

ESERCIZIO PAG 7 SLIDES 12 MARZO 2015

1. Impostiamo il problema:

$$\max_{A,B} U = A \cdot B$$

$$\text{sub } 2 \cdot A + 3 \cdot B = 150$$

Le condizioni del primo ordine per questo problema

imporre che $MRS = \frac{P_B}{P_A}$ che possiamo scrivere, alternative mente come:

$$\frac{U_A}{P_A} = \frac{U_B}{P_B} \quad \text{oppure} \quad \frac{U_B}{U_A} = \frac{P_B}{P_A}$$

$$\text{dove } U_A = \frac{dU}{dA}; \quad U_B = \frac{dU}{dB} \quad \text{che valgono:}$$

$$\frac{dU}{dA} = U_A = B; \quad \frac{dU}{dB} = U_B = A$$

Sostituendo nelle condizioni del primo ordine avremo:

$$\frac{B}{2} = \frac{A}{3} \quad \text{da cui}$$

$$B = \frac{2}{3} A \quad \text{oppure} \quad A = \frac{3}{2} B$$

rapporto ottimale
di consumo

2. sostituiamo il rapporto ottimale di consumo nell'equazione di bilancio:

$$2 \cdot A + 3 \cdot \left(\frac{2}{3} A \right) = 150; \quad 2A + 2A = 150; \quad 4A = 150;$$

$$A^* = 37,5; \quad B = \frac{2}{3} \cdot 37,5; \quad B^* = 25$$

3. Per calcolare l'utilità conseguita sostituiamo nelle relative funzioni i valori di A e B:

$$U^* = A^* \cdot B^*; \quad U^* = 37,5 \cdot 25; \quad U^* = 937,5$$

4. Nel caso in cui le funzioni di utilità abbiano la stessa forma
dobbiamo calcolare il "masso" SRS associato alla "massa"
preferenza. In questo caso otteniamo:

$$U_A = 1; \quad U_B = 1$$

Le condizioni del primo ordine diventano

$$\frac{U_A}{P_A} = \frac{U_B}{P_B} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \quad \text{che non è mai verificata!!!}$$

In questo caso, infatti, vale la seguente relazione

$$\frac{U_A}{P_A} < \frac{U_B}{P_B} \quad \text{che implica anche che} \quad \frac{U_B}{U_A} > \frac{P_B}{P_A} \quad \leftarrow \text{il SRS è "dunpre" maggiore del rapporto tra i prezzi!!!}$$

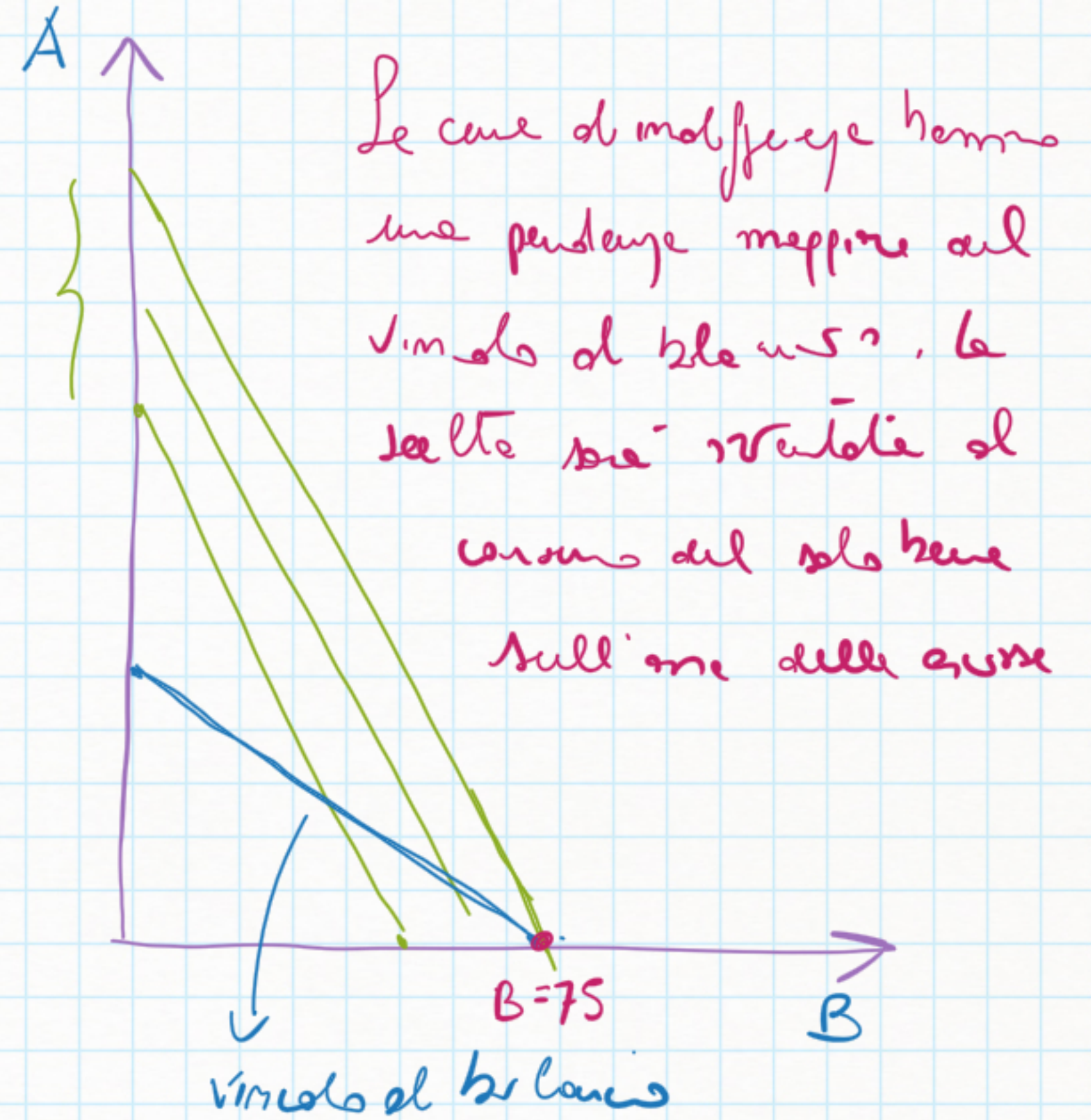
il valore dell'utilità marginale del bene B ponderata al prezzo è sempre maggiore del valore dell'utilità marginale del bene A ponderata al prezzo.

In questo caso otteniamo una "corner solution". Dato che

$$\frac{U_B}{P_B} > \frac{U_A}{P_A} \quad \text{il consumatore sceglie di consumare "solo" B, con } B^{**} = \frac{R}{P_B}$$

$$\text{ovvero } A^{**} = 0 \quad \text{e} \quad B^{**} = \frac{150}{2}; \quad B^{**} = 75$$

curve di
indifferenza



ESERCIZIO PAG. 8 svolto del 12 MARZO 2015

1) Impostiamo il problema:

$$\max_{A,B} U = A^{0,5} \cdot B^{0,5}$$

$$\text{sub } 10 \cdot A + 20 \cdot B = 5000$$

Le condizioni del primo ordine (FOC) impongono che

$$\frac{U_A}{P_A} = \frac{U_B}{P_B} \quad \text{punti colocalizzati:}$$

$$U_A = 0,5 A^{-0,5} B^{0,5}; \quad U_B = 0,5 B^{-0,5} A^{0,5}$$

punti sostituito ancora:

$$\frac{0,5 A^{-0,5} B^{0,5}}{10} = \frac{0,5 B^{-0,5} A^{0,5}}{20}$$

moltiplichiamo per $B^{0,5} A^{0,5}$

$$B = \frac{1}{2} A \quad \text{che definisce il rapporto ottimale di consumo da sostituire nel vincolo: } 10 \cdot A + 20 \cdot \left(\frac{1}{2} A\right) = 5000$$

$$10 A + 10 A = 5000; \quad 20 A = 5000; \quad A^* = 250$$

$$B^* = \frac{1}{2} (250); \quad B^* = 125 \quad \text{da cui } U^* = (250)^{0,5} \cdot (125)^{0,5}$$

$$U^* \approx 176,78$$

2) Se cambiano i prezzi il nuovo problema avrà la stessa forma

$$\max_{A,B} U = A^{0,5} B^{0,5}$$

$$\text{sub } 15A + 15B = 5000$$

Se cambiano solo solo i prezzi, il SRS è sempre uguale, per cui le condizioni del primo ordine $SRS = \frac{P_B}{P_A}$ vede modificato solo il lato destro.

Possiamo scrivere

$$\frac{U_A}{P'_A} = \frac{U_B}{P'_B}; \quad \frac{0,5 A^{-0,5} B^{0,5}}{15} = \frac{0,5 B^{-0,5} A^{0,5}}{15}$$

da cui, facendo dei calcoli e delle semplificazioni, otteniamo:

$B = A$ che sostituito nel nuovo vincolo definisce i nuovi livelli ottimali di consumo

$$15 \cdot A + 15 \cdot (A) = 5000$$

$$30 A = 5000 ; A^{**} \approx 166,67 \approx B^{**}$$

$$3) U^{**} = (A^{**})^{0,5} \cdot (B^{**})^{0,5}$$

$$U^* : (166,67)^{0,5} \cdot (166,67)^{0,5}$$

$$U^{**} \approx 166,67$$