FLUIDI

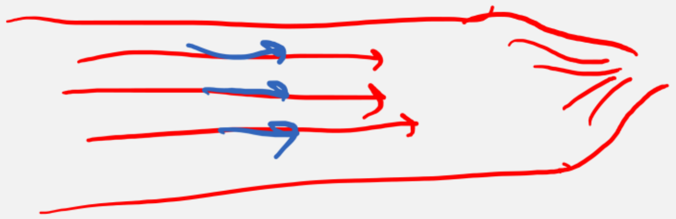
- ☞**FLUIDOSTATICA**
- ☞**FLUIDODINAMICA**

FLUIDODINAMICA

Flusso/moto/regime stazionario: la velocità del fluido in ogni punto è costante nel tempo; anche densità e pressione sono costanti

MOTO LAMINARE: il fluido scorre in strati ordinati così che ogni piccola porzione di fluido che attraversa un particolare punto segue la stessa traiettoria di ogni altra porzione di fluido che passa per lo stesso punto.

FLUIDO IDEALE: incomprimibile, segue flusso laminare, non è viscoso



EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

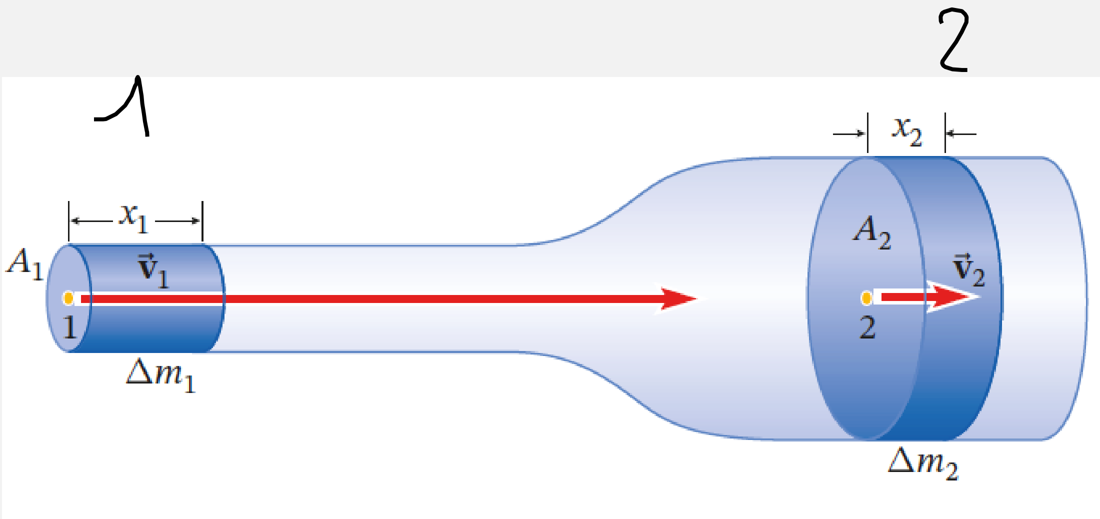
$$x_1 = v_1 \Delta t$$

$$\Delta m_1 = \rho V_1 = \rho A_1 x_1 = \rho A_1 v_1 \Delta t$$

$$\Delta m_2 = \rho V_2 = \rho A_2 x_2 = \rho A_2 v_2 \Delta t$$

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$

$$\rho A_1 v_1 \Delta t = \rho A_2 v_2 \Delta t$$



EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

$$\cancel{\rho} \underbrace{A_1 v_1}\cancel{\Delta t} = \cancel{\rho} \underbrace{A_2 v_2}\cancel{\Delta t}$$

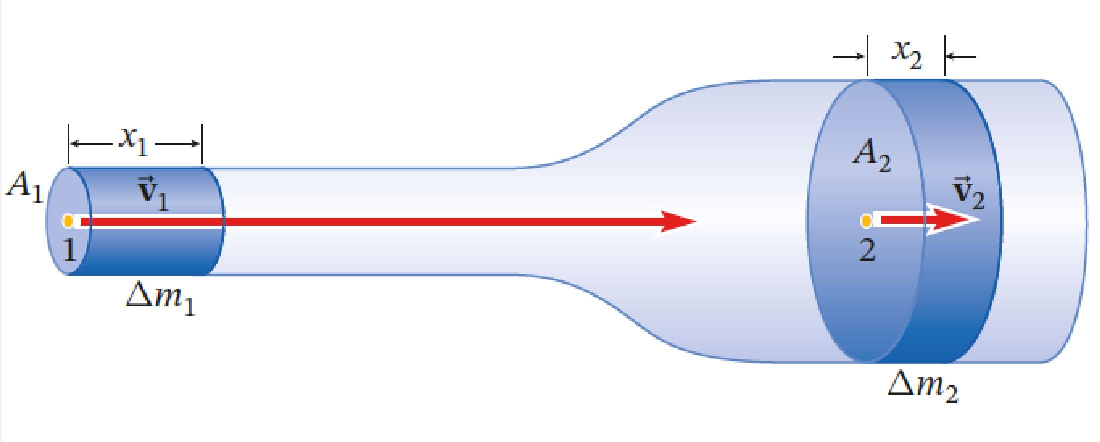
La portata in massa del fluido è:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v \qquad (unità\ SI: \frac{kg}{s})$$

La portata in volume è:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = A v \qquad (unità\ SI: \frac{m^3}{s})$$

$$Av = \frac{\Delta V}{\Delta t} \qquad \rho A v = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$



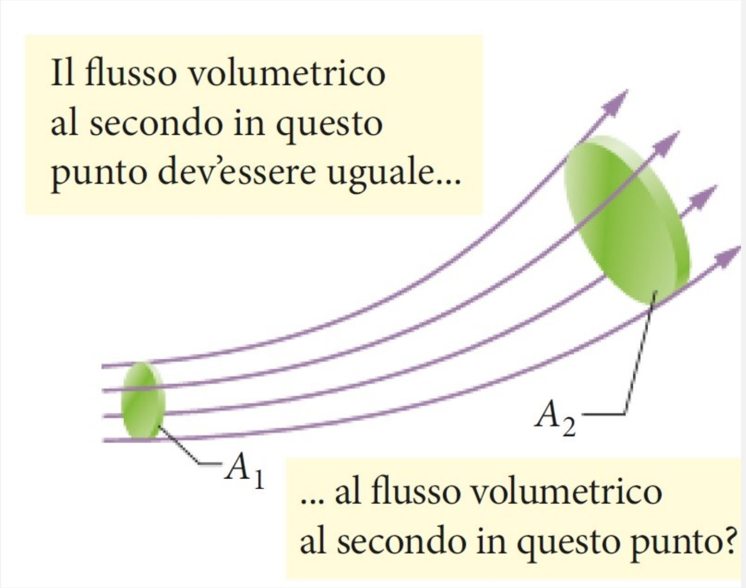
Equazione di continuità per un fluido incomprimibile:

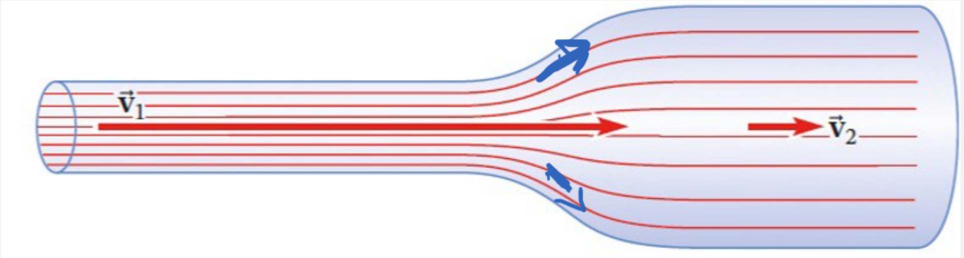
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad A \cdot v = cost.$$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

Lo stesso volume di fluido che entra in un condotto in un dato Δt deve uscire dal condotto nello stesso intervallo di tempo.

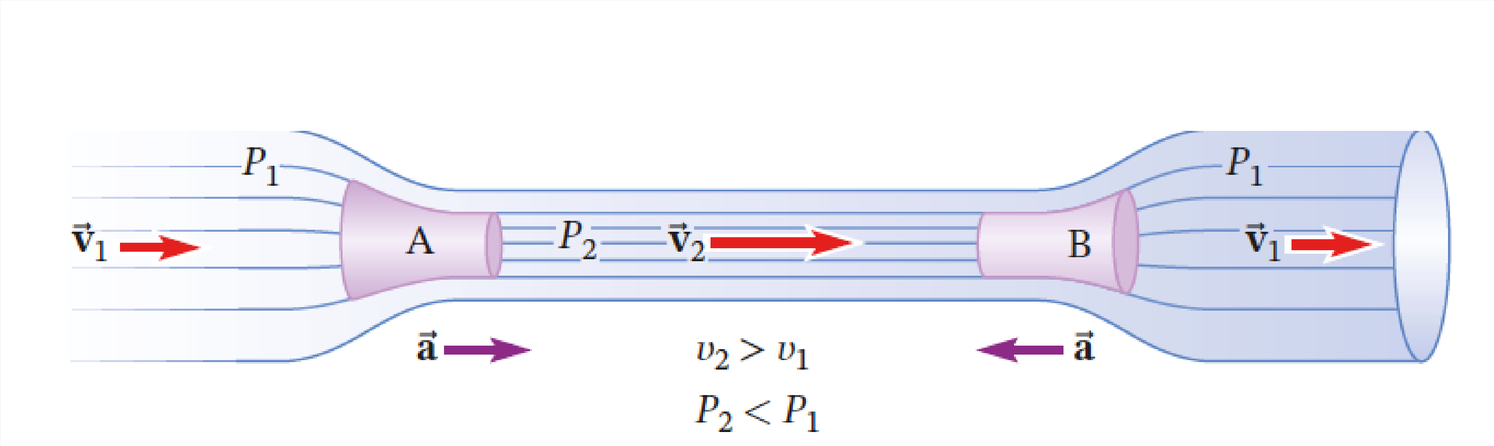
La velocità del fluido è piccola quando il raggio del condotto è grande e viceversa

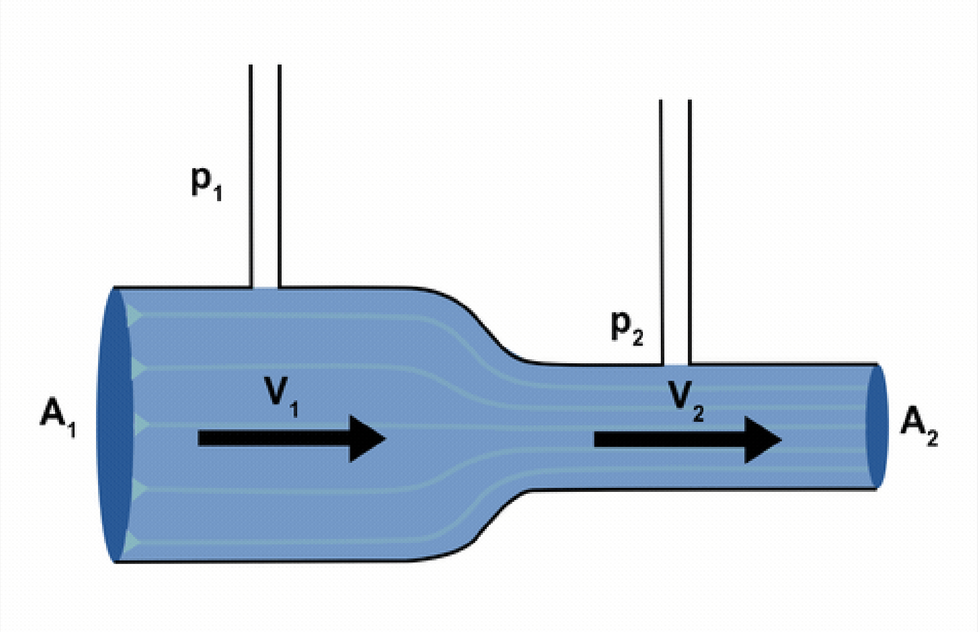




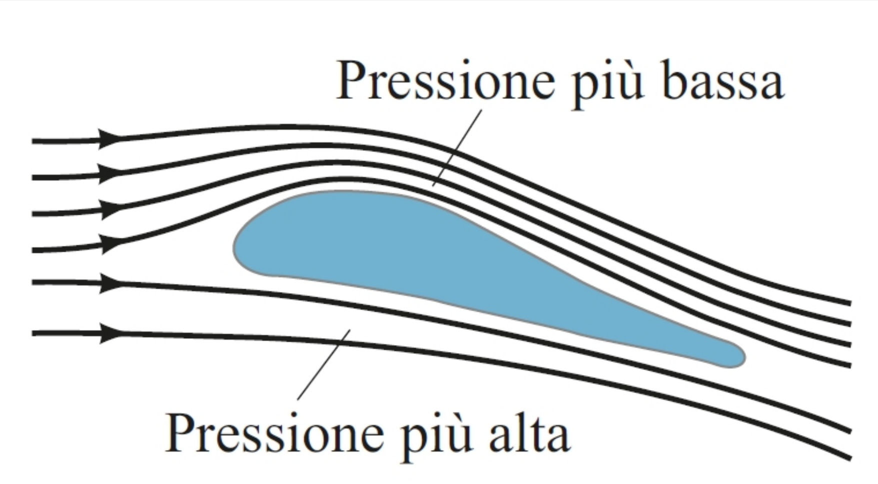
In un condotto a sezione variabile, vediamo le linee di flusso più ravvicinate dove il fluido scorre più velocemente

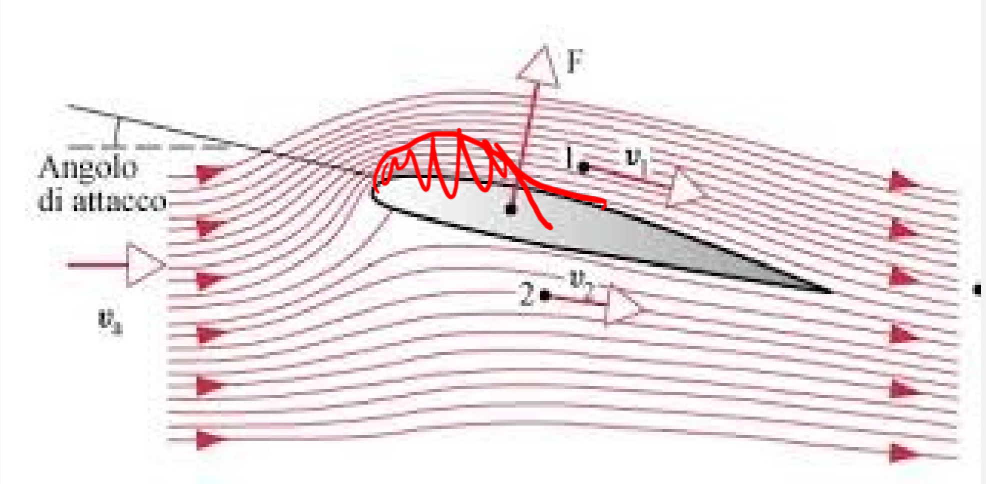
EQUAZIONE DI BERNOULLI

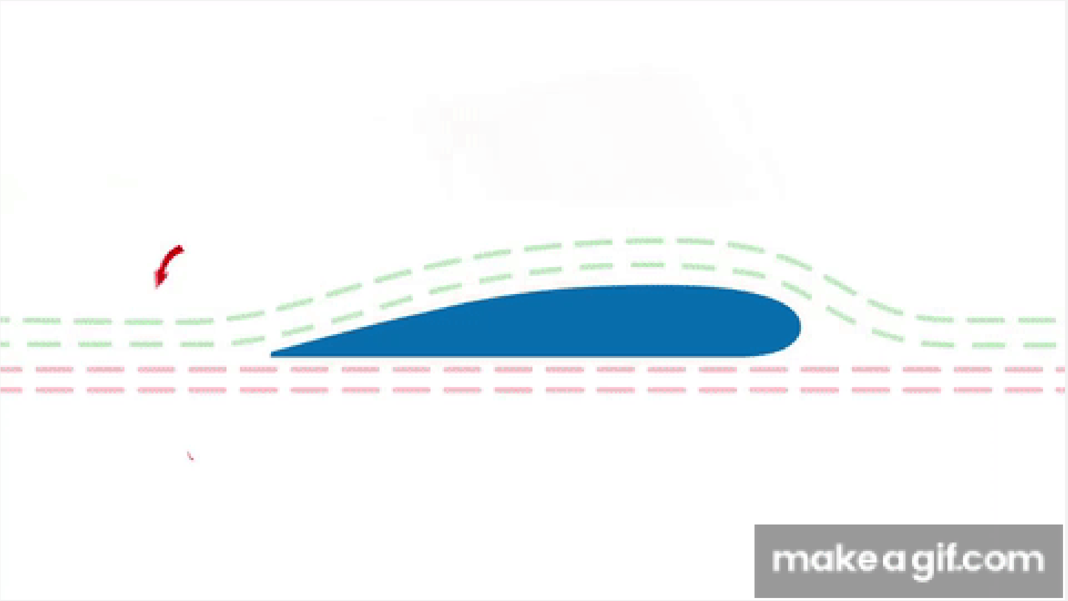




La pressione del fluido nella strozzatura (P2) non può essere uguale a quella prima o dopo la strozzatura (P1) → nel caso di un flusso orizzontale, la velocità è maggiore dove la pressione è minore → EFFETTO BERNOULLI / PRINCIPIO DI BERNOULLI







FORZA AERODINAMICA / PORTANZA

→ forza risultante rivolta verso l'alto

EQUAZIONE DI BERNOULLI

$$A_1\Delta x_1 = A_2\Delta x_2 = V$$

$0°$ $180°$

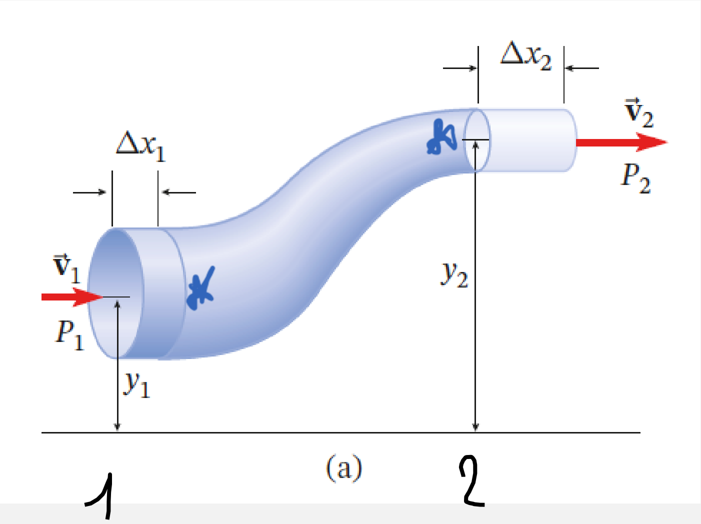
$$W_1 = F_1\Delta x_1 \cos\alpha_1 \ e \ W_2 = F_2\Delta x_2 \cos\alpha_2$$

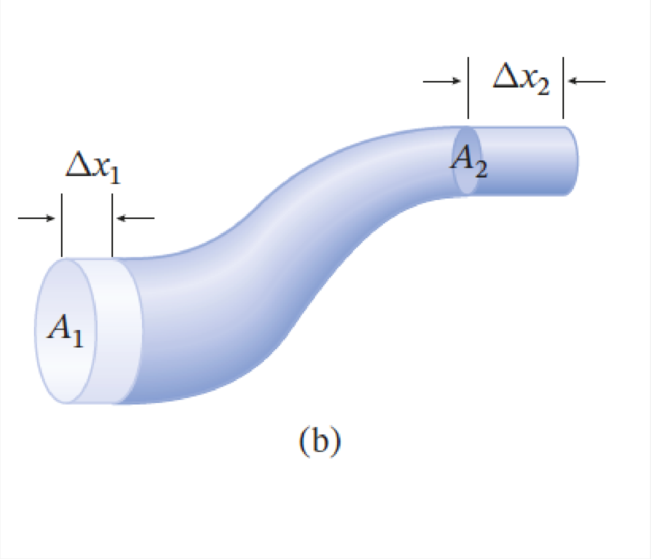
$$W = W_1 + W_2 = +P_1A_1\Delta x_1 - P_2A_2\Delta x_2 = (P_1 - P_2)V$$

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg(y_2 - y_1)$$

W

$$(P_1 - P_2)V = \frac{1}{2}\rho V(v_2^2 - v_1^2) + \rho V g(y_2 - y_1)$$



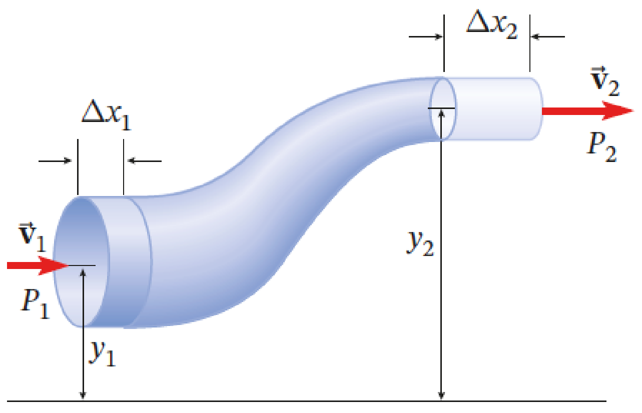


EQUAZIONE DI BERNOULLI

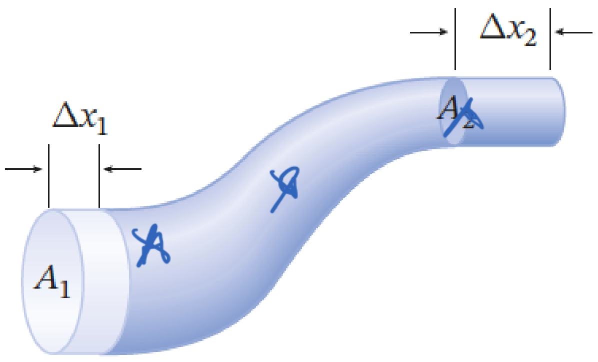
$$(P_1 - P_2)V = \frac{1}{2}\rho V(v_2^2 - v_1^2) + \rho V g(y_2 - y_1)$$

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

ovvero $$P + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = costante$$

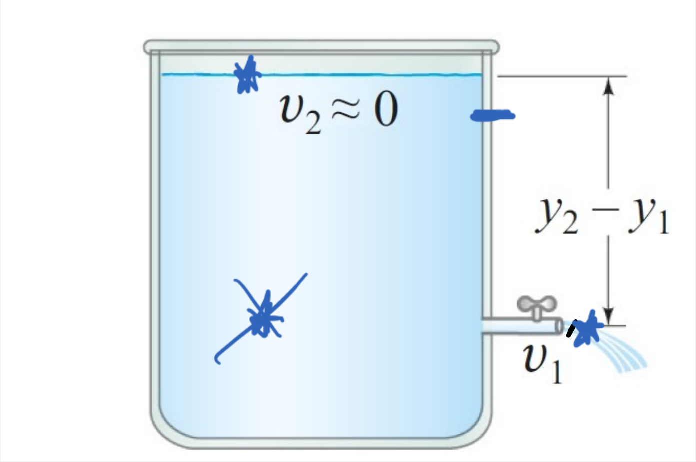


(a)



(b)

TEOREMA DI TORRICELLI



$$\cancel{P_2} + \rho g y_2 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_2^2} = \cancel{P_1} + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$A_2 \gg A_1 \ \rightarrow \ v_2 = trascurabile \ (A_1 v_1 = A_2 v_2)$$

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

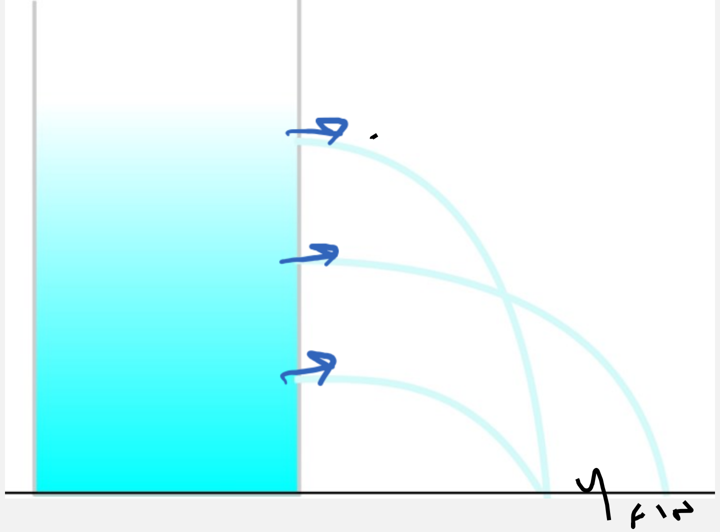
$v_2 \approx 0$

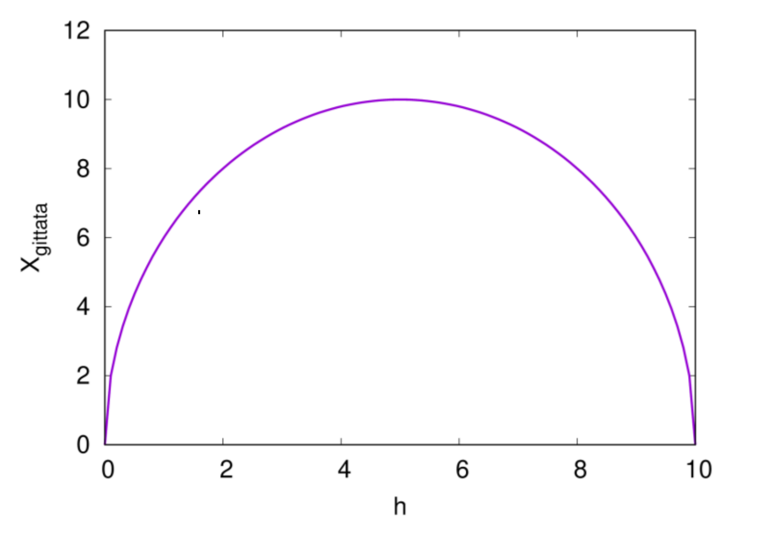
$$\cancel{P_2} + \rho g y_2 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_2^2} = \cancel{P_1} + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$\cancel{\rho} g y_2 = \cancel{\rho} g y_1 + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_1^2$$

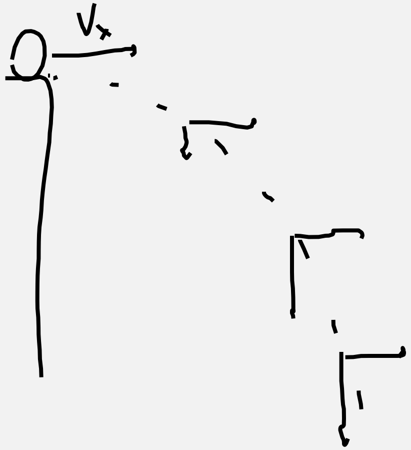
$$\boxed{v_1 = \sqrt{2g(y_2 - y_1)} = \sqrt{2gh}}$$

TEOREMA DI TORRICELLI

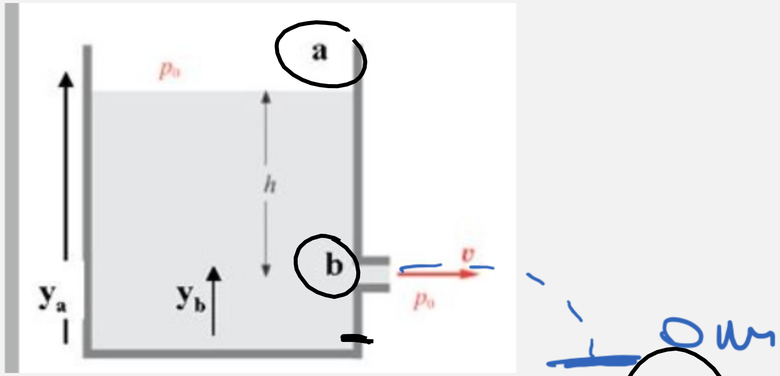




$$v_x = \sqrt{2gh}$$



Il fluido esce con velocità orizzontale v_b e poi segue il moto parabolico:



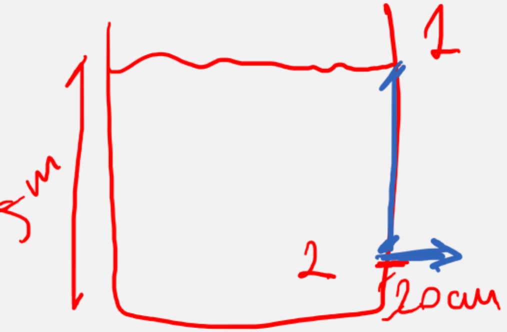
$$v_x = v_b; x = v_b \Delta t$$

$$y_f = y_b - \frac{1}{2} g \Delta t^2 \to 0 = y_b - \frac{1}{2} g \Delta t^2 \to \Delta t = \sqrt{\frac{2 y_b}{g}}$$

$$x = v_b \Delta t \to \sqrt{2gh} \sqrt{\frac{2 y_b}{g}} = \sqrt{4 h y_b} = \sqrt{4 (y_a - y_b) y_b} = \boxed{2\sqrt{(y_a - y_b) y_b}}$$

Esempio

Supponiamo di avere un serbatoio pieno di acqua in cui la superficie libera si trova a un’altezza di 5 m, mentre il foro laterale si trova a 20 cm dal fondo. Determiniamo la distanza dal serbatoio alla quale arriva il getto di acqua in uscita dal foro.



$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 9.8\, m/s^2 \cdot 4.8\, m} = 9.7\, m/s$$

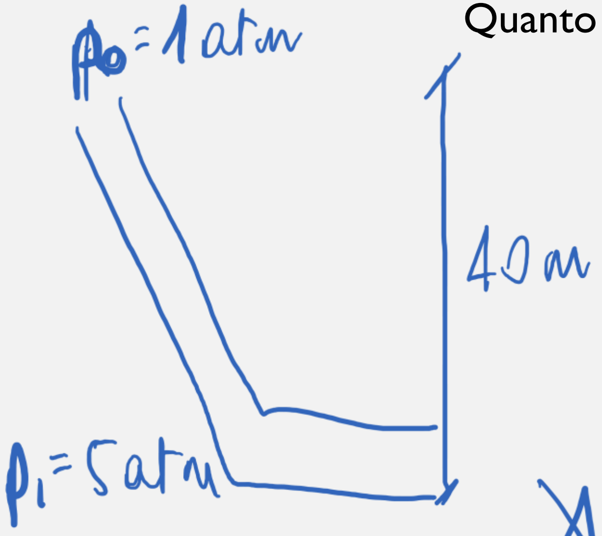
$$\begin{cases} x = \cancel{x_0} + v_x t \\ \cancel{y} = y_0 + \cancel{v_y t} - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = v_x t \\ 0 = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_2 t \\ 0 = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} \Rightarrow x = v_2 \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = 1.96\, m$$

$$\boxed{x = \sqrt{2(y_1 - y_2)\underset{\substack{\downarrow \\ y_0}}{y_2}} = 1.96\, m}$$

Esempio

Una condotta di sezione costante scende da una montagna con un dislivello pari a 40 m. La pressione del fluido in cima alla montagna è pari alla pressione atmosferica e quella a valle è p1=5atm. La velocità del fluido a monte è pari a 5m/s. Si assuma che il fluido nella condotta sia ideale. A) Calcolare la velocità del fluido nei tratti della condotta. B) Quanto vale la densità del fluido? Che fluido potrebbe essere?



$$P_0 + \rho g h_0 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_0^2} = P_1 + \rho \cancel{g h_1} + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_1^2} \;?$$

1atm   40m   5m/s   5atm   0m

A

$$A_0 v_0 = A_1 v_1 \rightarrow v_0 = v_1 = v$$

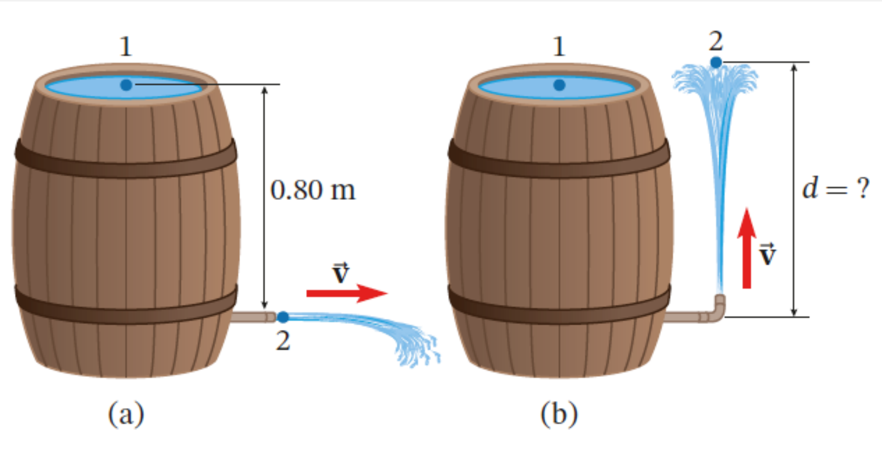
B

$$P_0 + \rho g h_0 = P_1 \rightsquigarrow \rho = \frac{P_1 - P_0}{g h} = \frac{5atm - 1atm}{9.8 \cdot 40} = 1033\ Kg/m^3$$

acqua salata

Esempio

Una botte piena di acqua ha un rubinetto in prossimità del fondo, a una profondità di 0.80 m al di sotto della superficie libera dell'acqua. A) Con quale velocità esce l'acqua se il rubinetto è orientato orizzontalmente? B) Quale altezza raggiunge lo zampillo, se l'apertura è orientata verso l'alto?



$$\cancel{P_1} + \rho g h_1 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_1^2} = \cancel{P_2} + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$P_1 = P_2$

$v_1 \approx 0$

$$\cancel{\rho} g h_1 = \cancel{\rho} g h_2 + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_2^2$$

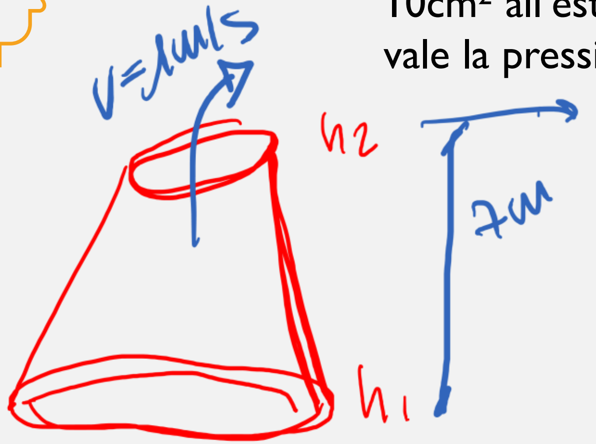
$$\boxed{v_2 = \sqrt{2gh} = 4\ m/s}$$

$$\rho g h_1 = \rho g h_2 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_2^2}$$

$$\cancel{\rho} g h_1 = \cancel{\rho} g h_2 \longrightarrow h_1 = h_2$$

Esempio

Abbiamo un tubo verticale a forma di tronco di cono, alto 7m e con sezione pari a 30cm^2 all'estremità più bassa e 10cm^2 all'estremità più alta. L'acqua esce dalla parte alta con una velocità di 1m/s ad una pressione di 10^{5}Pa. Quanto vale la pressione alla base del tubo?



$P_2 = 10^5\ Pa$

$P_1\ ?$

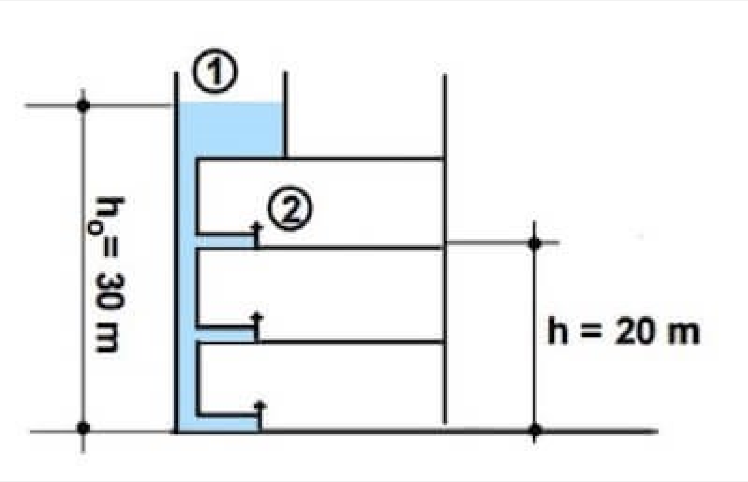
$$P_1 + \cancel{\rho g h_1} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow v_1 = \frac{A_2 v_2}{A_1} = \frac{10\,cm^2 \cdot 100\,cm/s}{30\,cm^2} = 33.33\,cm/s \quad 0.33\,m/s$$

$$P_1 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 = 1.69 \cdot 10^5\ Pa$$

Esempio

Un serbatoio per l'acqua si trova alla sommità di un edificio ed è riempito in modo che il livello superiore di acqua sia a 30m dal suolo. Dal serbatoio partono delle tubature di sezione molto inferiore ad esso. Ogni appartamento ha rubinetteria di sezione pari a 10 cm^2. Calcolare quanto tempo occorre per riempire un contenitore con capacità 30 dm^3 posto in un appartamento che si trova a 20 m dal suolo.



$$\cancel{p_1} + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\cancel{\rho v_1^2} = \cancel{p_2} + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$g h_1 = g h_2 + \frac{1}{2} v_2^2 \longrightarrow v_2 = 14\ m/s$$

$$Q = Av = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

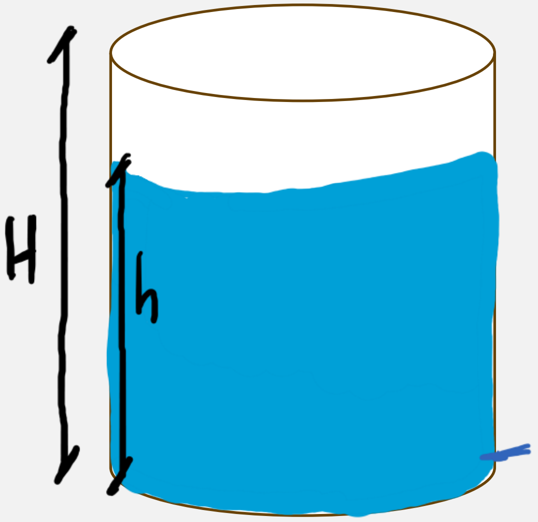
$$\hookrightarrow Q = 10\ cm^2 \cdot 14\ m/s = 14\ dm^3/s$$

volume

$$Q = \frac{V}{t} \rightarrow t = \frac{V}{Q} = \frac{30\ dm^3}{14\ dm^3/s} = \boxed{2.14 s}$$

Esempio

Consideriamo un recipiente di acqua di forma cilindrica che abbia diametro 0.1m e altezza 0.2m. Viene praticato un foro dalla superficie di 1cm^2 lateralmente e in corrispondenza della base. L'acqua fuoriesce da tale foro con una portata di 1.4x10^{-4} m^3/s. Determinare l'altezza del livello dell'acqua contenuta nel recipiente e il tempo impiegato per svuotarsi completamente.



$H = 0.2\,m$

$d = 0.1\,m$

$Q = 1.4 \cdot 10^{-4}\,m^3/s$

$h?\quad \Delta t?$

$$Q = A \cdot v \rightarrow \begin{cases} v = \dfrac{Q}{A} \\ v = \sqrt{2gh} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v = \dfrac{Q}{A} \\ v = \sqrt{2gh} \end{cases} \rightarrow \frac{Q}{A} = \sqrt{2gh} \rightarrow h = \frac{Q^2}{2gA^2} = \frac{(1.4 \cdot 10^{-4}\,m^3/s)^2}{2 \cdot 9.8\,m/s^2 \cdot (10^{-4}\,m^2)^2} = 0.1\,m$$

h (acqua)

$$Q = \frac{\Delta V}{t} \rightarrow V_f - V_i$$

$$V_{ACQUA} \rightarrow A_b \cdot h = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = 7.85 \cdot 10^{-4}\,m^3$$

$$Q = \frac{V}{t} \rightarrow t = \frac{V}{Q} = \frac{7.85 \cdot 10^{-4}\,m^3}{1.4 \cdot 10^{-4}\,m^3/s} = 5.6\,s$$