

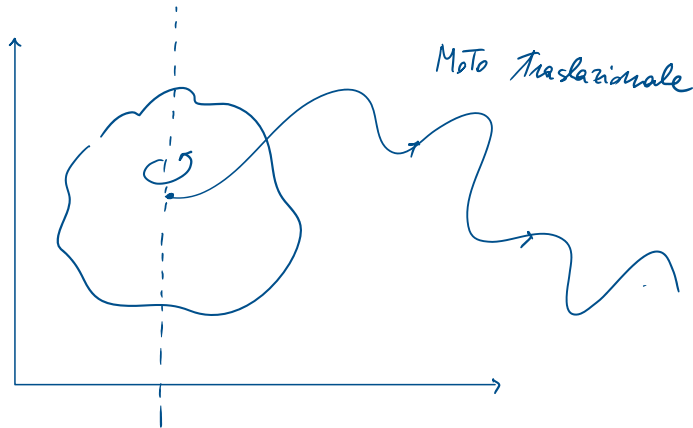
Lezione #6

19/03/2025

CORPO RIGIDO

$$\vec{F}_{RIS} = M_{TOT} \vec{a}_{COM}$$

1^a eq. coordinate
 Meccanica



Moti rotazionali

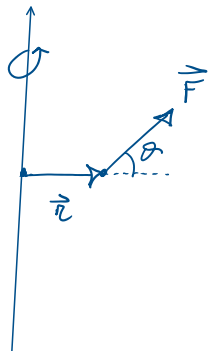
↳ Momento di una Forza

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

↑
vettore

← prodotto vettoriale

ASSE
 DI
 ROTAZ.



\vec{M} = Momento di una forza

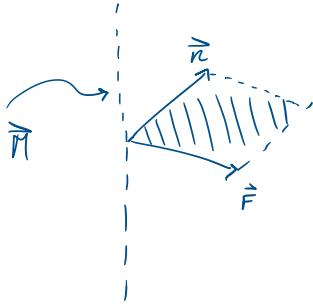
- ↳ Direzione
- ↳ Verso
- ↳ Modulo

$$|\vec{M}| = r F \sin \theta \quad \text{Modulo}$$

$$[\vec{M}] = N \cdot m$$

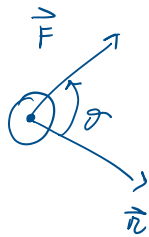
L J

Direzione? $\Rightarrow \vec{M} \text{ è } \perp \text{ al piano formato da } \vec{r} \text{ ed } \vec{F}$



Verso:

1)



$\vec{r} \rightarrow \vec{F}$ senso antiorario

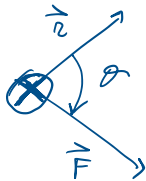
\Downarrow

$\vec{M} > 0$

⊙

Puntica di un vettore che esce dal piano - uscente

2)



$\vec{r} \rightarrow \vec{F}$ senso orario

\Downarrow

$\vec{M} < 0$

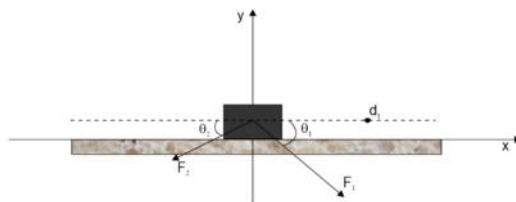
⊗ Codea del vettore

M entrante

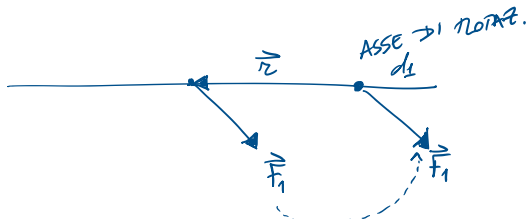
Esercizio concludiamo il pto 5)

Un blocco di massa $m = 6 \text{ kg}$ e' sottoposto (oltre che alla sua forza peso) a due forze F_1 ed F_2 che lo spingono su un piano orizzontale privo di attrito. Sapendo che $F_1 = 15 \text{ N}$, $\theta_1 = 40^\circ$, $F_2 = 3 \text{ N}$, $\theta_2 = 30^\circ$, calcolare:

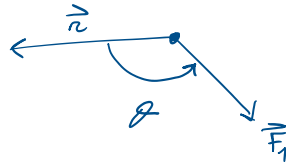
1. Il modulo della risultante delle forze;
2. Il modulo, direzione e verso dell'accelerazione del blocco;
3. Supponendo ora che ci sia un attrito dinamico con $\mu_k = 0.05$, quanto vale la forza di attrito dinamico;
4. E quanto vale il modulo della accelerazione del blocco in questo caso;
5. Il momento di F_1 rispetto ad un asse perpendicolare al foglio e posto ad una distanza $d_1 = 2 \text{ m}$ (indicato in figura)



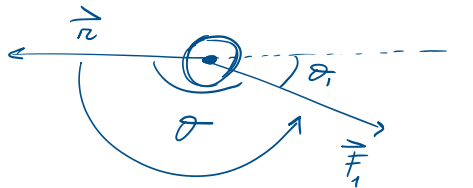
5)



- 1) \vec{r} (asse \rightarrow \vec{F}) 2) spostato \vec{F} su \vec{r} 3) θ



$$\theta = (180^\circ - \theta_1) = 140^\circ$$



$\vec{r} \odot \vec{F}_1$ in senso antiorario $\vec{M}_1 > 0$ \odot

$$M_1 = r F_1 \sin \theta = 2 \cdot 15 \cdot \sin(140^\circ) = 19,28 \text{ Nm}$$

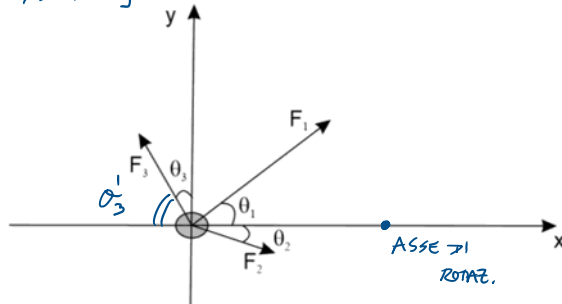
$$\boxed{M_1 \approx 20 \text{ Nm}} \quad (1 \text{ c.s.})$$

Esercizio di riepilogo:

Un disco da hockey di massa $m=0.32$ kg scorre su una superficie orizzontale (priva di attrito) di una pista di ghiaccio. Esso è colpito simultaneamente da tre diverse mazze da hockey come mostrato in figura. La forza F_1 ha modulo 8.5 N, F_2 ha modulo 3.1 N e F_3 ha modulo 5.3 N. Gli angoli ~~tra le forze e l'asse x~~ sono rispettivamente $\theta_1=45^\circ$, $\theta_2=31^\circ$ e $\theta_3=32^\circ$. Calcolare:

1. Il modulo della risultante delle forze agenti sul disco nel piano xy; $[F^{ris} = 10,66 N]$
2. Modulo direzione e verso della sua accelerazione; $[a = 33,31 m/s^2; \theta = 57^\circ]$
3. Il momento risultante di F_1 ed F_2 rispetto a un asse perp. al piano xy e posto a distanza di +2 m sull'asse x; $[M_1 = -12,02 Nm; M_2 = 3,19 Nm]$
4. Se ora sul piano fosse presente attrito dinamico con $\mu_k = 0.04$, calcolare di quanto varia l'accelerazione del disco.

$$\begin{aligned} [a' &= 32,91 m/s^2 \\ \Delta a &= 0,39 m/s^2 \\ \frac{\Delta a}{a} &= 1\%] \end{aligned}$$



1) \rightarrow el momento che θ_3 non è riferito all'asse x $\Rightarrow \theta_3' = 90^\circ - \theta_3$

$$\boxed{\theta_3' = 58^\circ}$$

$$\begin{cases} F_x = F_1 \cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2 - F_3 \cos \theta_3' = 5,8591 N \\ F_y = F_1 \sin \theta_1 - F_2 \sin \theta_2 + F_3 \sin \theta_3' = 8,9084 N \end{cases}$$

$$|\vec{F}^{ris}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 10,66 N$$

$$\boxed{F^{ris} \cong 11 N \quad (2 \text{ c.s.})}$$

2)

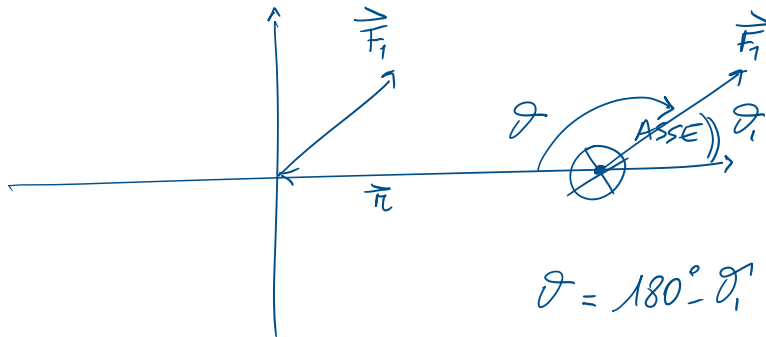
$$\vec{F} = m\vec{a} \quad |\vec{a}| = \frac{|\vec{F}|}{m} = \frac{10,66}{0,32} = 33,31 m/s^2$$

Direzione e verso $\vartheta = \arctg\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \arctg\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$

$$= \arctg\left(\frac{\overline{F}_y}{\overline{F}_x}\right) = \arctg\left(\frac{8,9089}{5,8591}\right)$$

$$\vartheta = 56,9^\circ \approx 57^\circ$$

3) \vec{M}_1



$$\vartheta = 180^\circ - \vartheta_1 = 135^\circ$$

$\vec{\pi} \nabla \vec{F}_1$ senso orario

$$M_1 < 0$$

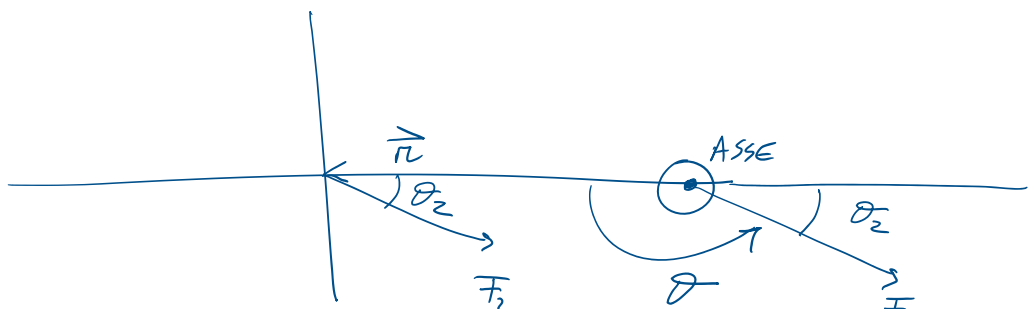


$$M_1 = -2 \cdot 8,5 \cdot \sin(135^\circ) =$$

$$M_1 = -12,0208 \text{ Nm}$$

$$M_1 \approx -12 \text{ Nm}$$

M_2





$$\vec{r} \times \vec{F}_2 \quad \text{s. antiorario}$$

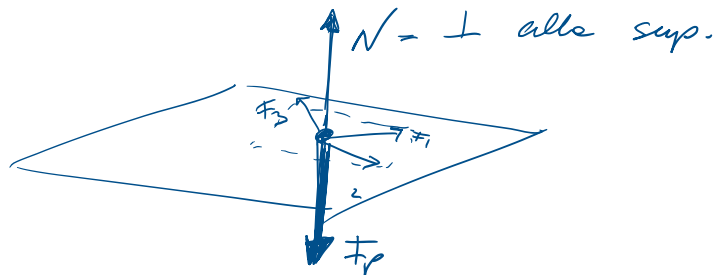
$$\vec{M}_2 > 0 \quad \odot$$

$$\theta = 180^\circ - \theta_2 = 149^\circ$$

$$M_2 = 2,31 \cdot \sin 149^\circ = 3,1932 \text{ Nm}$$

$$M_2 \approx 3,2 \text{ Nm}$$

4) Forza attrito $\Rightarrow \vec{a}'$

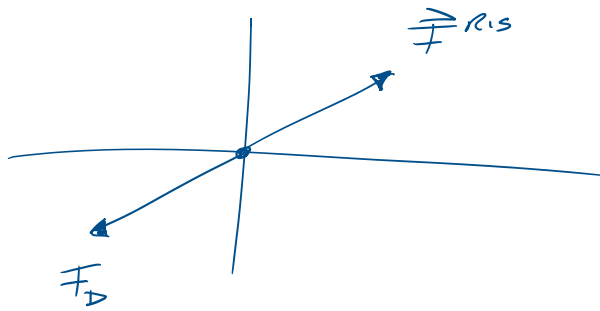


sia \vec{F}_1, \vec{F}_2 e \vec{F}_3 sono tutte contenute nel piano xy, nessuna \perp alla superficie.

In questo caso $N = F_p = mg = 0,32 \cdot 9,81 = 3,1392 \text{ N}$

$$F_D = \mu_D N = 0,04 \cdot 3,1392 = 0,1256 \text{ N}$$

$\vec{a}' ?$



$$F^R \quad F'_{R15} = F_{R15} - F_D$$

$$F'_{R15} = ma'$$

$$a' = \frac{F'_{R15}}{m} = \frac{F_{R15} - F_D}{m} =$$

$$= \frac{10,66 - 0,1256}{0,32} = 32,9201 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta a = a - a' = 0,39 \text{ m/s}^2$$