

# Soluzione degli esercizi

Appello del 29 gennaio 2025

## Esercizio 9

Il biglietto di una lotteria costa 10 euro e la lotteria prevede i seguenti premi:

- 1 premio da 1.000 euro (probabilità  $\frac{1}{1.000}$ )
- 10 premi da 100 euro (probabilità  $\frac{10}{1.000}$ )
- 100 premi da 10 euro (probabilità  $\frac{100}{1.000}$ )
- Nessun premio (probabilità  $\frac{889}{1.000}$ ).

Si calcoli il valore atteso del guadagno netto per un biglietto.

## Soluzione

Innanzitutto calcolo il guadagno netto dato dal premio al netto del costo del biglietto:

- $1.000 - 10 = 990$  euro
- $100 - 10 = 90$  euro
- $10 - 10 = 0$  euro
- Perdere:  $-10$  euro

Poi calcolo il valore atteso  $E(X)$  sapendo che:

$$E(X) = \sum_i p_i \cdot x_i$$

dove  $p_i$  è la probabilità dell'evento e  $x_i$  è il guadagno netto associato:

$$\begin{aligned} 990 \cdot \frac{1}{1.000} &= 0,99 \\ 90 \cdot \frac{10}{1.000} &= 0,9 \\ 0 \cdot \frac{100}{1.000} &= 0 \\ -10 \cdot \frac{889}{1.000} &= -8,89 \end{aligned}$$

Metto tutto insieme ed ottengo:

$$E(X) = 0,99 + 0,9 + 0 - 8,89 = -7$$

Concludo che il valore atteso del guadagno netto è  $-7$  euro e che dunque partecipando a questa lotteria, ci si aspetta di perdere 7 euro per ogni biglietto acquistato.

## Esercizio 10

Una compagnia di assicurazioni offre polizze sanitarie. Ci sono due tipi di persone:

- **Persone in salute**, con un rischio basso di malattia. Il costo atteso per loro è 500 euro.
- **Persone malate**, con un rischio alto di malattia. Il costo atteso per loro è 2.000 euro.

La compagnia non è in grado di distinguere tra persone in salute e persone malate, ma sa che:

- Il 70% della popolazione è in salute.
- Il 30% della popolazione è malato.

Per massimizzare i profitti, la compagnia decide di fissare un premio assicurativo basato sul costo medio atteso.

1. Si calcoli il premio medio che la compagnia dovrebbe fissare.
2. Si calcoli cosa accade al mercato se il premio è uniforme.
3. Si identifichi il fenomeno economico sottostante.

## Soluzione

### Calcolo del premio medio

Innanzitutto calcolo il costo atteso per la compagnia in questo modo:

$$\text{Premio medio} = (P_{\text{in salute}} \cdot C_{\text{in salute}}) + (P_{\text{malato}} \cdot C_{\text{malato}})$$

dove:

- $P_{\text{in salute}} = 0,7$
- $C_{\text{in salute}} = 500$

- $P_{\text{malato}} = 0,3$
- $C_{\text{malato}} = 2.000$

Ottengo dunque:

$$\text{Premio medio} = (0,7 \cdot 500) + (0,3 \cdot 2.000) = 350 + 600 = 950 \text{ Euro}$$

Basandosi sul costo medio, la compagnia fisserebbe quindi un premio assicurativo uniforme di **950 euro**.

Come conseguenza,

- le persone in salute, con un costo atteso di 500 euro, trovano il premio di 950 euro troppo elevato e decidono di non assicurarsi.
- le persone malate, con un costo atteso di 2.000 euro, trovano il premio conveniente e acquistano l'assicurazione.
- a causa di questo comportamento, il rischio medio della compagnia aumenta, perché restano assicurati solo individui con alti costi (le persone malate).

Questo è un esempio di **selezione avversa**:

- l'incapacità della compagnia di distinguere tra persone in salute e persone malate fa sì che le persone a basso rischio escano dal mercato.
- alla fine, il mercato si sbilancia e l'assicurazione diventa insostenibile, perché i premi non coprono più i costi.