causa dell'interazione di un corpo con qualcos'altro (qui, il campo gravitazionale terrestre) è totalmente convertibile in energia cinetica prende il nome di ENERGIA POTENZIALE (U)

Nel caso specifico, si parla di ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

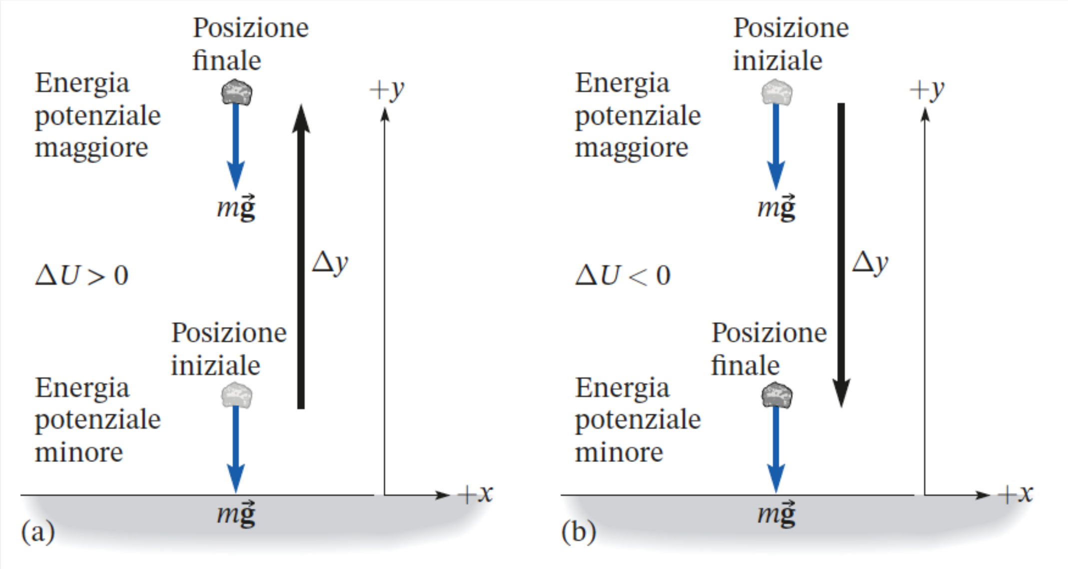
ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

Variazione dell'energia potenziale gravitazionale:

$$\Delta U_{grav} = -W_{grav}$$

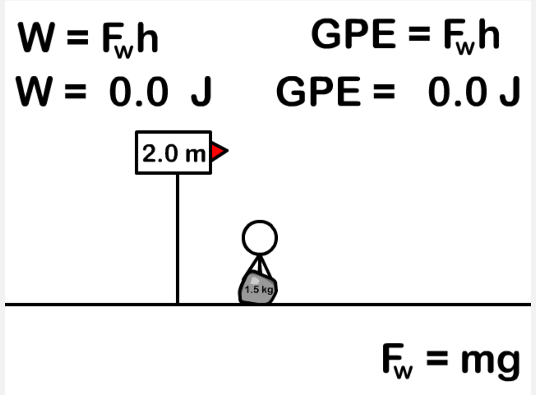
$$W_{grav} = \overrightarrow{F_g}\Delta\vec{r} = F_g \Delta r \cos\theta = F_{gy}\Delta y = -mg\Delta y$$

$$\Delta U_{grav} = mg\Delta y$$

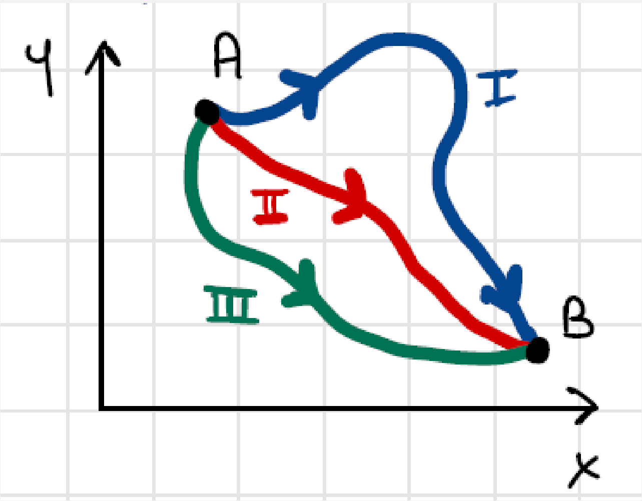


L'energia immagazzinata a causa dell'interazione di un corpo con qualcos'altro (qui, il campo gravitazionale terrestre) e totalmente convertibile in energia cinetica prende il nome di ENERGIA POTENZIALE (U)

Nel caso specifico, si parla di ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

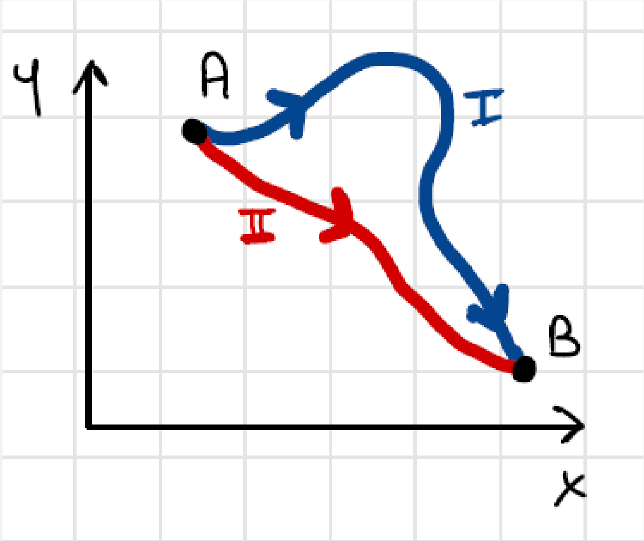


FORZE CONSERVATIVE



Una forza è definita CONSERVATIVA se il lavoro che compie quando agisce su un corpo che si muove lungo una certa traiettoria (o cammino, C) da A a B non dipende dal cammino, ma solo da A e da B:

$$W_{I(A,B)} = W_{II(A,B)} = W_{III(A,B)}$$

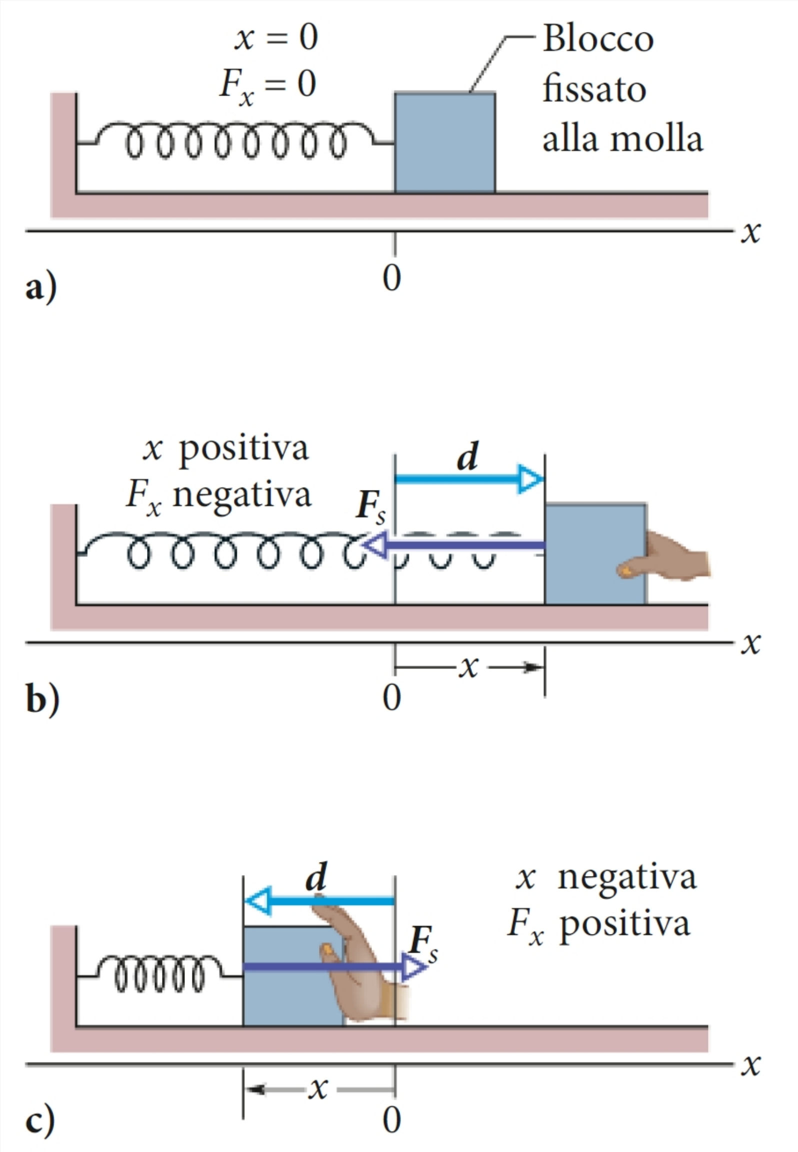


Se una forza è conservativa, il lavoro che compie lungo un percorso chiuso (CICLO) è <u>nullo</u>:

$$W_{ABA} = W_{I(A,B)} + W_{II(A,B)}$$
$$W_{II(A,B)} = -W_{I(A,B)} \rightarrow W_{ABA} = W_{I(A,B)} - W_{II(A,B)} = 0$$

Una forza è definita CONSERVATIVA se il lavoro che compie lungo un percorso chiuso, detto ciclo, è nullo.

FORZA ELASTICA



Per mantenere una molla allungata o compressa di un tratto x rispetto alla sua posizione di equilibrio, occorre applicare una forza $\overrightarrow{F_P} \propto x$

$$F = kx$$

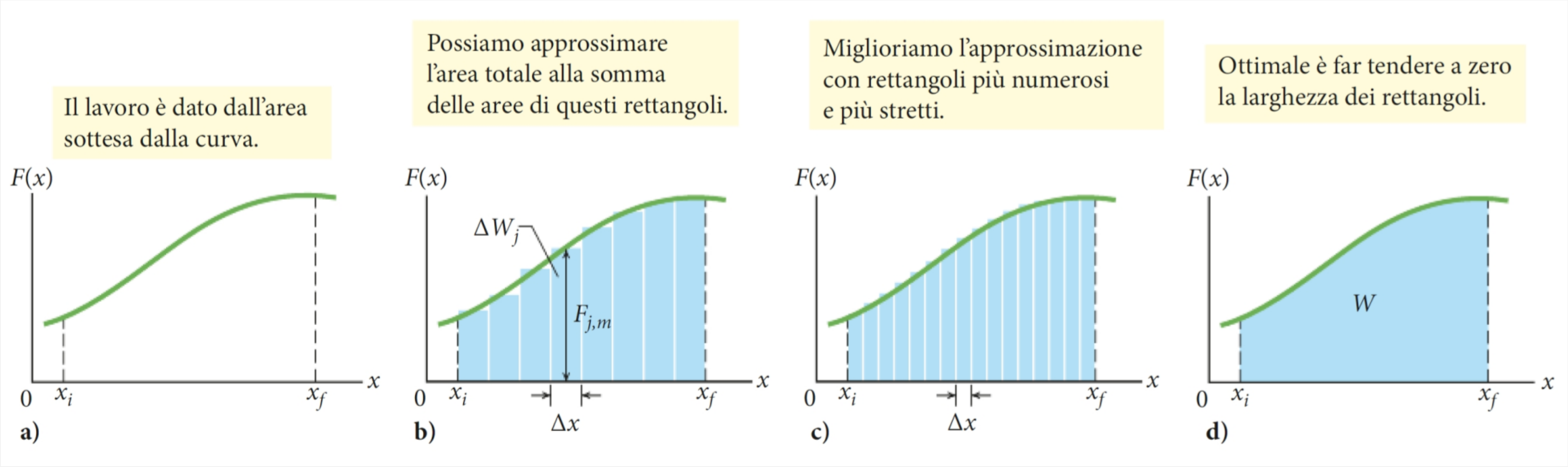
La molla esercita una forza nella direzione opposta (FORZA DI RICHIAMO, o FORZA ELASTICA), che tende a far tornare la molla alla sua lunghezza di equilibrio:

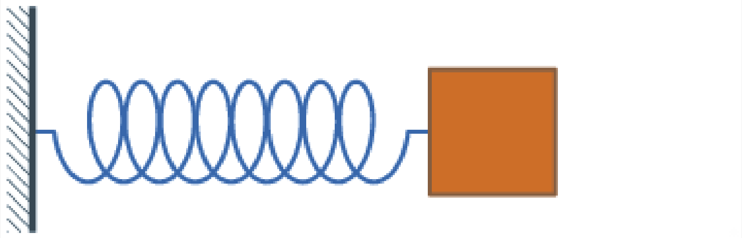
Legge di Hooke $\longrightarrow$ $F_S = -kx$

FORZA ELASTICA

La forza per comprimere/allungare la molla non è costante:

$$\Delta W_i = F_{i,x} \Delta x_i$$



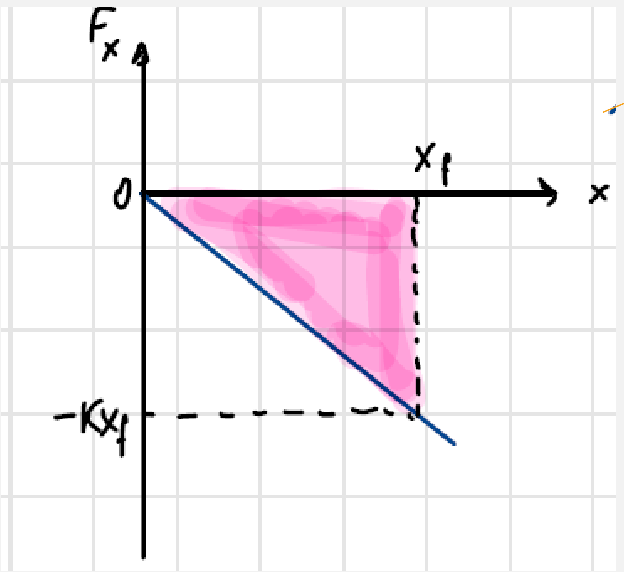


Il lavoro compiuto da una forza non costante $\vec{F}$ che agisce su un corpo il cui spostamento è $\Delta\vec{x}$:

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \sum F_{x,i} \Delta x_i = \int F_x dx$$

FORZA ELASTICA

$F = -Kx$



Il lavoro è pari all'area sottesa alla curva fra x_i e x_f → area del triangolo → $base = x_f = x, altezza = -kx_f = -kx$:

$$W = \frac{1}{2} base \times altezza = -\frac{1}{2}kx^2$$

$$W = \int F_x dx \longrightarrow W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_{x_i}^{x_f} \overset{F}{\boxed{-kx}} dx = -k \int_{x_i}^{x_f} x dx$$

Dato che: $\int x dx = \frac{1}{2}kx^2,$

$W = -\frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2)$ con $x_i = 0, x_f = x$

$$\boxed{W = -\frac{1}{2}kx^2}$$

In generale: $W_{elast} = \left(-\frac{1}{2}kx_f^2\right) - \left(-\frac{1}{2}kx_i^2\right) = \boxed{-\frac{1}{2}kx_f^2 + \frac{1}{2}kx_i^2}$

ENERGIA POTENZIALE ELASTICA

$W_{gravit.} = -mg\Delta y$

$\Delta U_{gravit.} = mg\Delta y$

La variazione dell'ENERGIA POTENZIALE ELASTICA è pari al lavoro compiuto dalla molla cambiato di segno:

$$\boxed{\Delta U_{elast} = -W_{elast}}$$

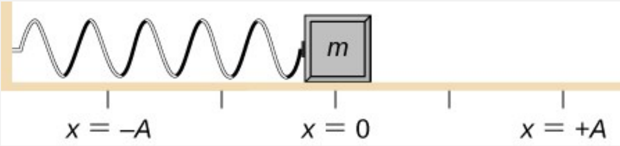
$$\Delta U_{elast} = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

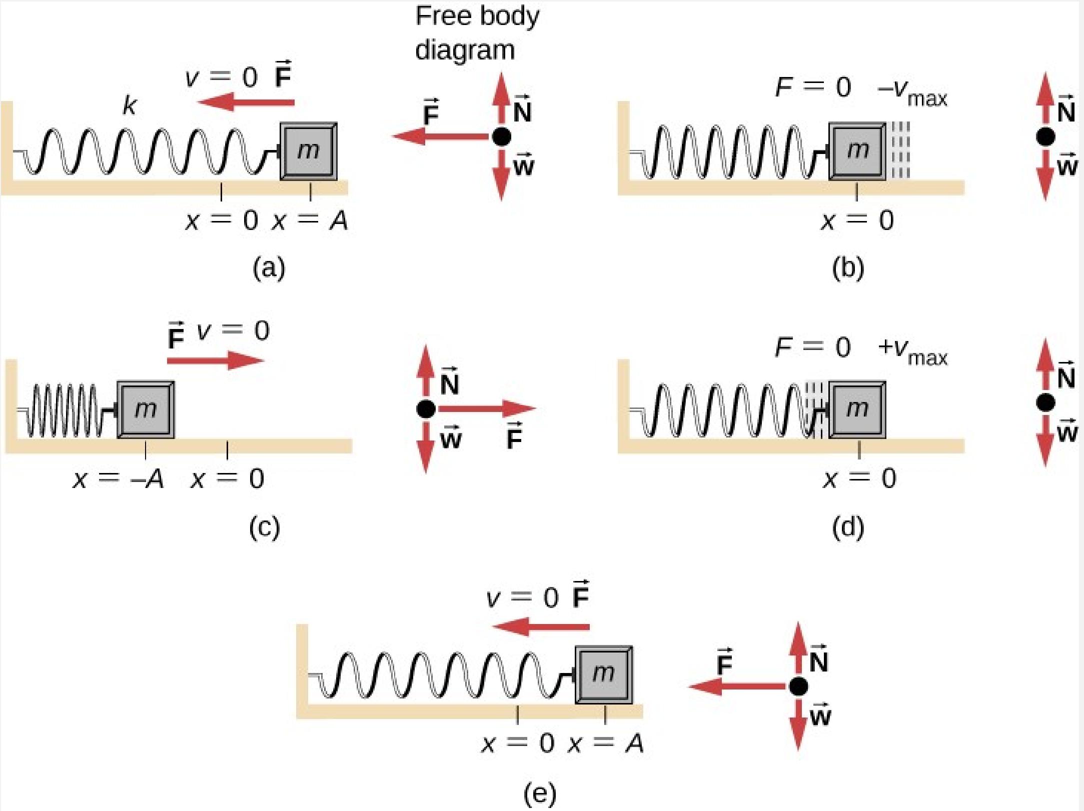
Considerando $U = 0$ alla posizione di equilibrio ($x = 0$):

$$U_{elast} = \frac{1}{2}kx^2$$

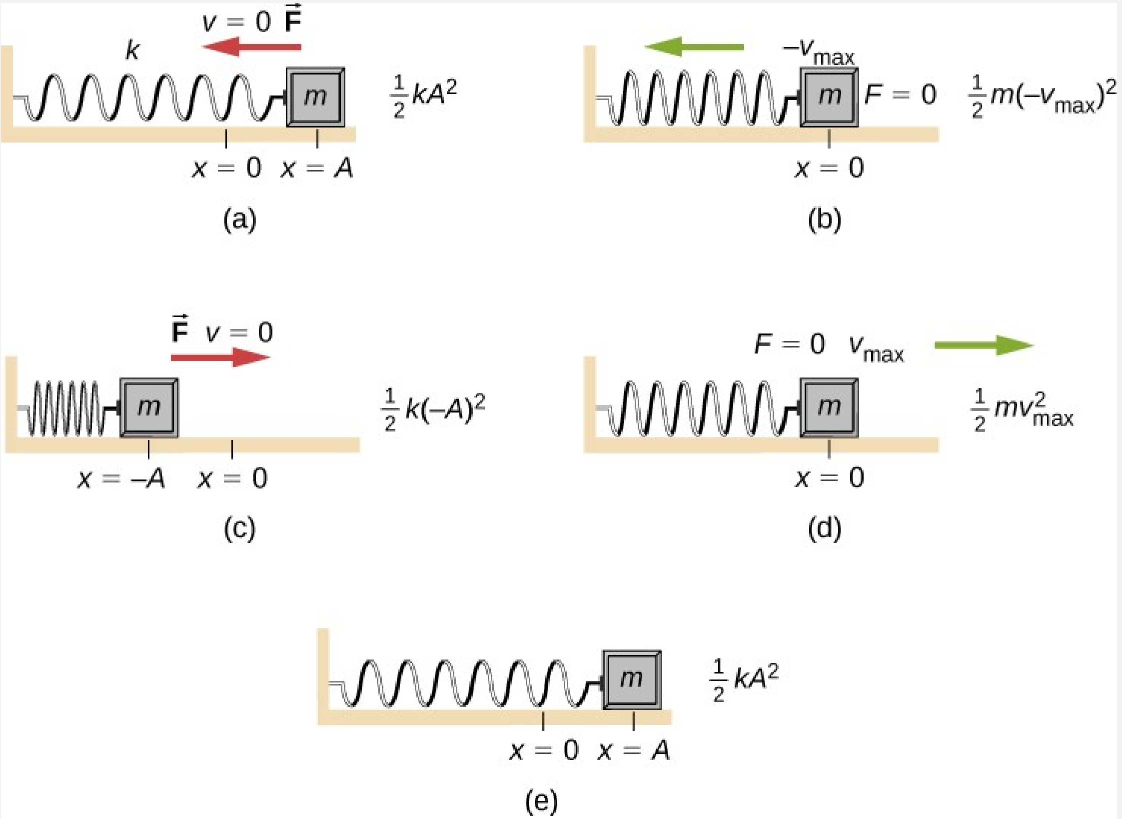
Energia potenziale elastica immagazzinata in una molla ideale

FORZA ELASTICA E ENERGIA POTENZIALE ELASTICA



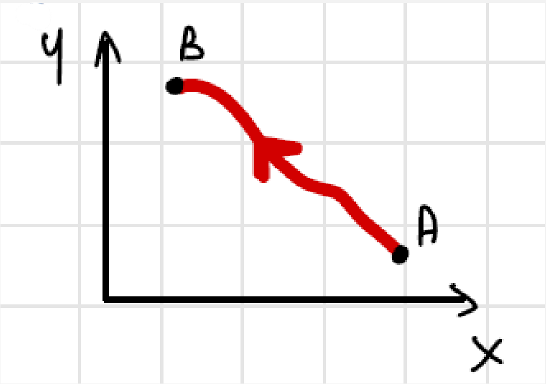


Analisi della forza elastica



Analisi dell’energia potenziale elastica

ENERGIA MECCANICA E SUA CONSERVAZIONE



Sia per forze conservative che per forze non conservative:

$$W_{A,B} = K(B) - K(A)$$

Solo per forze conservative:

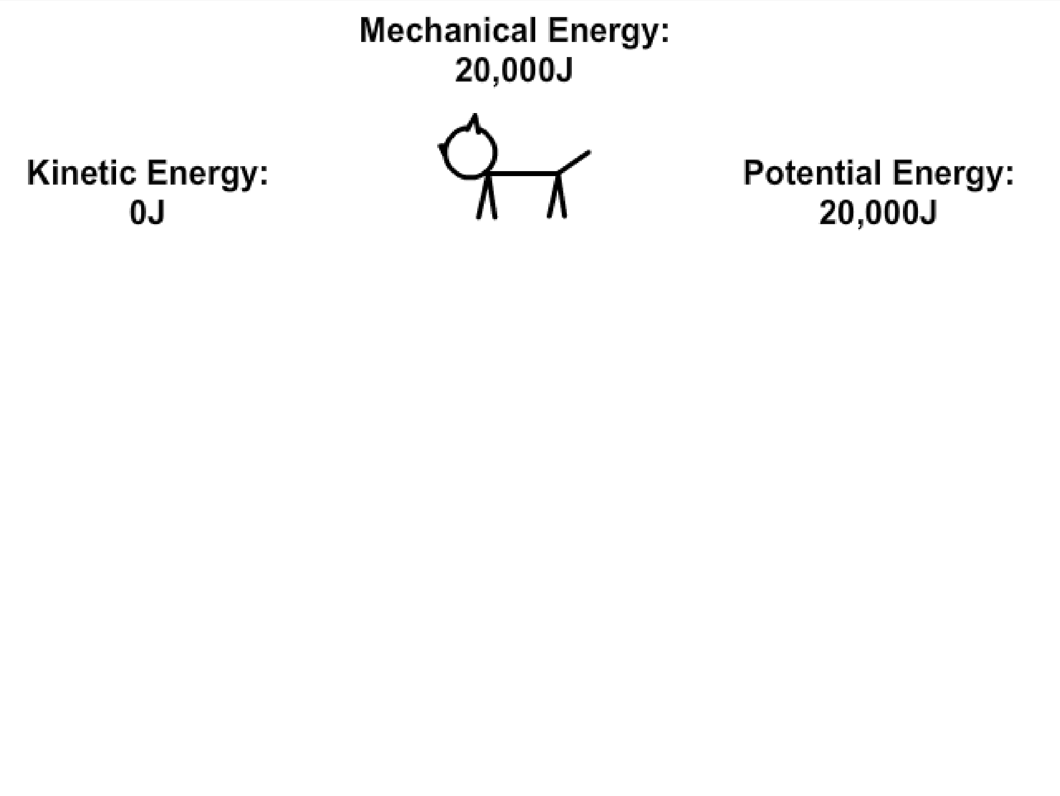
$$\begin{cases} W_{A,B} = U(A) - U(B) \leftarrow W \\ W_{A,B} = K(B) - K(A) \leftarrow \text{T. forze vive} \end{cases}$$

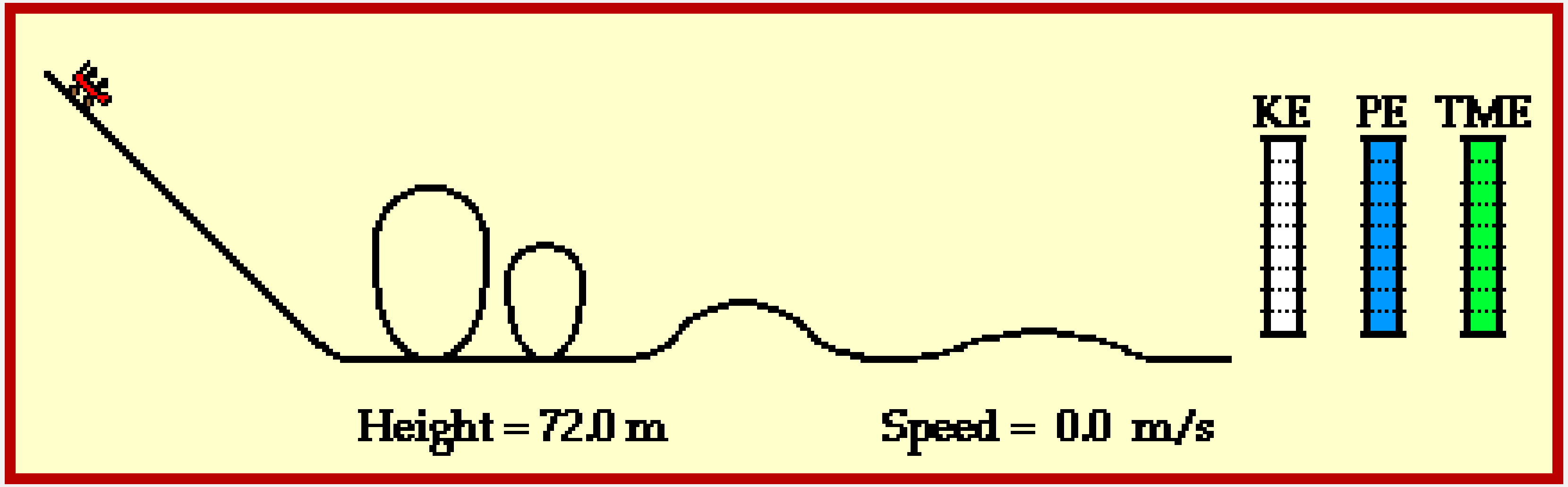
$$U(A) - U(B) = K(B) - K(A)$$

$$\boxed{U(A) + K(A) = U(B) + K(B)}$$

La somma di energia potenziale e energia cinetica prende il nome di ENERGIA MECCANICA

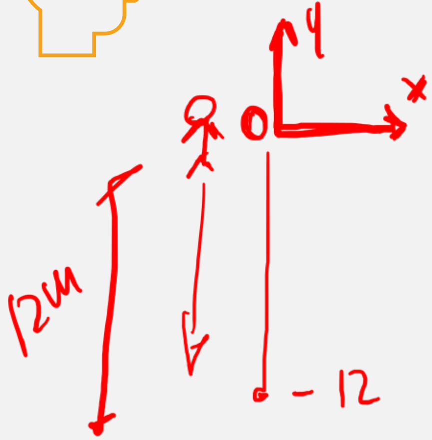
L'ENERGIA MECCANICA si conserva se siamo in un campo di forze conservative


Mechanical Energy:
20,000J
Kinetic Energy:
0J
Potential Energy:
20,000J


KE
PE
TME
Height = 72.0 m
Speed = 0.0 m/s

Esempio

Uno scalatore si cala da un dirupo di $12m$. Lo scalatore ha massa $60kg$ e si cala partendo da fermo, scivolando lungo una fune verticale. Arriva a terra con una velocità di $2m/s$: determinare l'energia dissipata dall'attrito nel contatto con la fune (il valore locale di g è $9.78\ N/kg$; ignorare la resistenza dell'aria).



$m = 60kg$

$v_i = 0m/s$

$v_f = 2m/s$

$g = 9.78\ m/s^2 = 9.78\ N/kg$

$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$

$= \frac{1}{2} \cdot 60kg \cdot (2m/s)^2 - 0 = +120J$

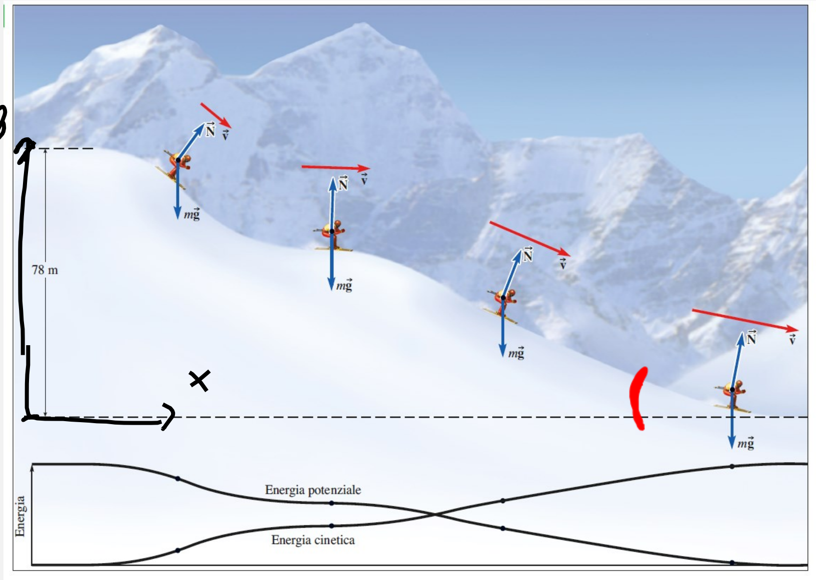
$\Delta U = \overbrace{mg\Delta y}^{U_f - U_i} = 60kg \cdot 9.78\ N/kg \cdot (-12\ m) = -7040J$

$W_{DISSIP.} = W_{FA} = \Delta E_{MECC} = \Delta K + \Delta U = +120J + (-7040J) = -6920J$

e. dissip. → attrito

Esempio

Una pista da sci ha un dislivello di $78\ m$. Uno sciatore inesperto, incapace di controllare la sua velocità, scende su questa pista. Trascurando le forze d'attrito e di resistenza dell'aria, quale sarà la sua velocità alla fine della pista?



$$U_i + K_i = U_f + K_f$$

$$mgh_i + \cancel{\frac{1}{2}mv_i^2} = \cancel{mgh_f} + \frac{1}{2}mv_f^2$$

$v_i = 0$ $\quad h_f = 0$

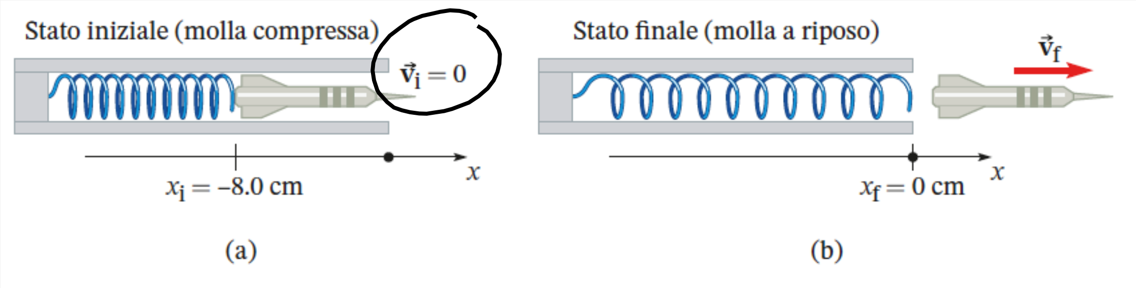
$$\cancel{m}gh_i = \frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2$$

$$gh_i = \frac{1}{2}v_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{2gh_i} = \sqrt{2 \cdot 9.8\,m/s^2 \cdot 78\,m}$$

$$= 39\,m/s$$

Esempio

In un fucile a molla che lancia freccette, la molla con $k = 400.0\ N/m$ viene compressa di $8.0\ cm$ quando viene inserita la freccetta (di massa $20.0\ g$). Qual è la velocità di uscita della freccetta quando al molla viene lasciata libera? Trascurare le forze d'attrito.



$U \leftrightarrow K$

el.

$\frac{1}{2}kx^2$ $\quad$ $\frac{1}{2}mv^2$

$$U_i + K_i = U_f + K_f$$

$$\frac{1}{2}kx_i^2 + \cancel{\frac{1}{2}mv_i^2} = \cancel{\frac{1}{2}kx_f^2} + \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow \frac{1}{2}kx_i^2 = \frac{1}{2}mv_f^2$$

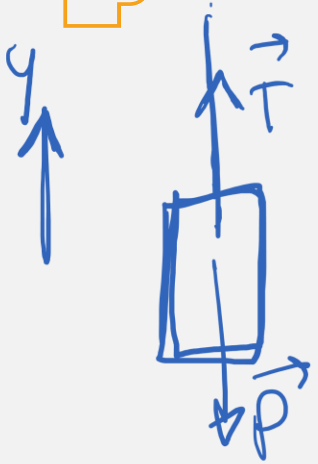
$v_i = 0$ $\quad$ $x_f = 0$

$$v_f = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}kx_i^2}{\frac{1}{2}m}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}\cdot 400\cdot(0.08)^2}{\frac{1}{2}\cdot 0.2\,kg}} =$$

$$v_f = \sqrt{\frac{k}{m}\cdot x_i^2} = \sqrt{\frac{400\,N/m}{0.02\,kg}\cdot 0.0064\,m^2} = 11\,m/s$$

Esempio

La cabina di un ascensore di massa $m = 500\ kg$ sta scendendo alla velocità $v_i = 4.0\ m/s$, quando il sistema di argani che ne controlla la discesa comincia a slittare, lasciandolo cadere con accelerazione costante $a = g/5$. a) determinare il lavoro fatto dalla forza peso durante la caduta di un tratto $d = 12\ m$; b) determinare, lungo il medesimo tratto, il lavoro svolto dalla forza di trazione T. c) determinare il lavoro totale sviluppato sulla cabina durante la caduta di $12\ m$. d) calcolare la variazione di energia cinetica della cabina alla fine della caduta di $12\ m$.



$m = 500\,Kg \qquad d = 12\,m$

$v_i = 4\ m/s$

$a = g/5$

$$W_P = \vec{P} \cdot \vec{d} = P d \cos\theta = m g d \cos\theta$$

$$500\,Kg \cdot 9.8\,m/s^2 \cdot 12\,m \cdot 1 \simeq 59\,KJ$$

$$W_T = \vec{T} \cdot \vec{d} = T d \cos\theta$$

$$\vec{F}_{TOT} = \vec{T} + \vec{P} = m\vec{a} \rightarrow \vec{T} = m\vec{a} - \vec{P}$$

$$T = -ma + mg = m(g-a) = 3920\,N$$

$$W_T = T d \cos\theta = 3920\,N \cdot 12\,m \cdot \cos 180^\circ = -47\,KJ$$

$$W_{TOT} = W_P + W_T = 59\,KJ - 47\,KJ = +12\,KJ$$

$$W_{TOT} = \Delta K = K_f - K_i$$

$+12\,KJ$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$K_i = 4000\,J$

$$K_f = \Delta K + K_i = 12\,KJ + 4\,KJ = +16\,KJ$$

$$K_f = \frac{1}{2} m v_f^2 \longrightarrow v_f = \sqrt{\frac{K_f}{1/2\, m}} = \sqrt{\frac{16\,KJ}{250\,Kg}} = ?$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x$$

$4\,m/s$ $\quad$ $9/s$ $\quad$ $12\,m$