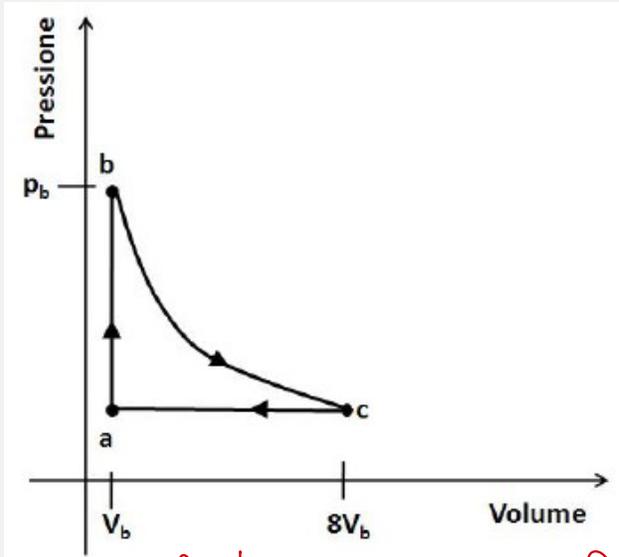




Esempio

Ad una mole di gas monoatomico viene fatto percorrere il ciclo mostrato in figura. Il processo BC è una espansione adiabatica; $p_B = 1.03 \text{ bar}$, $V_B = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, $V_C = 8V_B$. Si calcoli per l'intero ciclo: a) il calore fornito al gas; b) il calore restituito dal gas; c) il lavoro totale compiuto dal gas; d) il rendimento del ciclo; e) le variazioni di entropia.



$$p_B = 1.03 \text{ bar} = 103000 \text{ Pa}$$

$$V_B = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_C = 8V_B = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$Q_{\text{ASS}}? \quad M?$$

$$Q_{\text{CED}}?$$

$$L_{\text{TOT}}?$$

$$\Delta S_{AB, BC, CA}?$$

$$p_C \rightarrow p_B V_B^\gamma = p_C V_C^\gamma \rightarrow V_C^\gamma = \frac{p_B V_B^\gamma}{p_C} = 3196 \text{ Pa}$$

$$\left[\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5/2R}{3/2R} = \frac{5}{3} \right]$$

$$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{103000 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{1 \text{ mol} \cdot 8.31} = 12.4 \text{ K}$$

$$T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = \frac{3196 \text{ Pa} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{1 \text{ mol} \cdot 8.31} = 3.08 \text{ K}$$

$$\textcircled{A} \quad p_A = p_C = 3196 \text{ Pa}$$

$$V_A = V_B = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \rightarrow T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \frac{3196 \text{ Pa} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{1 \cdot 8.31} = 0.38 \text{ K}$$

$$Q_{AB} = n c_v \Delta T = 1 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.31 (12.4 \text{ K} - 0.38 \text{ K}) = +149.8 \text{ J} \longrightarrow Q_{\text{ASS}}$$

$$Q_{BC} = 0$$

$$Q_{CA} = n c_p \Delta T = 1 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.31 (0.38^{\text{K}} - 3.08^{\text{K}}) = -56.1 \text{ J} \longrightarrow Q_{\text{CED}}$$

$$L_{AB} = 0$$

$$L_{BC} = -n c_v \Delta T = -1 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.31 (3.08 - 12.4) = +116.17 \text{ J} \quad \left. \vphantom{L_{BC}} \right\} L_{\text{TOT}} = 93.8 \text{ J}$$

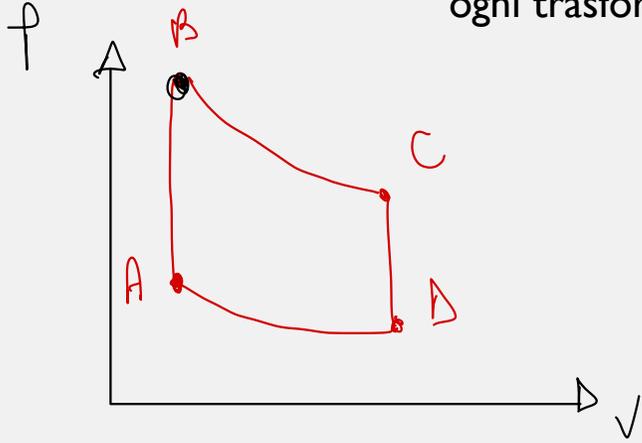
$$L_{CA} = p \Delta V = 3196 \text{ Pa} (10^{-3} - 8 \cdot 10^{-3}) = -22.37 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{L_{\text{CICUO}}}{Q_{\text{ASS}}} = \frac{+93.8 \text{ J}}{+149.8 \text{ J}} = 0.63$$



Esempio

3 moli di gas biatomico subiscono un ciclo termodinamico reversibile costituito da un riscaldamento isocoro AB, una espansione isoterma BC, un raffreddamento isocoro CD ed infine una compressione isoterma DA. Sapendo che il lavoro del ciclo è 5000 J, $p_B/p_C=2$ e che $T_A=250$ K, calcolare la temperatura T_B e le quantità di calore scambiate per ogni trasformazione, ed il rendimento del ciclo.



$$n = 3 \text{ mol}$$

$$L = 5000 \text{ J}$$

$$p_B/p_C = 2$$

$$T_A = 250 \text{ K} = T_D$$

$$T_B? (> T_A)$$

$$Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CD}, Q_{DA}?$$

$$\eta?$$

$$L_{\text{ciclo}} = 5000 \text{ J} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DA} = nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) + nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_D}\right)$$

ISOTERMA:

$$p_B V_B = p_C V_C \rightarrow \frac{p_B}{p_C} = \frac{V_C}{V_B} = 2$$

$$\frac{V_B}{V_C} = \frac{V_A}{V_D} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{V_C}{V_B} = 2 \rightarrow \frac{V_B}{V_C} = \frac{1}{2}$$

$$5000 \text{ J} = nRT_B \ln(2) + nRT_A \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\hookrightarrow T_B = 540 \text{ K}$$

$$Q_{AB} = nC_v \Delta T = 3 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} R \cdot (540 \text{ K} - 250 \text{ K}) = +18.1 \text{ KJ} \rightarrow \text{ASSORB.}$$

↓
isocore

$$Q_{BC} = L_{BC} = nRT \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = 3 \text{ mol} \cdot R \cdot 540 \text{ K} \cdot \ln(2) = +9.33 \text{ KJ} \rightarrow \text{ASSORB.}$$

↓
isoterme

$$Q_{CD} = 3 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} R \cdot (250 - 540) = -18.1 \text{ KJ} \rightarrow \text{CEDUTO}$$

↓
isocore

$$Q_{DA} = 3 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} R \cdot 250 \text{ K} \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -4.32 \text{ KJ} \rightarrow \text{CEDUTO}$$

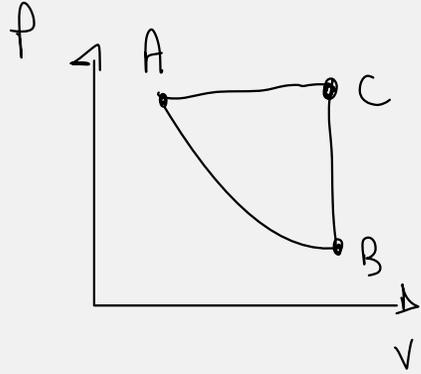
↓
isot.

$$\eta = \frac{L_{ciclo}}{Q_{Ass}} = \frac{5000 \text{ J}}{Q_{AB} + Q_{BC}} = \frac{5000 \text{ J}}{18100 \text{ J} + 9330 \text{ J}} = 0.18$$



Esempio

Due moli di gas biatomico compiono un'espansione isoterma, un'isocora ed un'isobara in una trasformazione ciclica (ABC). Sia $V_A=35$ l, $V_B=87.5$ l, $p_A=1.5$ atm (151987 Pa) e $p_B=0.6$ atm (60795 Pa). Si calcoli per l'intero ciclo: a) il calore scambiato, b) il lavoro totale compiuto dal gas; c) la variazione di energia interna per la trasformazione AB e per il ciclo.



$$V_A = 35 \text{ L}$$

$$V_B = 87.5 \text{ L}$$

$$p_A = 1.5 \text{ atm} = 151987 \text{ Pa}$$

$$p_B = 0.6 \text{ atm} = 60795 \text{ Pa}$$

$$Q_{\text{ciclo}}?$$

$$L_{\text{TOT}}?$$

$$\Delta U_{AB}?$$

$$\Delta U_{\text{TOT}}?$$

$$pV = nRT$$

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = 320.12 \text{ K} ; \quad T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = 320.12 \text{ K} \rightarrow \text{uguali} \rightarrow \text{isoterme}$$

$$T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = \frac{p_A V_B}{nR} = 800.3 \text{ K} \rightarrow p_C = p_A, V_C = V_B$$

$$Q_{AB} (\text{ISOTERMA}) = nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = 2 \text{ mol} \cdot 8.31 \cdot 320.12 \text{ K} \cdot \ln\left(\frac{87.5 \text{ L}}{35 \text{ L}}\right) = +4.87 \text{ KJ} \rightarrow \text{ASS.}$$

$$Q_{BC} (\text{ISOCORA}) = nC_V \Delta T = 2 \text{ mol} \cdot \overset{1.71}{\frac{5}{2}} R \cdot (800.13 \text{ K} - 320.12 \text{ K}) = +19.9 \text{ KJ} \rightarrow \text{ASS.}$$

$$Q_{CA} (\text{ISOBARA}) = nC_p \Delta T = 2 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} R (320.12 \text{ K} - 800.13 \text{ K}) = -27.9 \text{ KJ} \rightarrow \text{CED.}$$

$$L_{AB}(\text{isotherme}) = Q_{AB} \longrightarrow Q = L$$

$$\hookrightarrow +4.87 \text{ kJ}$$

$$L_{BC}(\text{isocore}) = 0$$

$$L_{CA}(\text{isobare}) = p \Delta V = -7.98 \text{ kJ}$$

$$L_{TOT} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} =$$

$$+4.87 \text{ kJ} + 0 - 7.98 \text{ kJ} = -3.13 \text{ kJ}$$

$$Q_{TOT} \longrightarrow Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} \Rightarrow \Delta U = 0 \rightarrow Q = L$$

↓

$$\underline{\underline{-3.13 \text{ kJ} = -3.13 \text{ kJ}}}$$

$$\Delta U_{all} \rightarrow 0 \rightarrow \text{ciclo}$$

$$\Delta U_{AB} \rightarrow 0 \rightarrow \text{isotherme}$$



Esempio

Ad un grammo d'aria, considerata come un gas perfetto biatomico di peso molecolare 29 g/mol, viene fatto compiere un ciclo formato da un'espansione isobara, una compressione isoterma ed un'isocora. Sapendo che $V_A=1$ litro, $p_A=1$ atm, $V_B=2V_A$, trovare il lavoro compiuto dal gas, il calore fornito al gas e la variazione di entropia per ogni trasformazione.