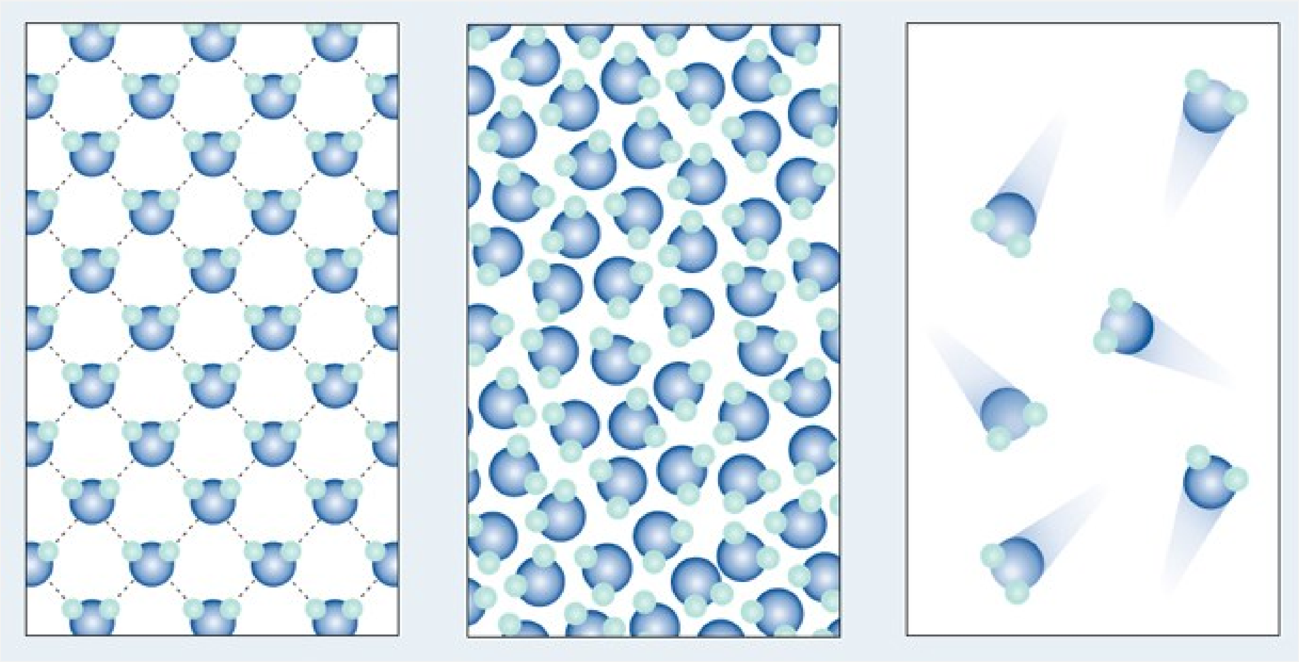
FLUIDI

- ☞**FLUIDOSTATICA**
- ☞**FLUIDODINAMICA**

FLUIDI



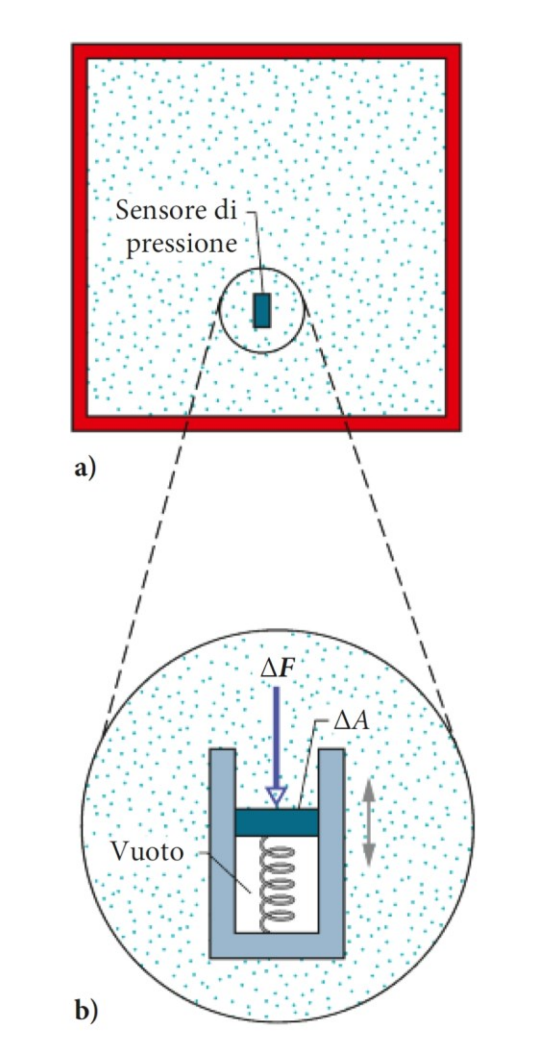
FLUIDO: materiale che non ha una forma propria, ma assume quella del recipiente che lo contiene → gas e liquidi



DENSITÀ

Tabella 1. Densità di alcune sostanze comuni (kg/m³)

Sostanza	Densità (kg/m³)
Aria	1,29
Ossigeno	1,43
Polistirolo espanso	100
Legno di balsa	120
Legno di ciliegio	800
Alcool etilico	806
Olio d'oliva	920
Ghiaccio	917
Acqua dolce	1000
Acqua di mare	1025
Legno d'ebano	1220
Alluminio	2700
Ferro	7860
Argento	10 500
Piombo	11 300
Mercurio	13 600
Oro	19 300

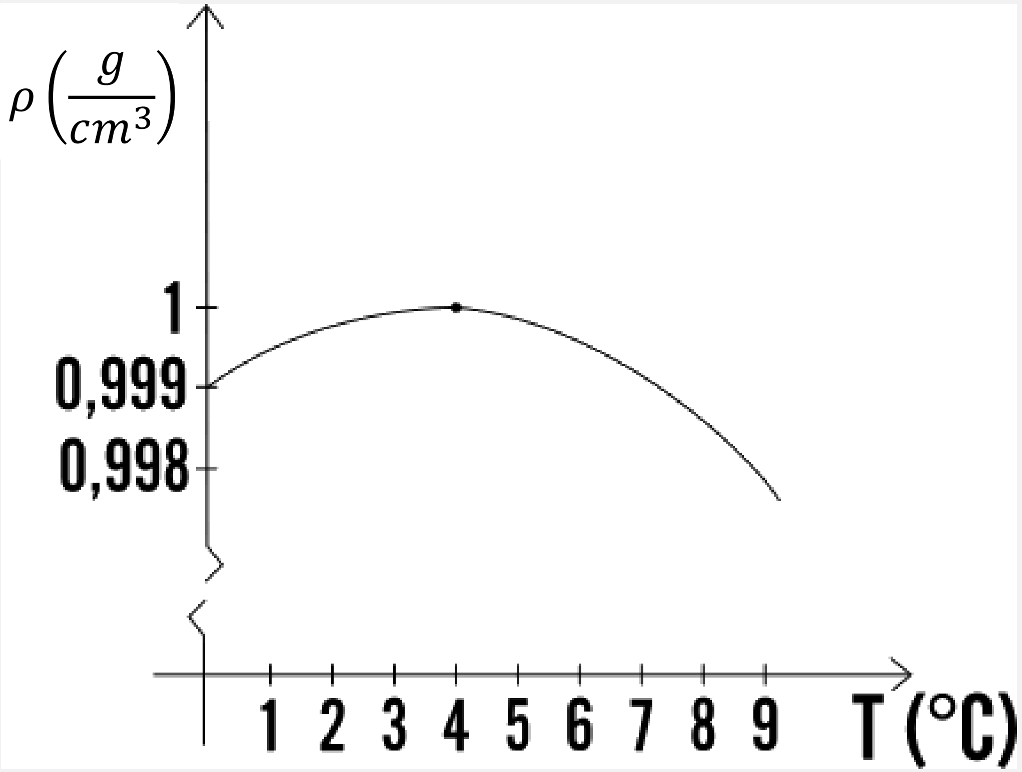


$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{m}{V}$$

densità uniforme

$$[\rho] = \frac{Kg}{m^3} \quad o \quad \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_{H_2O} = 1000\,\frac{Kg}{m^3} = 1000\,\frac{10^3 g}{(10^2 cm)^3} = 1000\ 10^{-3}\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 1\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$$



Densità allo stato solido > densità allo stato liquido

ECCEZIONE: ACQUA!

Fra 0°C e 4°C l'acqua assume un comportamento peculiare:

- Al punto di congelamento di 0°C, le molecole d'acqua ghiacciata sono più distanti fra loro, rendendo il ghiaccio più leggero e voluminoso
- Aumentando la temperatura, il reticolo cristallino si rompe → non c'è più il reticolo, ma le molecole sono organizzate in strutture più disomogenee
- A 4°C le molecole d'acqua si trovano strette al massimo fra loro → maggiore densità
- Sopra i 4°C, le molecole si muovono molto rapidamente, come in altri liquidi → la densità diminuisce

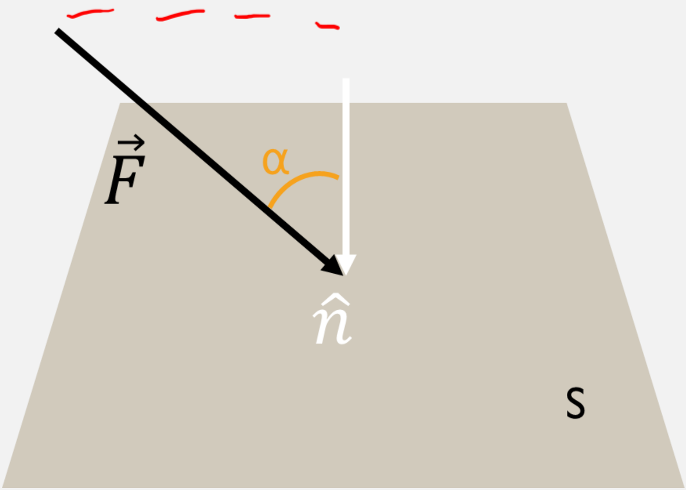
PRESSIONE

$$\boxed{P = \frac{\vec{F} \cdot \hat{n}}{S} = \frac{F cos\alpha}{S}}$$

Dove α è l'angolo tra $\vec{F}$ e $\hat{n}$

$$[P] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

La pressione è una grandezza scalare!



$F cos\alpha$ è la componente della forza ortogonale alla superficie S

La pressione di un fluido dipenderà dal punto in cui ci troviamo → dalla profondità a cui ci troviamo!

$$[P] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

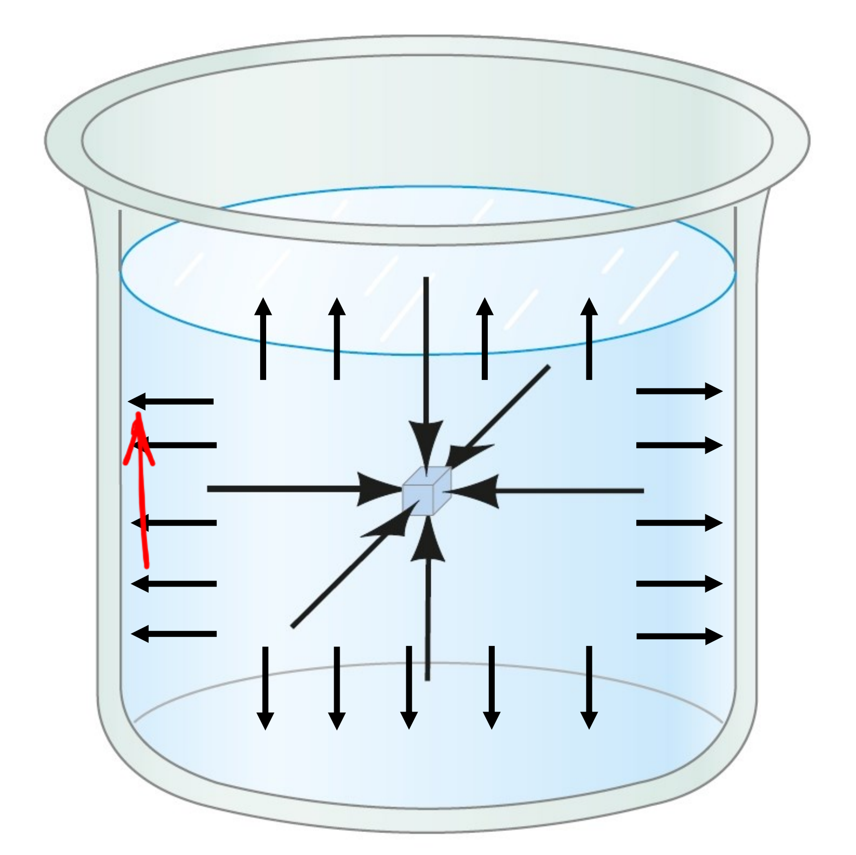


Tabella di conversione

	Atm	Bar	mbar	mmHg	Pa	MPa
Atm	1	1.013	1013	760	101325	0.1013
Bar	1.013	1	10^{-3}	750.062	10^{5}	10
mbar	1013	10^{3}	1	0.75006	10^{2}	10^{-4}
mmHg	760	0.00133	1.3322	1	133.222	7500.62
Pa	101325	10^{5}	10^{2}	0.0075	1	10^{6}
MPa	0.1013	10^{-1}	10^{-4}	7500.6	10^{6}	1

FLUIDOSTATICA

$\Sigma F = ma = 0$

Per ogni volumetto del fluido :

$$\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = 0$$

Le forze che agiscono su un volumetto di fluido sono:

<u>Forze di volume</u>

forza peso $mg = \rho V g$,

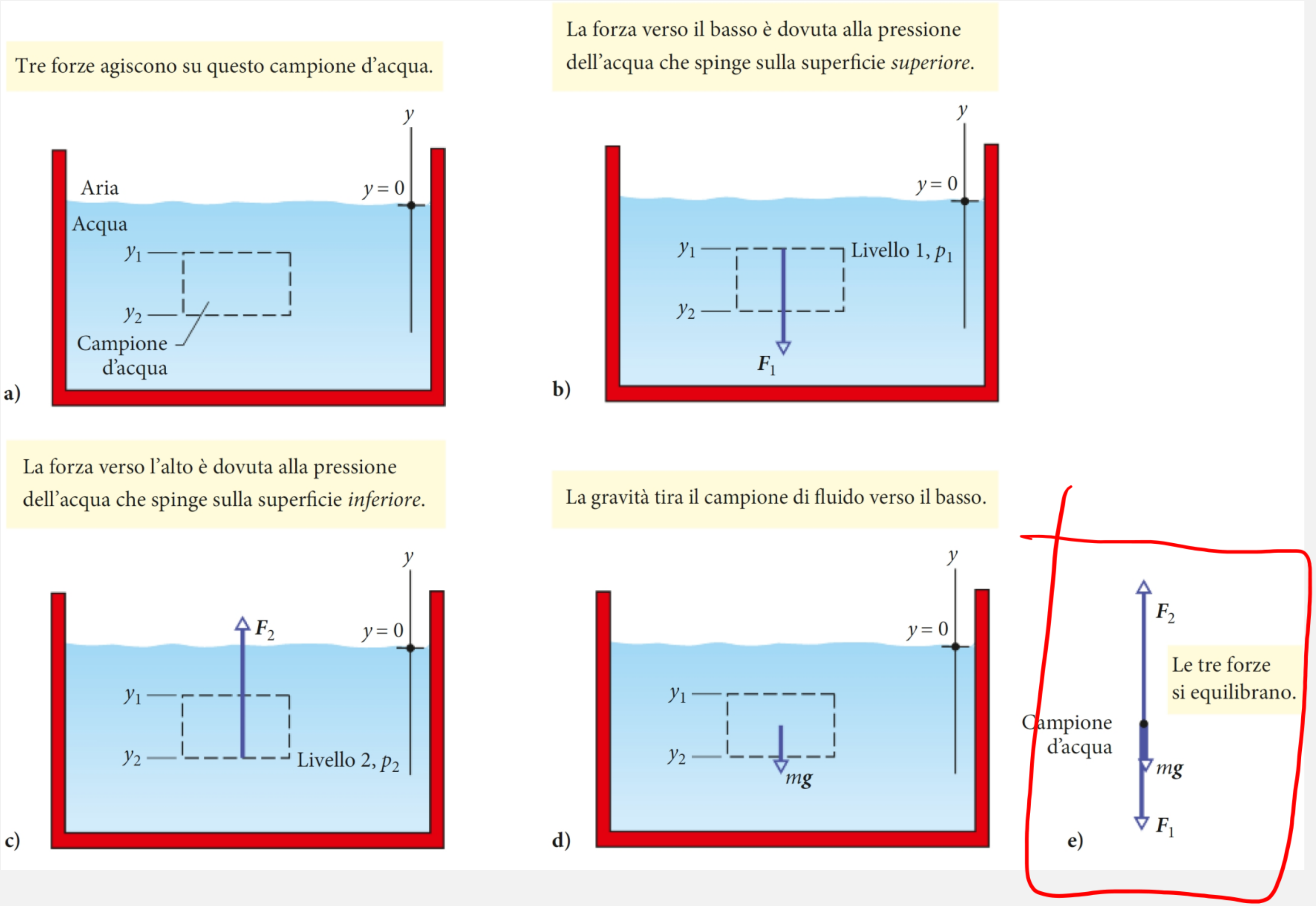
forza elettrica se le particelle sono ioni immersi in un campo elettrico esterno

<u>Forze di superficie</u>

forze di pressione $F_S = P \cdot S$

volumetto in equilibrio → la somma di tutte le forze di volume e di tutte le forze di superficie è uguale a 0

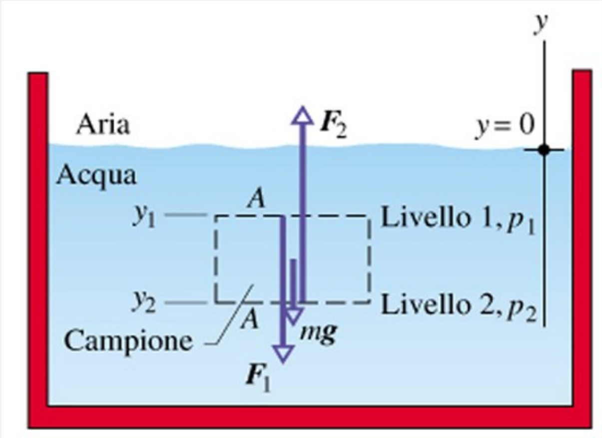
FLUIDOSTATICA



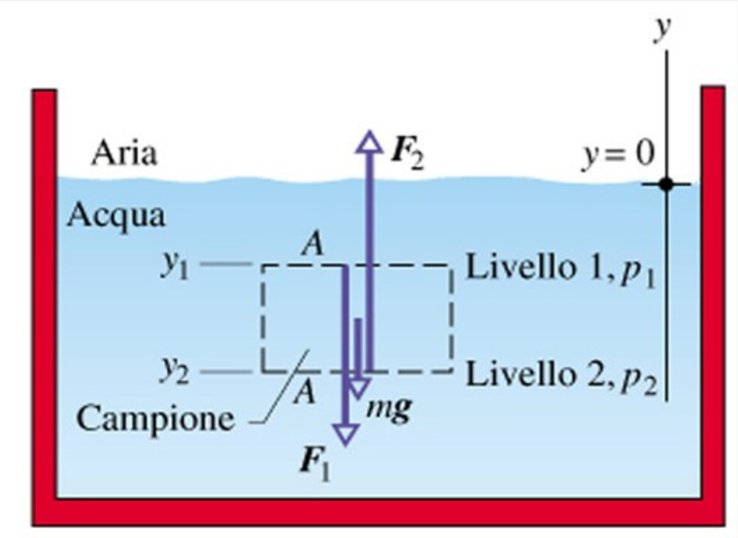
Sulla faccia superiore (Livello 1, profondità y_1) del parallelepipedo agisce una forza $|F_1| = p_1 \cdot A$ diretta verso il basso, forza di superficie

Sulla faccia inferiore (Livello 2, profondità y_2) del parallelepipedo agisce una forza $|F_2| = p_2 \cdot A$ diretta verso l'alto, forza di superficie

La forza di gravità, forza di volume, mg agisce sul centro di massa.



LEGGE DI STEVINO



IL PARALLELEPIPEDO È IN QUIETE, QUINDI LA RISULTANTE DELLE FORZE APPLICATE SU DI ESSO DEVE ESSERE UGUALE A 0

$$F_P = -mg \qquad F_1 = -p_1A \qquad F_2 = p_2A$$

$$0 = \vec{F}_P + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -mg - p_1A + p_2A$$

$$0 = -\rho V g - p_1A + p_2A$$

$$0 = -\rho\underline{(y_1 - y_2)}Ag - p_1A + p_2A$$

$$0 = -\rho(y_1 - y_2)g - p_1 + p_2$$

$$\boxed{p_2 = p_1 + \rho(y_1 - y_2)g}$$

$$\boxed{p_2 - p_1 = \rho(y_1 - y_2)g}$$

$y_1 - y_2 = h = \Delta y$

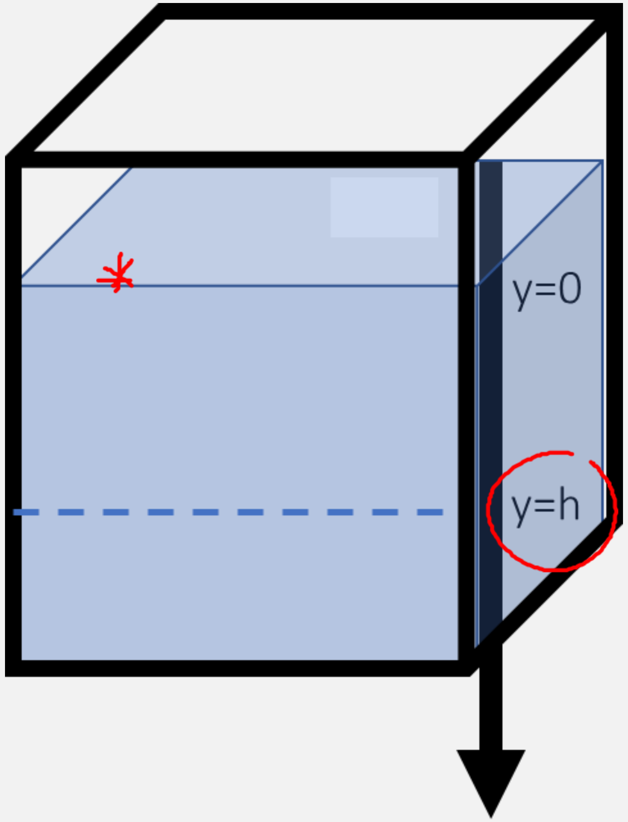
IN UN FLUIDO IN EQUILIBRIO LA VARIAZIONE DI PRESSIONE È PROPORZIONALE ALLA VARIAZIONE DI PROFONDITÀ E ALLA DENSITÀ DEL FLUIDO

LEGGE DI STEVINO

IN UN FLUIDO IN EQUILIBRIO LA VARIAZIONE DI PRESSIONE È PROPORZIONALE ALLA VARIAZIONE DI PROFONDITÀ E ALLA DENSITÀ DEL FLUIDO

- Questa è una legge generale valida per i fluidi (quindi anche per l'atmosfera terrestre)!
- <u>La pressione in un punto di un fluido in equilibrio statico dipende solo dalla profondità di quel punto</u>
- La pressione non dipende da nessuna delle dimensioni orizzontali del fluido o del suo contenitore

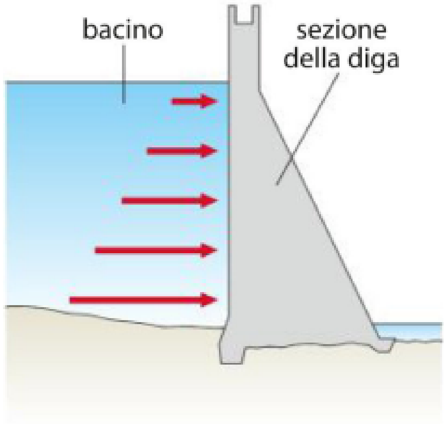
$$\boxed{p(h) = p_{ext} + \rho g h}$$



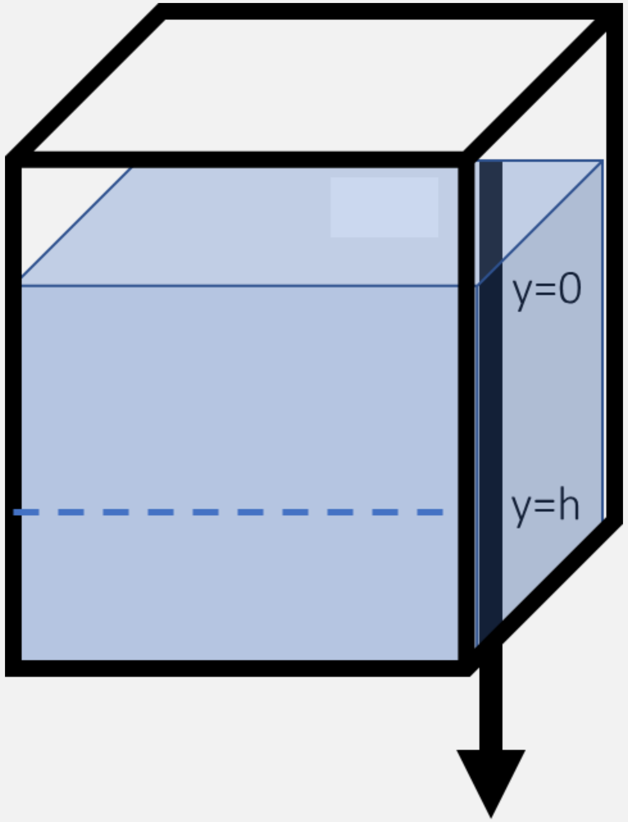
LEGGE DI STEVINO

IN UN FLUIDO IN EQUILIBRIO LA VARIAZIONE DI PRESSIONE È PROPORZIONALE
ALLA VARIAZIONE DI PROFONDITÀ E ALLA DENSITÀ DEL FLUIDO

La **pressione esercitata da un liquido** si trasmette sulle **pareti del recipiente** che lo contengono. La **pressione**, e quindi la **forza sulle pareti**, **aumenta con la profondità.**



Sulle pareti di una diga si esercitano forze che sono tanto più intense quanto maggiore è la profondità. Per questo motivo, lo spessore della diga deve aumentare verso il fondo.



$$p(h) = p_{ext} + \rho g h$$

PRINCIPIO DI PASCAL

UN CAMBIAMENTO DI PRESSIONE APPLICATO A UN FLUIDO INCOMPRIMIBILE CONFINATO VIENE TRASMESSO INALTERATO A OGNI PORZIONE DI FLUIDO E ALLE PARETI DEL RECIPIENTE CHE LO CONTIENE

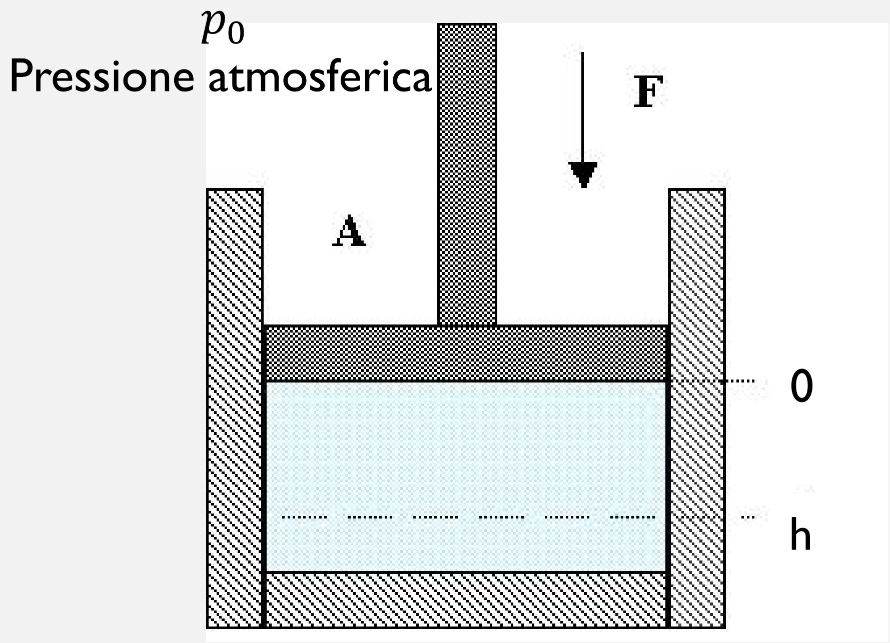
Questa è una immediata conseguenza della legge di Stevino

Senza pistone:

$$p(h) = p_0 + \rho g h$$

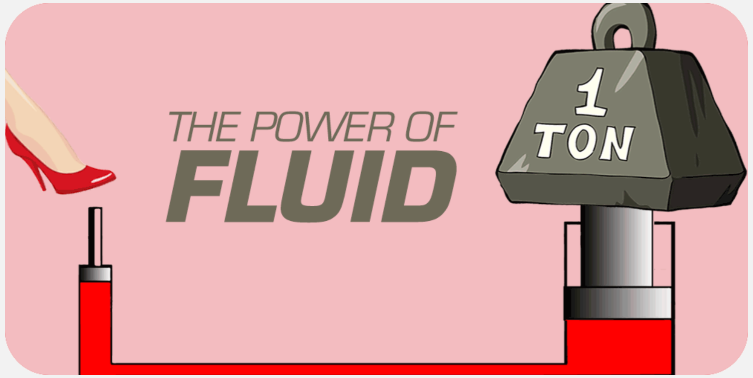
Con pistone:

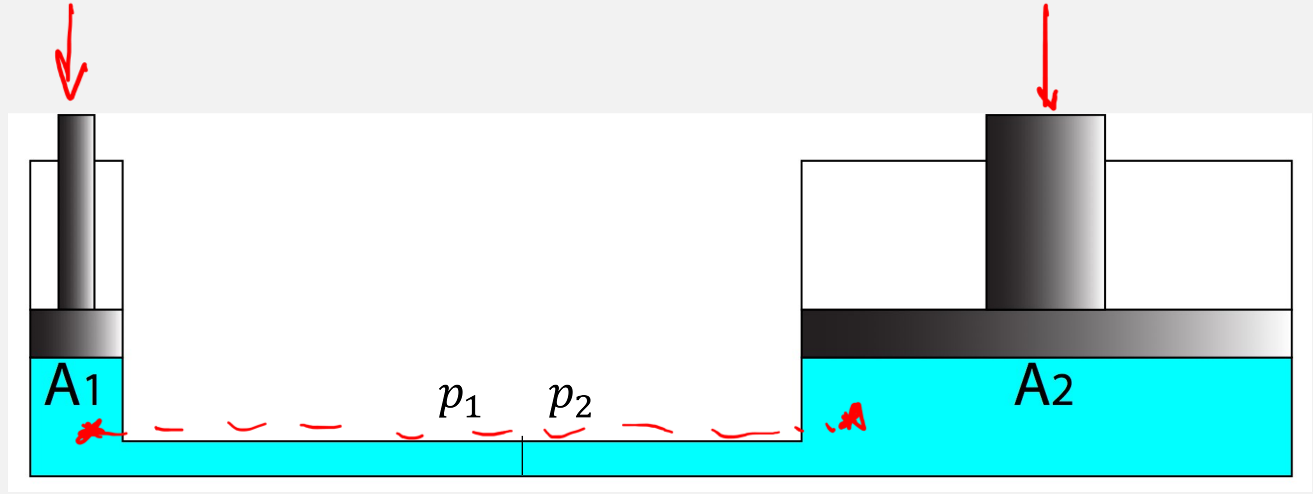
$$p(h) = p_{ext} + \rho g h = p_0 + \frac{F}{A} + \rho g h$$



PRINCIPIO DI PASCAL

UN CAMBIAMENTO DI PRESSIONE APPLICATO A UN FLUIDO INCOMPRIMIBILE CONFINATO VIENE TRASMESSO INALTERATO A OGNI PORZIONE DI FLUIDO E ALLE PARETI DEL RECIPIENTE CHE LO CONTIENE





in out

$$\cancel{p_0} + \frac{F_1}{A_1} + \cancel{\rho g h_1} = \cancel{p_0} + \frac{F_2}{A_2} + \cancel{\rho g h_2}$$

Nel caso in cui $h_1 = h_2$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \qquad F_1 = \frac{F_2 A_1}{A_2} \qquad \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_1}{A_2}$$

ESPERIENZA DI TORRICELLI

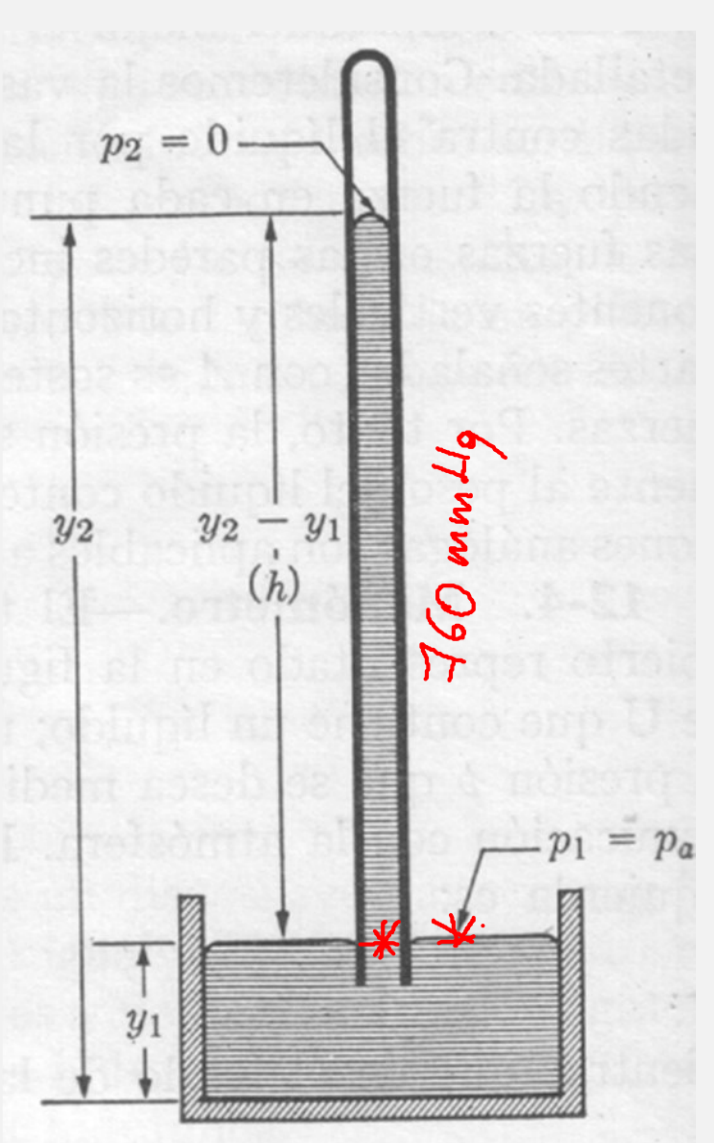
Kg/m³

$$\boxed{p = \rho g h = (13590 \bullet 9.8 \bullet 0.76)\ Pa \approx 101300\ Pa = \\ = 1.013 \bullet 10^5\ Pa = 1\ atm}$$

$$p_1 = p_a + \rho g h$$

$$p_1^* = \rho g h + p_{ext}$$

1 atm = 760 mmHg



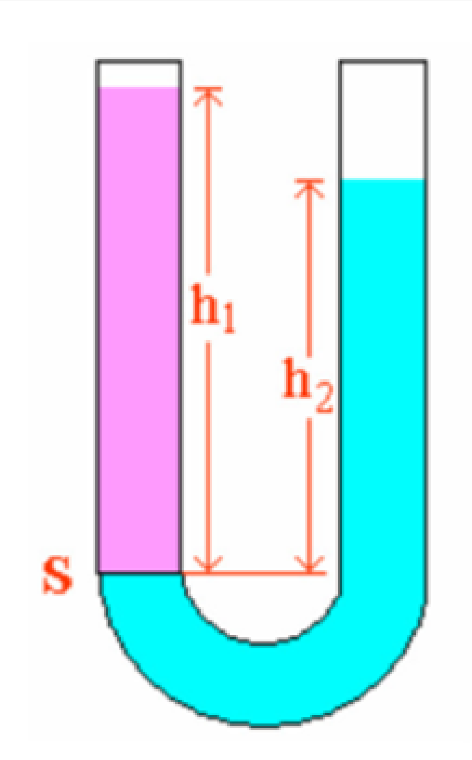
$$h_{H_2O} = \frac{1.013 \cdot 10^5}{9.8 \cdot 10^3} = \underline{10.337\ m}$$

VASI COMUNICANTI

DUE LIQUIDI NON MISCIBILI IN VASI COMUNICANTI RAGGIUNGONO ALTEZZE

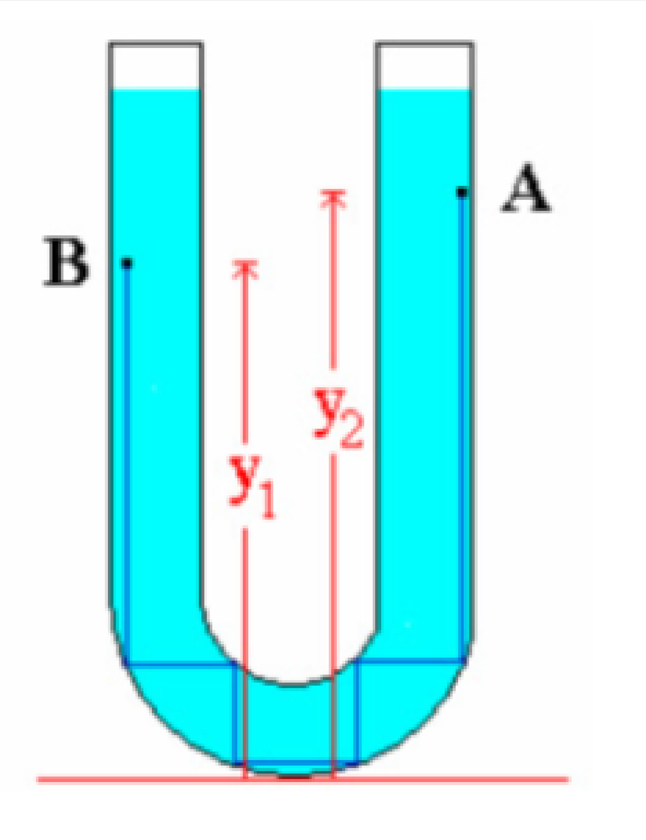
INVERSAMENTE PROPORZIONALI ALLE PROPRIE DENSITÀ

Conseguenza della legge di Stevino



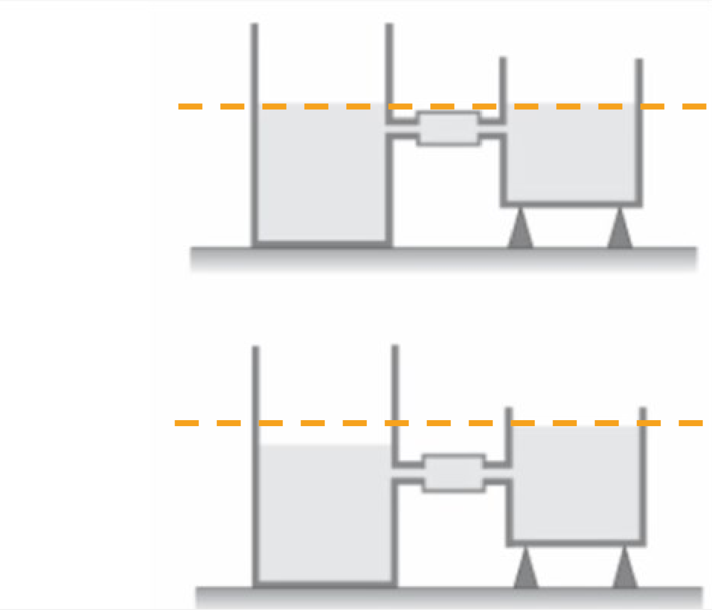
$$\cancel{P_0}+\rho_1 g h_1 = \cancel{P_0}+\rho_2 g h_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1}=\frac{h_1}{h_2}$$

VASI COMUNICANTI



$$\boxed{p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1)}$$

$$p_2 = p_1 \qquad y_2 = y_1$$

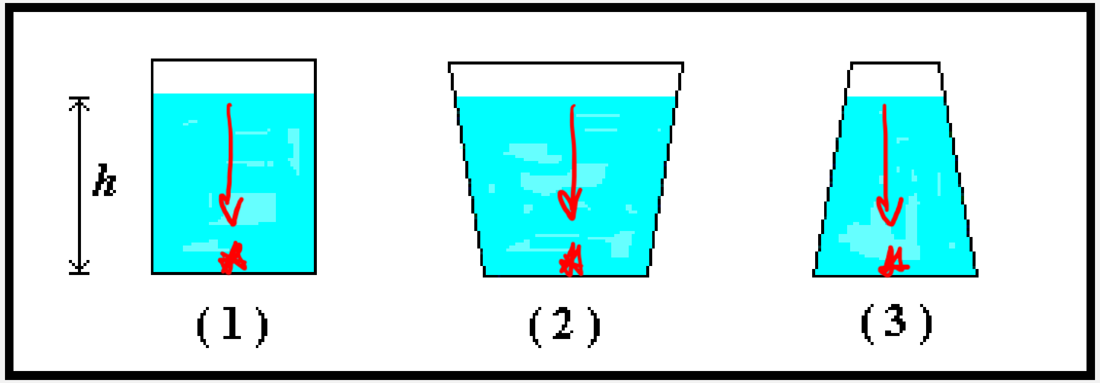


Equilibrio

Non Equilibrio

VASI COMUNICANTI E PARADOSSO IDROSTATICO

<u>Il valore della pressione in un punto all'interno di un liquido contenuto in un recipiente non dipende dalla forma di quest'ultimo</u>



I tre recipienti sono diversi, ma hanno ugual base e sono riempiti fino ad una altezza *h*.
La pressione sul fondo di ogni recipiente dovuta al peso del liquido, secondo la legge di Stevino, assume lo stesso valore

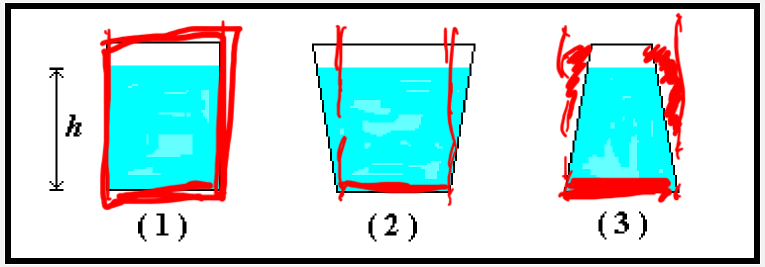
$$\rho g h$$

La forza che agisce sul fondo è pari a

$$F = p \cdot A$$

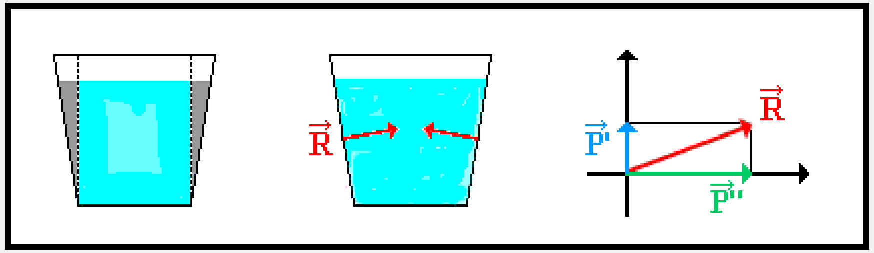
$$F = \rho g h \cdot A = \rho g V = m g = P$$

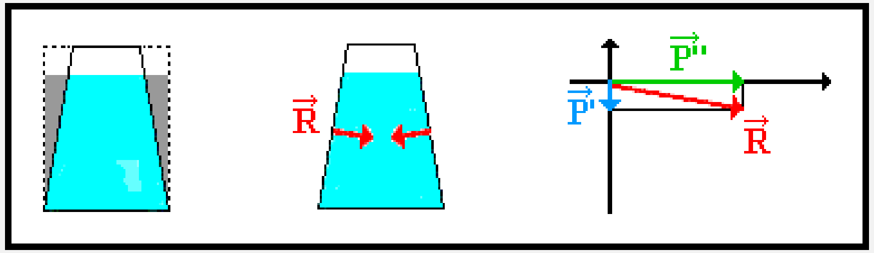
VASI COMUNICANTI E PARADOSSO IDROSTATICO

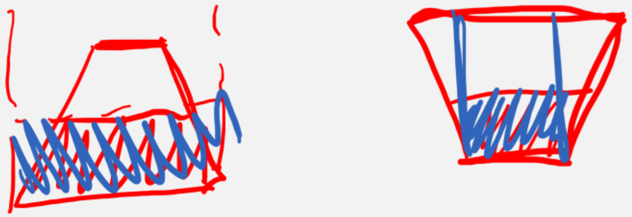


$$F = \rho g h \cdot A = \rho g V = mg = P$$

Paradosso idrostatico: pur essendo il peso del liquido contenuto nei vari recipienti diverso a seconda dei casi, la forza esercitata sul fondo è uguale per tutti e tre i casi e pari al peso del liquido nel recipiente (1)

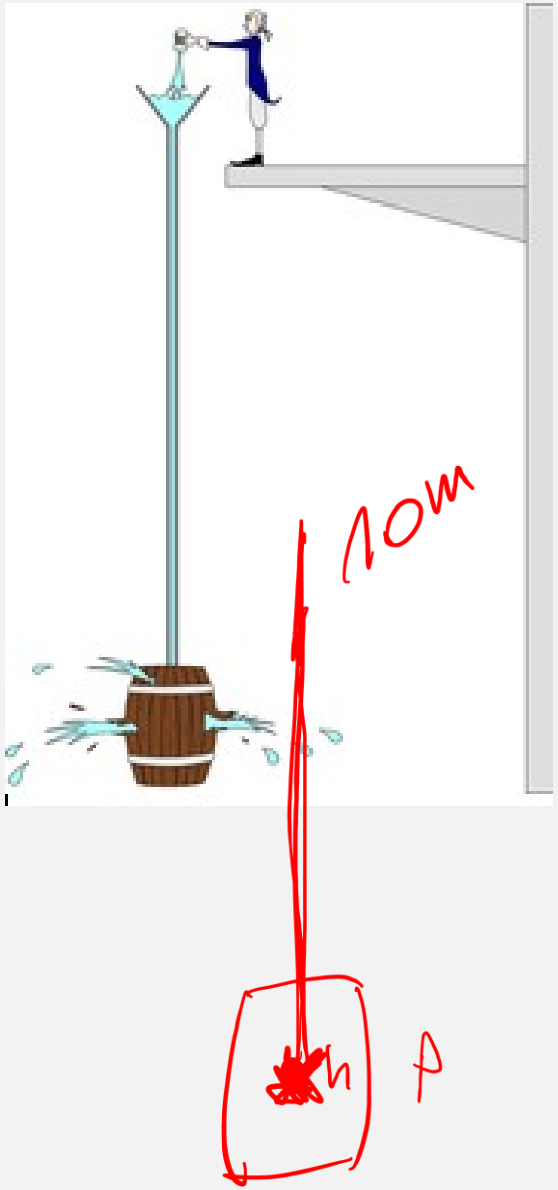


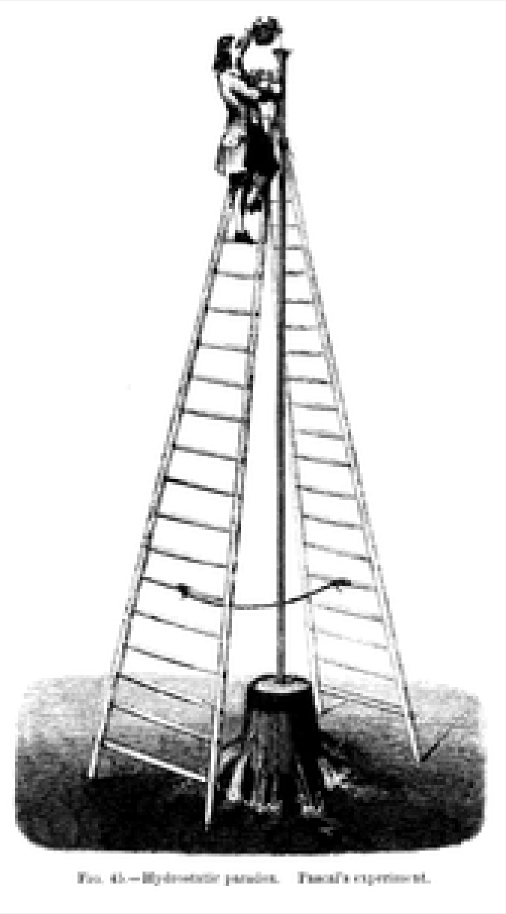




PARADOSSO IDROSTATICO

Dimostrazione del Paradosso idrostatico: la botte di Pascal





MISURA DELLA PRESSIONE

Manometro a tubo aperto

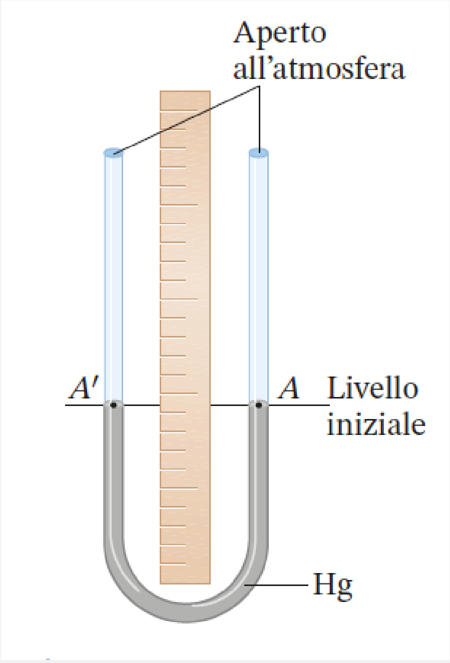
Misura della pressione relativa di un gas

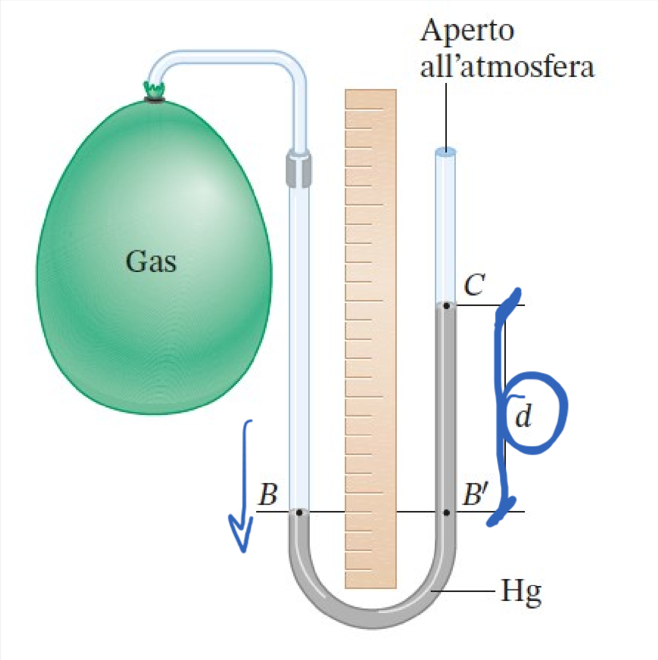
$$P_B = P_{B'} = P_C + \rho g d$$

$$\Delta P = P_B - P_C = \rho g d$$

La differenza d tra i livelli di mercurio è una misura della differenza di pressione

$$P_{rel} = P_{ass} - P_{atm}$$



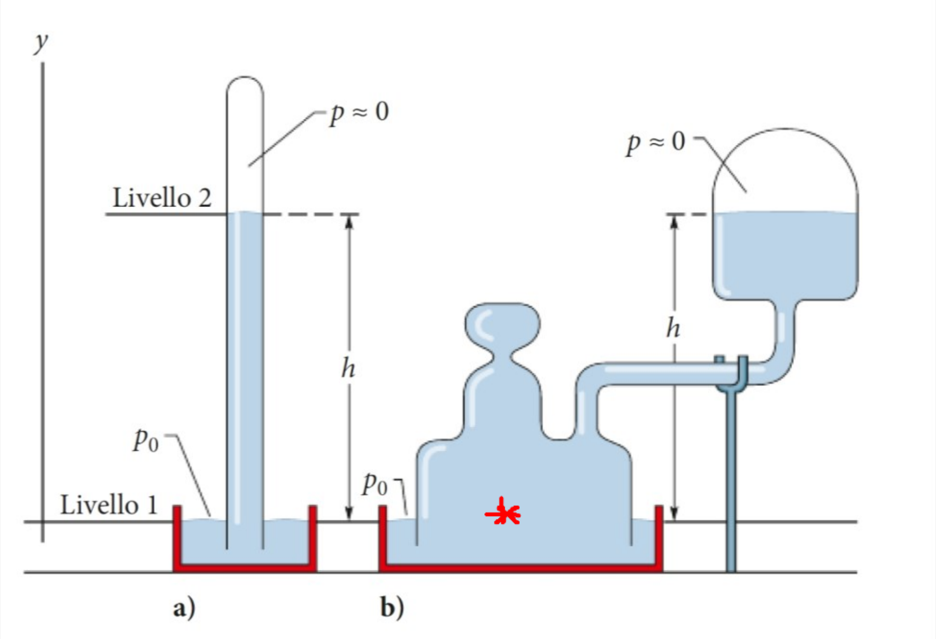


$p B = p B'$

$\boxed{\text{pallonc.}}$

$p_{atm} + \rho g d$

MISURA DELLA PRESSIONE



Barometro a mercurio

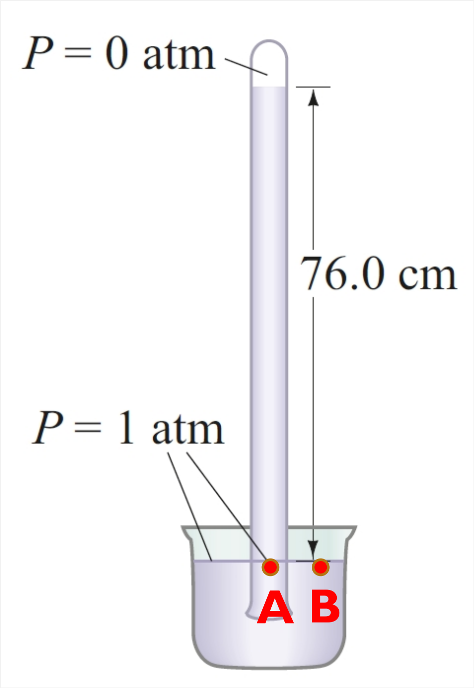
$y_1 = 0$ $\qquad$ $y_2 = h$

$p_1 = p_0$ $\qquad$ $p_2 = 0$

$$p_0 = \rho g h$$

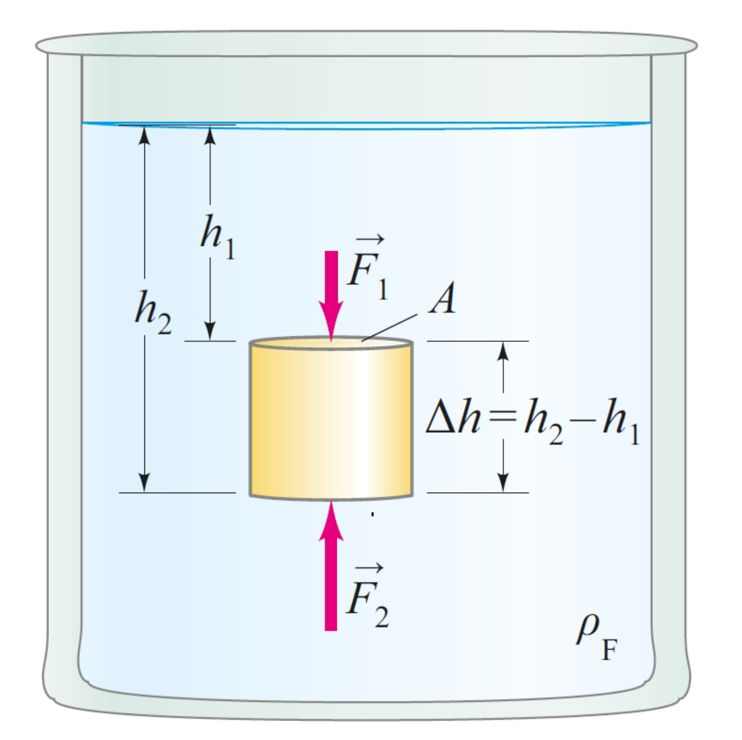
I due punti A e B si trovano alla stessa altezza nel mercurio e quindi devono avere la stessa pressione. Il punto B si trova alla pressione atmosferica perché la bacinella è aperta ($P_B = P_{atm}$). Il punto A si trova ad una pressione che è invece definita dalla legge di Stevino $P_A = \rho g d$. La distanza dal punto A al punto B è la pressione atmosferica:

$$p_{atm} = P_B = P_A = \rho g d$$



PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

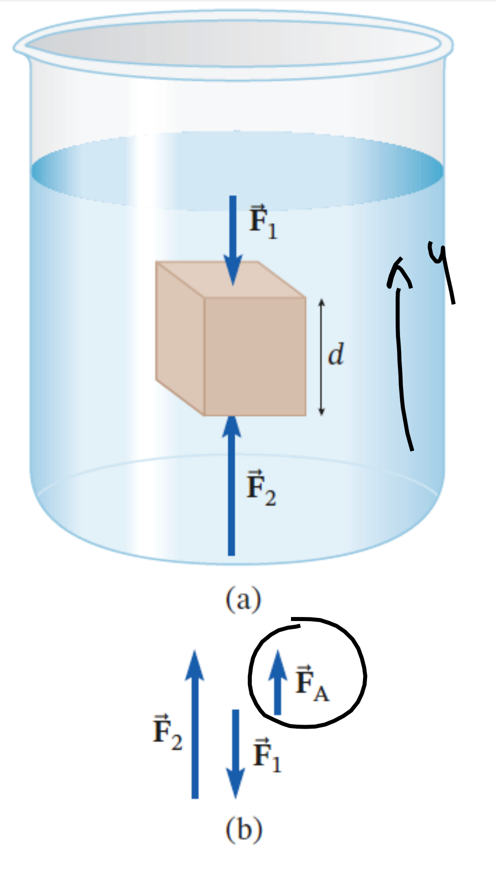
Un fluido esercita una forza di galleggiamento verso l'alto su un oggetto sommerso uguale in intensità al peso del volume del fluido spostato dall'oggetto



Il fluido esercita una pressione $p_1 = \rho_F g h_1$ contro la superficie superiore del cilindro

La forza dovuta a questa pressione → $F_1 = p_1 A = \rho_F g h_1 \mathrm{A}$ → verso il basso

Il fluido esercita una forza diretta verso l'alto sulla superficie inferiore del cilindro →$F_2 = p_2 A = \rho_F g h_2 \mathrm{A}$



La FORZA RISULTANTE causata dalla pressione del fluido (FORZA DI SPINTA IDROSTATICA) agisce verso l'alto:

$$F_A = F_2 - F_1 = \rho_F g h_2 \mathrm{A} - \rho_F g h_1 \mathrm{A}$$

$$= \rho_F g \mathrm{A}(h_2 - h_1)$$

$$= \rho_F g \underbrace{\mathrm{A}(\Delta h)}$$

$$= \rho_F g V$$

$$= m_F g$$

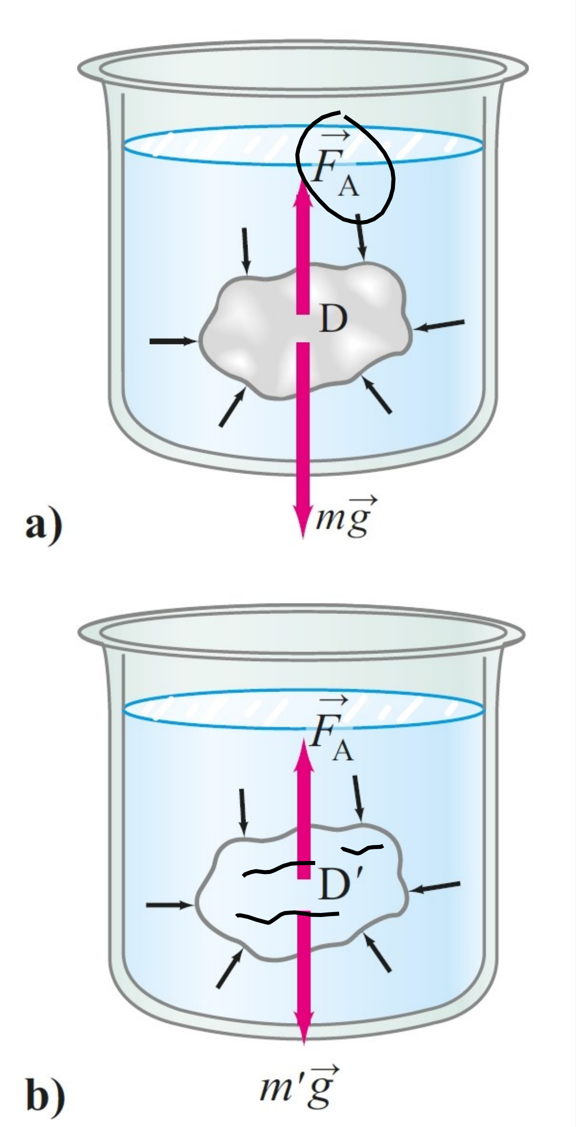
$V = A\Delta h$
Volume del cilindro

$\rho_F V$
Massa del fluido spostato

Peso del fluido che occupa un volume uguale a quello del cilindro

La spinta idrostatica esercitata sul cilindro è uguale al peso del fluido spostato dal cilindro stesso

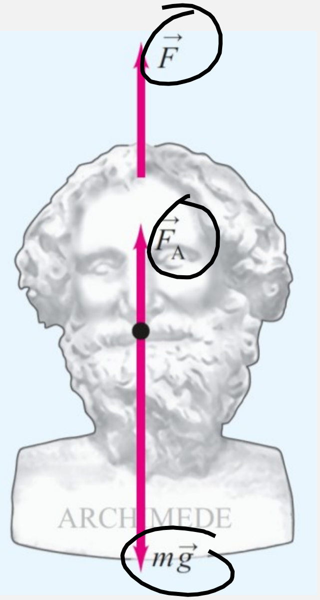
PRINCIPIO DI ARCHIMEDE



Un fluido esercita una forza di galleggiamento verso l'alto su un oggetto sommerso uguale in intensità al peso del volume del fluido spostato dall'oggetto

Esempio

Una scultura di 70 kg giace sul fondo del mare. Il suo volume è $3.0 \cdot 10^4$ cm³. Che forza è necessaria per sollevarla (senza accelerazione)?



$m = 70\,kg$

$V = 3 \cdot 10^4\,cm^3$

y

$$\sum F = m \cdot \cancel{a} = 0$$

$$\vec{F} + \vec{F}_A + \vec{P} = 0$$

$$F + F_A - P = 0$$

$$F = P - F_A$$

$$P = mg = 70\,kg \cdot 9.8 = 690\,N$$

$$F_A = \rho_F V_F g = 1025\,kg/m^3 \cdot 3 \cdot 10^{-2}\,m^3 \cdot 9.8 = 300\,N$$

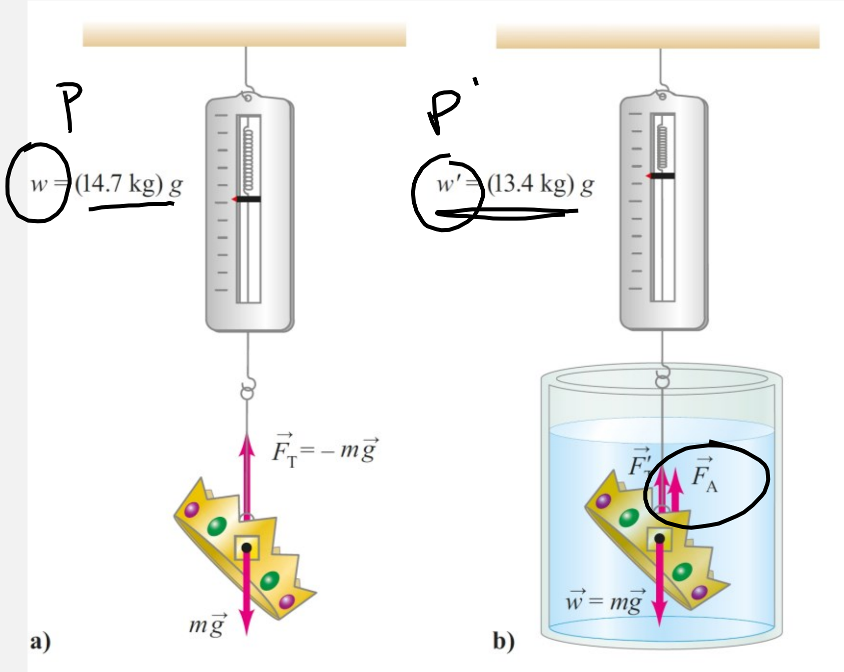
$$F = 690\,N - 300\,N = 390\,N$$

$$\boxed{\overset{F}{390\,N} / \overset{g}{9.8\,m/s^2} = \overset{m}{40\,kg}}$$

"è come se"

Esempio

La corona è d'oro? Quando una corona di massa 14.7 kg è immersa in acqua, una bilancia precisa indica solo 13.4 kg. L'oro ha una densità relativa (rapportata rispetto all'acqua a 4°C) di 19.3.



$w = F_T = mg$

$w' = w - F_A$

$w - w' = F_A$

$$\begin{cases} w = mg = \rho_o V g \\ w - w' = F_A = \rho_F V g \end{cases}$$

$$\frac{w}{w-w'} = \frac{\rho_o \cancel{V} \cancel{g}}{\rho_F \cancel{V} \cancel{g}}$$

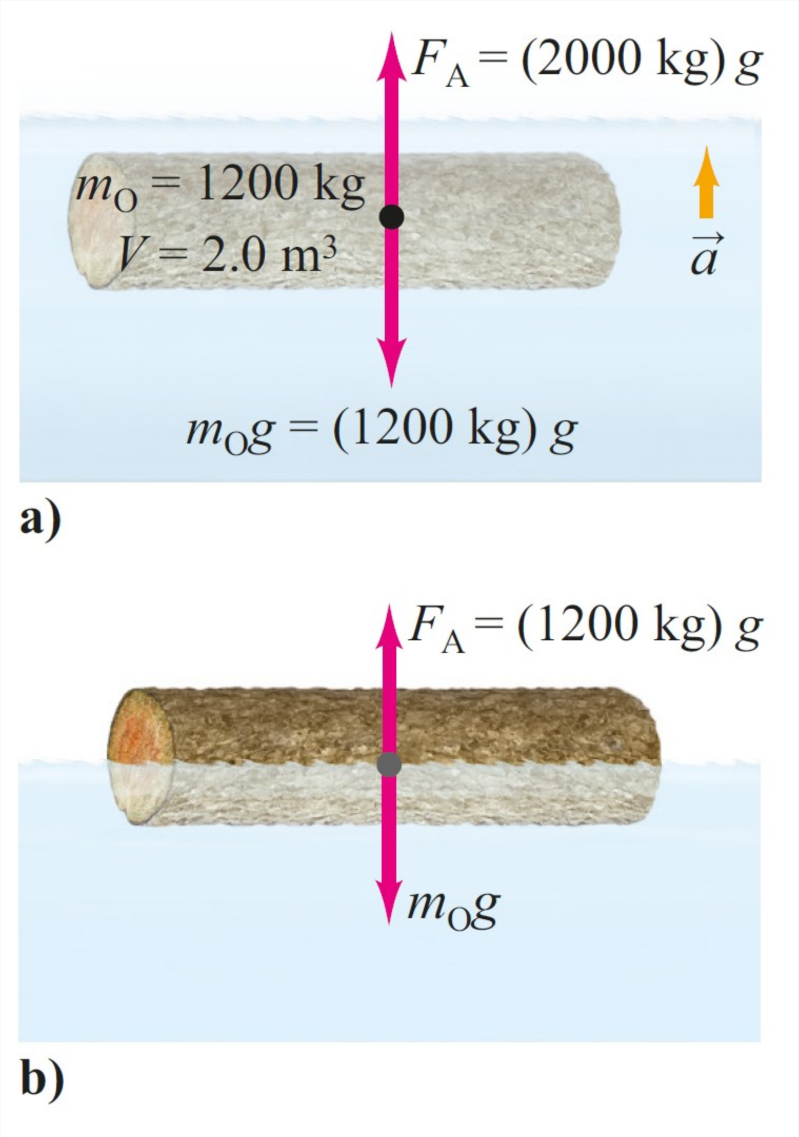
$$\frac{w}{w-w'} = \boxed{\frac{\rho_o}{\rho_F}} = 19.3$$

DENSITÀ RELATIVA

$$\frac{14.7\,\text{Kg} \cdot \cancel{g}}{14.7\,\text{Kg} \cdot \cancel{g} - 13.4\,\text{Kg} \cdot \cancel{g}} \neq 19.3 \quad \boxed{= 11.3}$$

NON È ORO!

GALLEGGIAMENTO



Tronco completamente immerso:

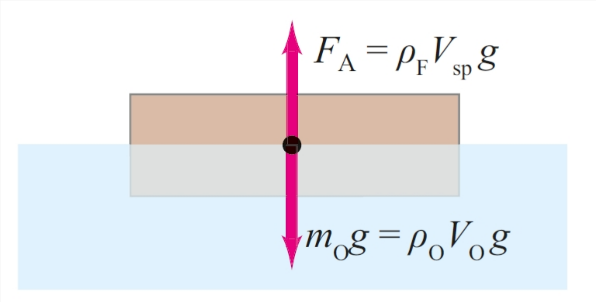
$$F_A > m_o g \;\rightarrow\; \rho_F V g > \rho_o V g \;\rightarrow\; \rho_F > \rho_o$$

Tronco che galleggia:

$$F_A = m_o g \;\rightarrow\; \rho_F V_{f.sp} g = \rho_o V_o g \;\rightarrow\; \frac{V_{f.sp}}{V_o} = \frac{\rho_o}{\rho_F}$$

La percentuale di un oggetto immerso è data dal rapporto tra densità dell’oggetto e densità del fluido

FORZA DI ARCHIMEDE E DENSITÀ



$$F_P = m_{corpo} \cdot g = \rho_{corpo} \cdot V_{corpo\ tot} \cdot g \qquad F_A = \rho_{fluido} \cdot V_{corpo\ imm} \cdot g$$

1. Se $F_P > F_A$ $\rightarrow$ $\rho_{corpo} \cdot V_{corpo\ tot} \cdot g > \rho_{fluido} \cdot V_{corpo\ imm} \cdot g$

$$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} > \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}}$$

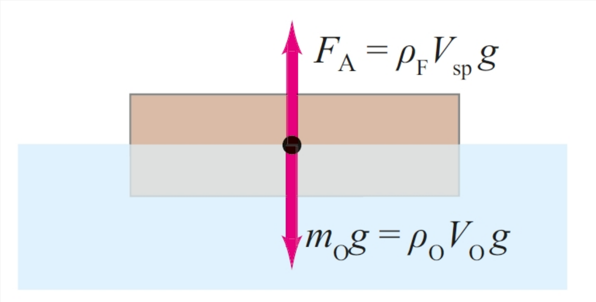
Il corpo affonda! $\rightarrow$ $V_{corpo\ imm} = V_{corpo\ tot}$

$$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} > \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}} = 1$$

$a \neq 0$

$\boxed{\rho_{corpo} > \rho_{fluido}}$ Il corpo affonda

FORZA DI ARCHIMEDE E DENSITÀ



$$F_P = m_{corpo} \cdot g = \rho_{corpo} \cdot V_{corpo\ tot} \cdot g$$

$$F_A = \rho_{fluido} \cdot V_{corpo\ imm} \cdot g$$

2. Se $F_P = F_A$ → $\dfrac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} = \dfrac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}}$

Equilibrio e completamente immerso:

$$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} = \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}} = 1$$

$$\boxed{\rho_{corpo} = \rho_{fluido}}$$

Corpo immerso in equilibrio

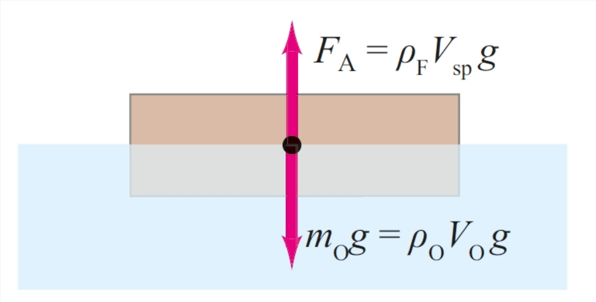
Equilibrio e parzialmente immerso:

$$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} = \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}} < 1$$

$$\boxed{\rho_{corpo} < \rho_{fluido}}$$

Corpo galleggia in equilibrio

FORZA DI ARCHIMEDE E DENSITÀ



$$F_P = m_{corpo} \cdot g = \rho_{corpo} \cdot V_{corpo\ tot} \cdot g \qquad F_A = \rho_{fluido} \cdot V_{corpo\ imm} \cdot g$$

3. Se $F_P < F_A$ → $$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} < \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}}$$

Poiché il corpo immerso tende a risalire, avremo $V_{corpo\ imm} = V_{corpo\ tot}$ finché non emerge:

$$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} < \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}} = 1$$

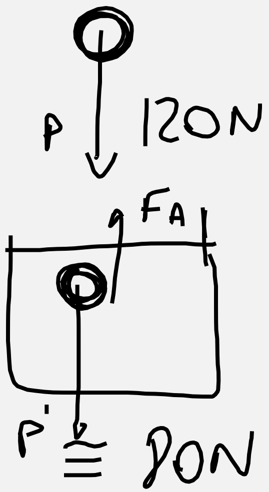
$$\boxed{\rho_{corpo} < \rho_{fluido}}$$

Corpo immerso emerge

Esempio

Un corpo viene immerso totalmente in acqua dolce (ρH_2O = 1000 kg/m^3) e si rileva che il suo peso in acqua è 80N. Se il suo peso fuori dall'acqua è 120N, ricavare: 1) la spinta di Archimede che il corpo subisce quando è immerso; 2) il volume del corpo; 3) la densità del corpo.

$$F_A = P - P' \rightarrow \begin{array}{l} P = \text{peso in aria} \\ P' = \text{peso in acqua} \end{array}$$



1

$$F_A = 120\,N - 80\,N = 40\,N$$

2

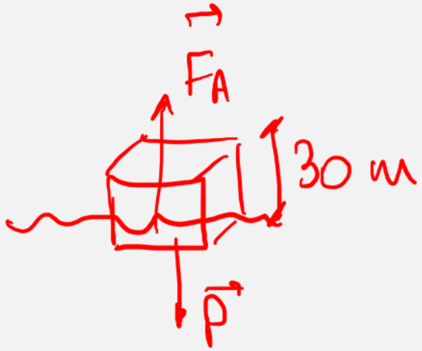
$$F_A = \rho_F V g \rightarrow V = \frac{F_A}{\rho_F g} = \frac{40\,N}{1000\,kg/m^3 \cdot 9.8} = 0.004\,m^3$$

3

$$P = \rho_c V g \rightarrow \rho_c = \frac{P}{Vg} = \frac{120\,N}{0.004\,m^3 \cdot 9.8} = 3061\,kg/m^3$$

Esempio

Un blocco di ghiaccio (ρ_{ice} = 920 kg/m^3) a forma di parallelepipedo di altezza pari a 30 m galleggia in acqua di mare (ρ_{H2O} = 1030 kg/m^3). Quanto è lunga la parte emersa del parallelepipedo al di fuori dell'acqua?



$\rightarrow$ equilibrio $\rightarrow$ $P = F_A$

$$\rho_c V_c \cancel{g} = \rho_F V_{IMM} \cancel{g} \rightarrow V_{IMM} = \frac{\rho_c V_c}{\rho_F}$$

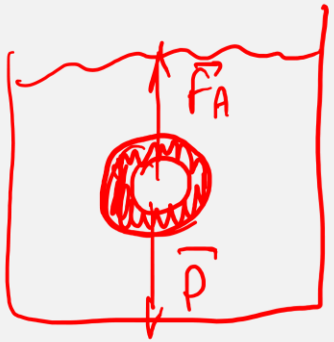
V_c? $\rightarrow$ parallelepipedo $\rightarrow$ $A_b \cdot h$

$$\cancel{A_b} \cdot h_{IMM} = \frac{\rho_c \cdot \cancel{A_b} \cdot h_{TOT}}{\rho_F}$$

$$h_{IMM} = \frac{\rho_c \, h_{TOT}}{\rho_F} = \frac{920\ \text{Kg/m}^3 \cdot 30\,\text{m}}{1030\ \text{Kg/m}^3} = 26.8\,\text{m}$$

Esempio

Un corpo di ferro (ρ_{Fe} = 7800 kg/m^3) presenta una cavità al suo interno. Sapendo che la massa del corpo è 780 g e che una volta immerso in acqua di mare viene rilevato un peso inferiore rispetto a quello misurato fuori dall'acqua di 1.56 N, determinare il volume della cavità interna.



$m = 780 g$

$P_{ARIA} - P_{ACQUA} = 1.56 N = F_A \rightsquigarrow F_A = \rho_F V g$

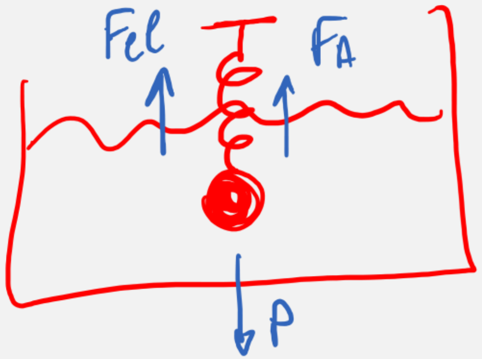
$\hookrightarrow V = \dfrac{F_A}{\rho_F g} = 1.56 \cdot 10^{4} m^3$

$$\rho_{Fe} = \frac{m_{Fe}}{V_{Fe}} \longrightarrow V_{Fe} = \frac{m_{Fe}}{\rho_{Fe}} = \frac{0.78 Kg}{7800 Kg/m^3} = 10^{-4} m^3$$

$$V_{CAV} = V - V_{Fe} = 1.56 \cdot 10^{-4} m^3 - 10^{-4} m^3 = 0.56 \cdot 10^{-4} m^3 = \underline{56 cm^3}$$

Esempio

Un corpo di rame (ρ_{Cu} = 8900 kg/m^3) di massa 3 Kg viene completamente immerso in acqua (ρ_{H2O} = 1000 kg/m^3) ed appeso a una molla di massa trascurabile che risulta deformata di 3 cm. Calcolare la costante elastica della molla.



$$\vec{F}_A + \vec{P} + \vec{F}_{EL} = 0 \quad (\text{equilibrio})$$

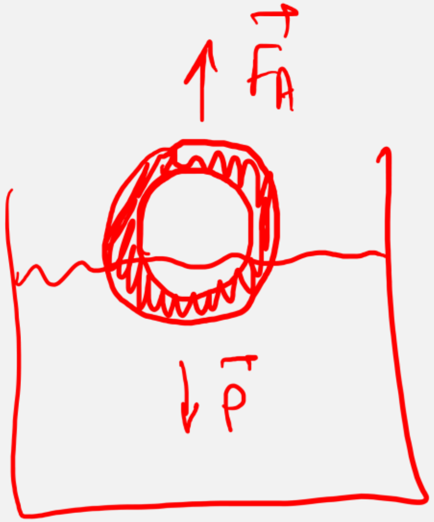
$$K\Delta x = mg - \rho_F V g$$

$$V \rightarrow \frac{m}{\rho}$$

$$K\Delta x = mg - \rho_F \frac{m}{\rho} g \rightarrow K = \frac{mg - \rho_F \frac{m}{\rho} g}{\Delta x} = 870.2 \text{ N/m}$$

Esempio

Una sfera di rame (ρ_{Cu} = 8900 kg/m^3) galleggia sul mercurio (ρ_{Hg} = 13600 kg/m^3). Si valuta che emergono i 5/6 della sfera dal mercurio. Verificare se la sfera è piena o se presenta una cavità, e in tal caso determinare la percentuale di cavità rispetto al volume totale.



$$\vec{F}_A + \vec{P} = 0 \longrightarrow F_A = P \qquad V_{IMM} = \frac{V_{TOT}}{6}$$

Se è piena: $\rho_{Hg} \cdot V_{IMM} \cdot g = \rho_{Cu} \cdot V_{TOT} \cdot g$

$$\rho_{Hg} \cdot \frac{\cancel{V_{TOT}}}{6} \cdot \cancel{g} = \rho_{Cu} \cdot \cancel{V_{TOT}} \cdot \cancel{g}$$

$$\frac{\rho_{Hg}}{6} \overset{?}{=} \rho_{Cu} \rightarrow \text{FALSO, è cava}$$

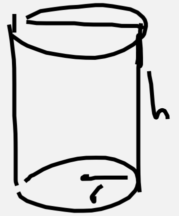
$$\rho_{Hg} \cdot \frac{V_{TOT}}{6} \cdot \cancel{g} = \rho_{Cu}(V_{TOT} - V_{CAV}) \cdot \cancel{g}$$

$$\rho_{Hg} \frac{V_{TOT}}{6} = \rho_{Cu} V_{TOT} - \rho_{Cu} V_{CAV}$$

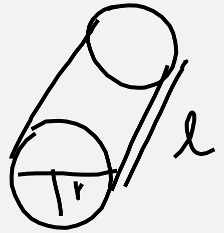
$V_{CAV} = 0.745 \cdot V_{TOT} \rightarrow V_{CAV}$ è il 74.5% di V_{TOT}

Esempio

Una canoa di 85 kg fatta di alluminio sottile ha la forma di mezzo tronco scavato di raggio 0.475 m e lungo 3.23 m. A) Quando la canoa è posta in acqua, quale percentuale di volume della canoa è al di sotto della linea di galleggiamento? B) Quanta massa si può aggiungere a questa canoa prima che cominci ad affondare?



$$\frac{\pi r^2 \cdot h}{2}$$



$V = 1.145\ m^3$

equilibrio $\rightarrow P = F_A \rightarrow mg = \rho_F\, g\, V_{IMM}$

$$V_{IMM} = \frac{mg}{\rho_F\, g} = \frac{85\ Kg}{1000\ Kg/m^3} = 0.085\ m^3$$

$$\frac{V_{IMM}}{V} \cdot 100 = 7.4\ \%$$ A

$V_{IMM} = V$

B $\rho_{H_2O} V g = m' g \rightarrow m' = \frac{\rho_{H_2O} V \cancel{g}}{\cancel{g}} = 1145\ Kg$

$$\Delta m = m' - m = (1145 - 85)\ Kg = 1060\ Kg$$