Svolgimento esercizio del 18/03/2025

1. Impostiamo il problema con i dati forniti:

$$\max_{A,B} U = A^{0,8} B^{0,2}$$

$$\text{sub} \quad 10 \cdot A + 20 \cdot B = 5000$$

La condizione del primo ordine sul problema può essere sintetizzata nella seguente relazione economica:

$SMS = \frac{P_B}{P_A}$ dove $SMS \equiv \frac{U_B}{U_A}$ dunque calcolando:

$$\left.\begin{aligned} U_B &\equiv \frac{dU}{dB} ; \quad U_B = 0,2\, A^{0,8} B^{-0,8} \\ U_A &\equiv \frac{dU}{dA} ; \quad U_A = 0,8\, A^{-0,2} B^{0,2} \end{aligned}\right\} \text{da cui}$$

$$SMS = \frac{\cancel{0,2}\, A^{0,8} B^{-0,8}}{\underset{4}{\cancel{0,8}}\, A^{-0,2} B^{0,2}} ; \quad SMS = \frac{A^{0,8} A^{0,2}}{4\, B^{0,8} B^{0,2}} ;$$

$SMS = \frac{A}{4B}$; sostituendo nella condizione del 1° ordine

$$\frac{A}{4B} = \frac{\cancel{20}^{\,2}}{\cancel{10}} \quad \text{da cui}$$

$A = 8B$ combinazione ottimale di consumo che sostituiamo nel vincolo di bilancio:

$$10 \cdot (8 \cdot B) + 20 \cdot B = 5000 ; \quad 80B + 20B = 5000 ;$$

$$B = \frac{5000}{100} ; \quad B^* = 50 ; \quad A = 8 \cdot (50) ; \quad A^* = 400 ;$$

$$U^* = (400)^{0,8} \cdot (50)^{0,2} ; \quad U^* \approx 263,9$$

2. Se cambia il solo reddito nessun cambiamento nelle condizioni del primo ordine si presenteranno. Dunque, dato il rapporto ottimale di consumo definito nel punto 1, basterà semplicemente modificare il reddito nel vincolo di bilancio:

$$10 \cdot (8B) + 20 \cdot B = 2500 ; \quad 100B = 2500 ;$$

$$B = \frac{2500}{100} ; \quad B^{**} = 25 ; \quad A = 8 \cdot 25 ; \quad A^{**} = 200$$

$U^{**} = (200)^{0,8} (25)^{0,2}$; $U^{**} \approx 131,95$; Beni normali (perché?)

3. Nel caso in cui cambiasse il prezzo di uno dei beni, il SMS è sempre lo stesso, ma cambia il rapporto tra i prezzi, per cui avremo la nuova regola ottimale data da:

$\frac{A}{4B} = \frac{\cancel{20}}{\cancel{40}2}$; $A = 2B$ nuova condizione pure ottimale di consumo

sostituiamo nel nuovo vincolo (2500)

$40A + 20B = 2500$; $40(2B) + 20B = 2500$

$100B = 2500$; $B' = 25$; $A' = 50$; $U' = (50)^{0,8}(25)^{0,2}$; $U' \approx 43,53$

Di che tipologia di bene si tratta?

Per stabilirlo dobbiamo calcolare le quantità compensate. Il prezzo di A sale da 10 a 40, la quantità domandata (ottimale) scende da 200 a 50. La quantità compensata è quella che "il consumatore avrebbe acquistato se, dati i "nuovi" prezzi relativi, lui si fosse collocato sulla vecchia curva di indifferenza".

Con i "nuovi" prezzi relativi il rapporto ottimale di consumo è [$A = 2B$]. Quali sarebbero state le quantità consumate sulla vecchia curva di indifferenza con questo rapporto di consumo? Sostituiamo "non" nel vincolo di bilancio, ma nella funzione di utilità, il cui livello era $U^* \approx 131,95$.

Avremo:

$(A)^{0,8}(B)^{0,2} = 131,95$ ma $A = 2B$ or $B = \frac{1}{2}A$;

Sostituendo

$(A^{0,8})\left(\frac{1}{2}A\right)^{0,2} = 131,95$; $0,87A = 131,95$

$A^c = 151,67$ Quantità compensata di A

EFFETTO DI SOSTITUZIONE (o PREZZO):

$A^{com} - A^{INIZIALE}$; $151,67 - 200 = -48,33$

NB. l'effetto è negativo, come deve essere visto che $P_A \uparrow$

EFFETTO DI REDDITO:

$A^{FINALE} - A^{com}$; $50 - 151,67 = -101,67$

VARIAZIONE COMPLESSIVA:

EFF. REDDITO + EFF. SOST.; $(-101,67)+(-48,33) = -150$ CVD

IL BENE È NORMALE PERCHÉ GLI EFFETTI SONO CONCORDI!

4. Se la struttura delle preferenze si modifica, ovvero la funzione di utilità cambia la sua forma dobbiamo "ricalcolare" il SMS. Facciamolo:

$SMS = \frac{U_B}{U_A}$; $U_B = 1$; $U_A = 4$;

Dunque la "nuova" regola sarà: $\frac{U_B}{U_A} = \frac{P_B}{P_A}$;

$\frac{1}{4} = \frac{20}{40}$;

In questo caso, di fronte a un SMS costante, conviene esprimere la regola ottimale di consumo nella forma alternativa:

$\frac{U_A}{P_A} = \frac{U_B}{P_B}$; $\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{40}_{10}} = \frac{1}{20}$;

Possiamo dunque applicare la regola generale seguente:

$\frac{1}{10} > \frac{1}{20}$; quindi se $\frac{U_A}{P_A} > \frac{U_B}{P_B}$ (SEMPRE)

Il consumatore sarà portato a consumare solo il bene A e avremo:

$\hat{A} = \frac{R}{P_A}$; $\hat{B} = 0$; $\hat{A} = \frac{2500}{40}$; $\hat{A} = 62,5$