Lezione 11 16/01/2025

giovedì 16 gennaio 2025 14:08

Lezione # 11

16/01/2025

Lezione Venerdì 9:00/12:00

Gio 23/1 14

Venerdì 24/1 9:12

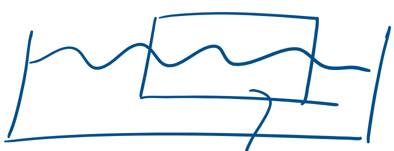
Esercizio d'esame su Spinta Archimede:

Sia data una piattaforma di massa volumica ρ_P a forma di parallelepipedo di area di base $S = 4\,m^2$ e altezza $h = 20\,cm$. La piattaforma è posta in H_2O e galleggia con $1/5$ del suo volume immerso ($\rho_{H_2O} = 1{,}03\ 10^3\ Kg/m^3$).

1) Calcolare ρ_P

Se galleggia

⇓



$$F_P = F_S$$

$$m_P \cancel{g} = \rho_F V_I \cancel{g} \qquad \left(m = \rho V;\ \rho = \frac{m}{V} \right)$$

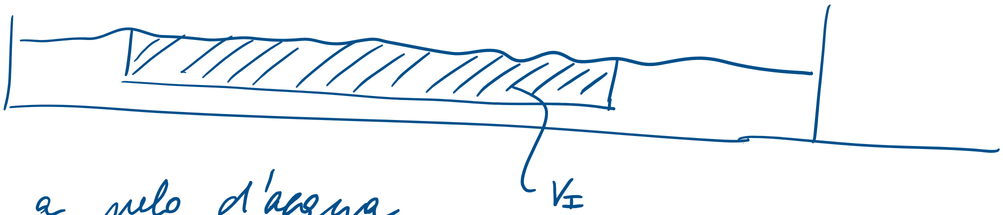
$$\rho_P \cancel{V_{TOT}} = \rho_F \frac{1}{5} \cancel{V_{TOT}}$$

$$\boxed{\rho_P = \frac{1}{5} \rho_F} \qquad \rho_P = \frac{1}{5} 1030 = 206 \ Kg/m^3$$

$$\boxed{\rho_P \simeq 200 \ Kg/m^3}$$

2) Si suppone che un gruppo di persone ognuno di massa $m = 80 \ Kg$ salga sulla piattaforma. Determinare il numero n massimo persone consentito prima che la piattaforma cominci ad affondare.

↳



↓

galleggiamento a pelo d'acqua

↳ $V_I = V_{TOT}$

⇓

$$F_P = F_S$$

$$F_{P,PIATT.} + F_{P,PERS} = \rho_F V_I g = \rho_F V_{TOT} g$$

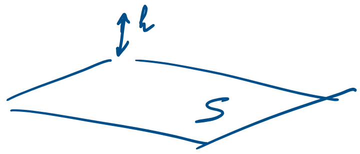
$$m_P \cancel{g} + n \cdot m_{PER} \cancel{g} = \rho_F V_{TOT} \cancel{g}$$

↓

$$(m_{PERS} = 80\,Kg)$$

$$(\rho_P V_{TOT}) + n \cdot m_{PER} = \rho_F V_{TOT}$$

$$(V_{TOT} = S\,h)$$



$$\rho_P \cdot S h + \underset{\text{INCOGNITA}}{n} \cdot m_{PER} = \rho_F\, S h$$

$$n \cdot \cancel{m_{PER}} = (\rho_F\, S h - \rho_P\, S h)\frac{1}{m_{PER}}$$

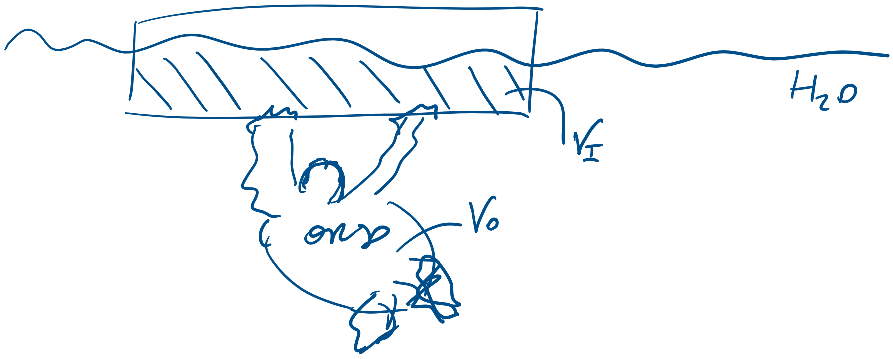
$$n = (\rho_F - \rho_P)\frac{S h}{m_{PER}}$$

$$= (1030 - 206)\frac{(4 \cdot 0{,}2)}{80}$$

$$n = 8{,}24 \simeq 8 \text{ persone}$$

3) Si suppone che un orso di massa $m_0 = 350\,Kg$ e volume pari a $\frac{1}{10} V_{PIATTAFORMA}$ si aggrappi sott'acqua alla piattaforma (vuota). Si determini se la piattaforma galleggia

e nel caso la frazione di volume emerso.



Galleggia?

$$F_P = F_S$$

$$F_{P,\,PIATT} + F_{P,\,ORSO} = \rho_F V_I g + \rho_F V_{ORSO} g$$

$$m_{PIATT.} \cancel{g} + m_{ORSO} \cancel{g} = \rho_F \left(V_I + V_{ORSO} \right) \cancel{g}$$

$$\underbrace{\rho_P \underbrace{Sh}_{V}}_{m_{PIATT}} + m_{ORSO} = \rho_F \underset{\substack{\downarrow \\ \text{INCOGNITA}}}{V_I} + \rho_F V_{ORSO}$$

$$\left(V_{O_{RSO}} = \frac{1}{10} V_{PIAT.} \right)$$

$$\cancel{\rho_F} V_I = \frac{\left(\rho_P Sh + m_{ORSO} - \rho_F \frac{1}{10} Sh \right)}{\rho_F}$$

$$V_I = \left(\frac{206 \cdot 4 \cdot 0{,}2 + 350 - 1030 \dfrac{4 \cdot 0{,}2}{10}}{1030} \right)$$

$$V_I = 0{,}4198 \ m^3$$

La frazione di volume emerso

$$f_E = \left(\frac{V_E}{V_{TOT}} \right) = \left(\frac{V_{TOT} - V_I}{V_{TOT}} \right)$$

$$= \left(1 - \frac{V_I}{V_{TOT}} \right) = 0{,}4753$$

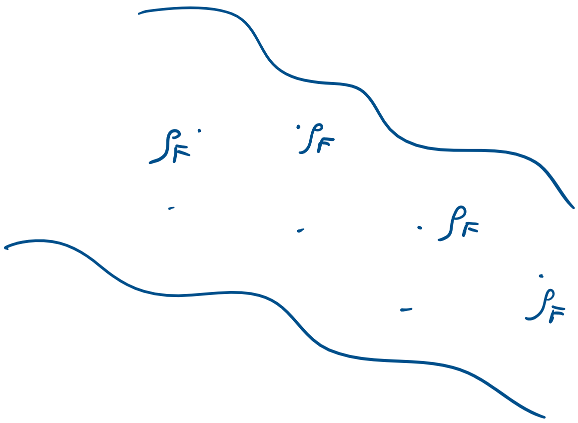
La frazione di volume emerso $\simeq 50\%$!

FLUIDODINAMICA

$$\vec{v} \neq \vec{0}$$

FLUIDO IDEALE

1) ρ_F = COSTANTE



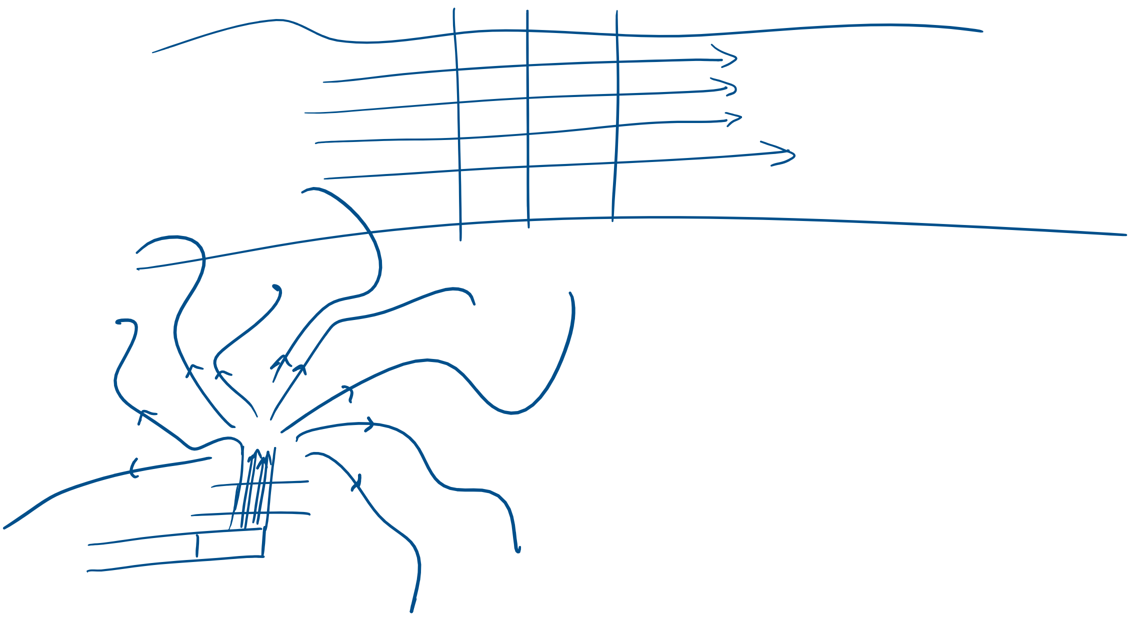
2) INCOMPRIMIBILE V_F = COST.

3) NON-VISCOSO

↳ Viscosità ~ attrito

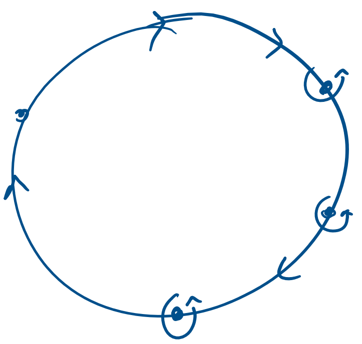
resistenza al movimento

4) MOTO LAMINARE

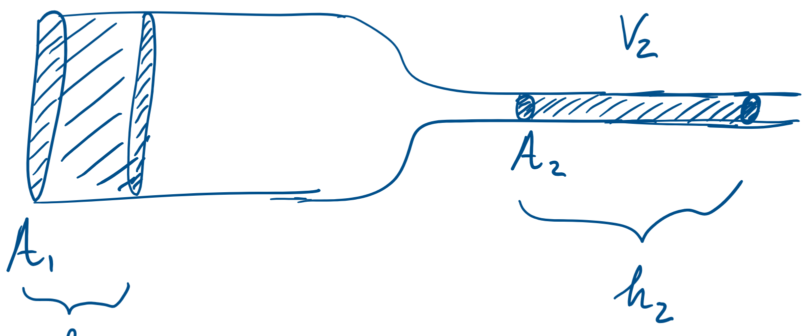


M...

5) Moto IRROTAZIONALE → ogni particella del fluido non può ruotare intorno al suo centro



EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

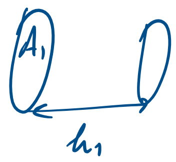


V_1 Δt

$V_1 = V_2 = V$ fluido ideale

Supponiamo che a dx v_1 e a sx v_2

$$V_1 = A_1 h_1$$
$$V_2 = A_2 h_2$$



$$A_1 h_1 = A_2 h_2$$

$\xleftrightarrow{h_1}$

$$h_1 = v_1 \Delta t \qquad v = \left(\Delta s / \Delta t\right)$$
$$h_2 = v_2 \Delta t$$

$$A_1 v_1 \cancel{\Delta t} = A_2 v_2 \cancel{\Delta t}$$

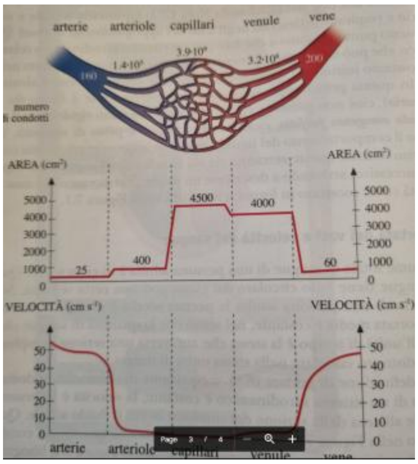
$$\boxed{\begin{array}{c} A_2 v_2 = A_1 v_1 \\ A v = \text{cost.} \end{array}}$$

In un fluido ideale il prodotto tra sezione e velocità è sempre costante!!!

$A v$ = portata

Esempio: distribuzione sangue nel sistema cardiovascolare

arterie → arteriole → capillari → venule → vene

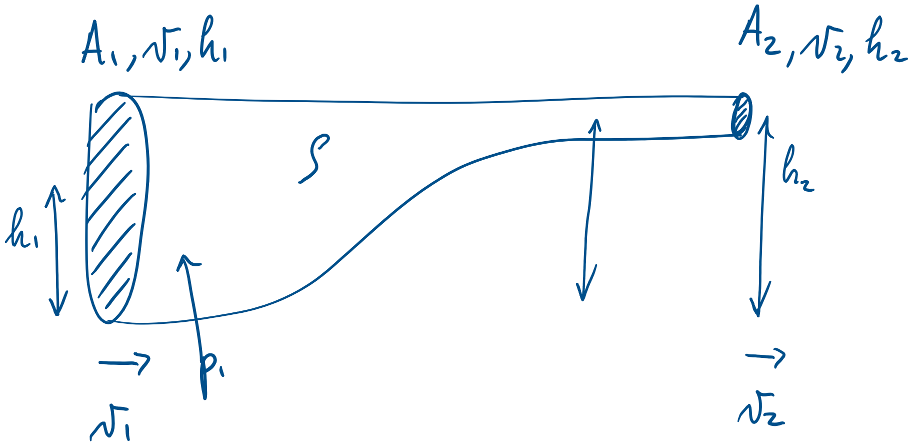


Per poter depositare O_2 il sangue deve rallentare $v \searrow$
quindi a partire dalle arterie ($25\ cm^2$) ai capillari ($4500\ cm^2$)
la Area $\nearrow \Rightarrow v \searrow$. Dopo che O_2 è stato depositato
il sangue ri-accelera verso il cuore ($4500\ cm^2 \rightarrow 60\ cm^2$)
vene

$v \nearrow$

LEGGE DI BERNOULLI

$A_2 << A_1$



fluido ideale
$\rho = cost.$

Legge di Bernoulli

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

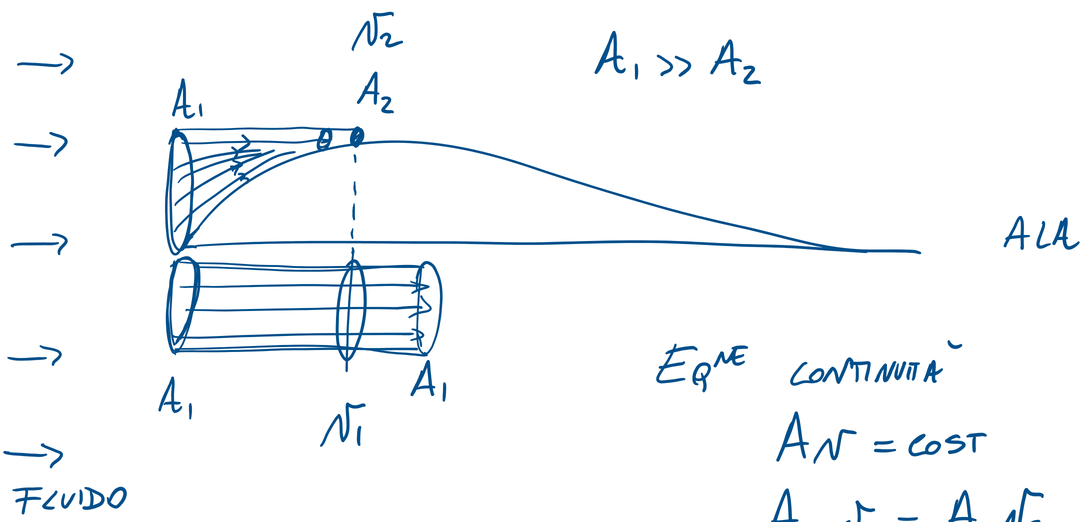
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Se per un attimo penso che il fluido sia fermo ($v = 0$)

$$p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2$$

APPLICAZIONE BIOMEDICA

IL VOLO:



EQ^NE CONTINUITÀ

$$A v = \text{cost}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

se $A_2 \ll A_1 \Rightarrow v_2 \gg v_1$

SOPRA ALA $v_2 \gg v_1$, SOTTO L'ALA la sezione non cambia quindi $v = v_1$

Ora combiniamo questo risultato con Bernoulli:

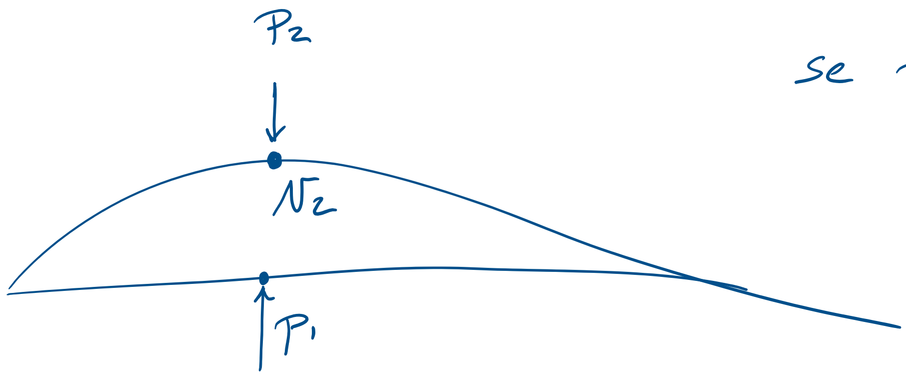
$$\underbrace{P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g h_1} = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g h_2}}$$

li trascuriamo perché molto più piccoli degli altri

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Se $v_2 \gg v_1 \Rightarrow P_2 \ll P_1$

se $P_2 \ll P_1$

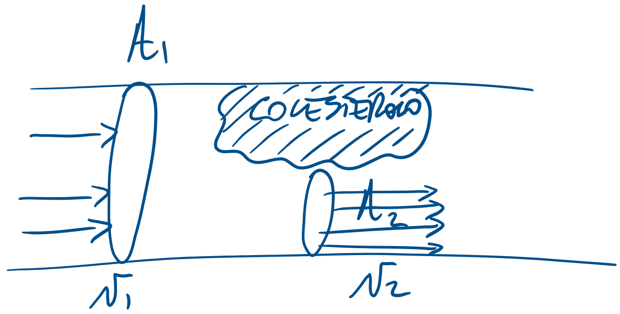


Quindi sotto l'ala si genera una $P \nearrow$ di spinta

quindi $\Rightarrow$ spinta verso l'alto $\Rightarrow$ PORTANZA

Esempio biomedico:

STENOSI ARTERIOSA



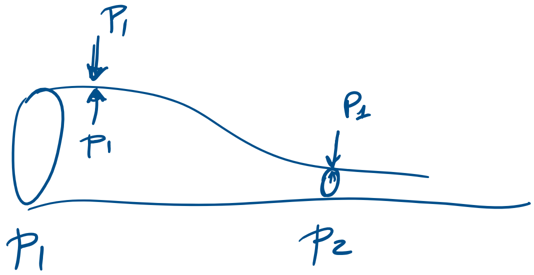
Perché è pericoloso?

$Av = cost.$

se $A_2 << A_1 \Rightarrow v_2 >> v_1$

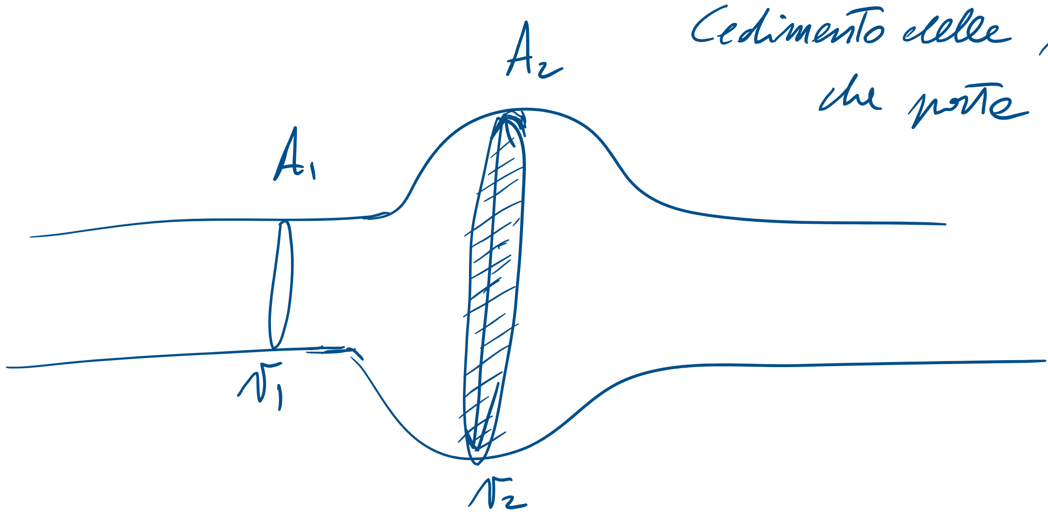
Secondo Bernoulli $\rightarrow$ se $v_2 >> v_1$

$\Rightarrow p_2 << p_1$



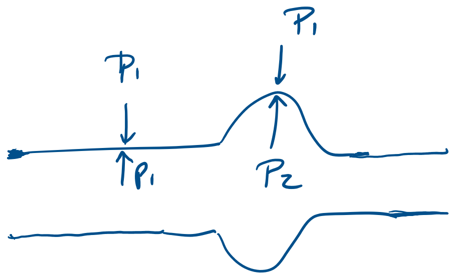
ANEURISMA ARTERIOSO

Cedimento delle pareti che porta $A_2 >> A_1$



Se $A_2 \gg A_1 \Rightarrow$ eq^{ne} cont. $v_2 \ll v_1$

$\Rightarrow$ Bernoulli: se $v_2 \ll v_1 \Rightarrow P_2 \gg P_1$



Se $P_2 > P_1$

$\Downarrow$

Aneurisma rottura arterie

emorragia