

Esercizio 1 – Calcolo dello Spazio per un'Immagine in Scala di Grigi

Problema

Una fotografia viene acquisita in **bianco e nero (scala di grigi)** con una risoluzione di 800×600 pixel. Ogni singolo pixel è rappresentato utilizzando **8 bit**, equivalenti a **un byte** (1 B). Calcolare lo spazio totale occupato in memoria da questa immagine **non compressa**.

Risoluzione Dettagliata

1. **Calcolo del Numero Totale di Pixel** Per determinare la quantità totale di informazioni, dobbiamo prima sapere quanti "punti" compongono l'immagine. Moltiplichiamo la larghezza per l'altezza:

$$\text{Pixel Totali} = \text{Larghezza} \times \text{Altezza} = 800 \times 600 = 480.000 \text{ pixel}$$

2. **Calcolo dello Spazio Totale in Byte** Ogni pixel contribuisce con **1 Byte** di dati (poiché 8 bit=1 Byte), un valore che permette di rappresentare 28=256 sfumature di grigio. Moltiplichiamo il numero totale di pixel per il numero di byte per pixel:

$$\text{Spazio in Byte} = 480.000 \text{ pixel} \times 1 \text{ pixelByte} = 480.000 \text{ B}$$

3. **Conversione in Unità di Memoria più Grandi (KB e MB)** Per rendere il risultato più leggibile, convertiamo i byte in **KBibyte (KB)** e poi in **Mebibyte (MB)**, utilizzando il fattore di conversione binario 1024 (dove 1 KB=1024 B e 1 MB=1024 KB):

- **In (KB):**

$$\text{Spazio in KB} = 480.000 / 1024 \approx 468.75 \text{ KB}$$

- **In (MB):**

$$\text{Spazio in MB} = 468.75 / 1024 \approx 0.458 \text{ MB}$$

Risultato

L'immagine non compressa occupa uno spazio di **480.000 B**, che è approssimativamente **468.8 KB** o **0.46 MB**.

Esercizio 2 – Calcolo dello Spazio per un'Immagine RGB

Problema

Un monitor con risoluzione **Full HD** visualizza immagini di 1920×1080 pixel. Ogni pixel è codificato utilizzando **24 bit** (chiamata anche "**True Color**" o 3 byte), che implica la codifica dei tre colori primari **RGB** (Rosso, Verde, Blu). Calcolare lo spazio totale occupato in memoria da un'immagine Full HD non compressa.

Risoluzione Dettagliata

1. **Calcolo del Numero Totale di Pixel** Moltiplichiamo larghezza e altezza della risoluzione Full HD:

Pixel Totali= $1920 \times 1080 = 2.073.600$ pixel

2. **Determinazione dei Byte per Pixel** La codifica a 24 bit significa che si utilizzano 8 bit per ciascuno dei tre canali di colore (Rosso, Verde, Blu).

Byte per Pixel= $24 \text{ bit} = 3 \text{ Byte per pixel}$

3. **Calcolo dello Spazio Totale in Byte** Moltiplichiamo i pixel totali per 3 byte per pixel:

Spazio in Byte= $2.073.600 \times 3 = 6.220.800 \text{ B}$

4. **Conversione in Unità di Memoria più Grandi (KB e MB)** Convertiamo il valore in KBibyte e Mebibyte (utilizzando il fattore 1024):

- **In (KB):**

Spazio in KB= $6.220.800 / 1024 \approx 6.075 \text{ KB}$

- **In (MB):**

Spazio in MB= $6.075 / 1024 \approx 5.93 \text{ MB}$

Risultato

L'immagine Full HD non compressa occupa **6.220.800 B**, che equivale a circa **6.22 MB** (se usiamo il fattore 1000) o più precisamente **5.94 MB** (se usiamo il fattore 1024).

Esercizio 3 – Compressione PNG (Lossless)

Problema

Si decide di salvare l'immagine Full HD (6.220.800 B non compressi, o **RAW**) dell'esercizio precedente utilizzando il formato **PNG** (Portable Network Graphics). Il PNG è un formato di compressione **senza perdita (lossless)**. Assumendo in questo caso che la compressione ottenuta sia un rapporto di **3:1** (cioè la dimensione finale è un terzo di quella originale). Calcolare lo spazio occupato dal file PNG.

Risoluzione Dettagliata

1. **Dimensione del File RAW (Non Compresso)** Lo spazio di partenza è quello calcolato nell'Esercizio 2:

Spazio RAW= $6.220.800 \text{ B}$

2. **Calcolo dello Spazio Compresso** Un rapporto di compressione di 3:1 significa che la dimensione finale è ottenuta dividendo la dimensione originale per 3:

Spazio PNG=36.220.800 B \approx 2.073.600 B

3. **Conversione in Unità di Memoria Più Grandi (MB)** Convertiamo il risultato in Mebibyte (MB):

Spazio in MB=2.073.600/(1024*1024) B \approx 1.977 MB

Risultato

Il file PNG compresso occupa circa **2.073.600 B**, che è approssimativamente **1.98 MB** (o circa **2 MB** con fattore 1000).

Esercizio 4 – Compressione JPEG (Lossy)

Problema

La stessa immagine Full HD (6.220.800 B RAW) viene salvata in formato **JPEG** (Joint Photographic Experts Group). Il JPEG è un formato di compressione **con perdita (lossy)**, il che permette di ottenere rapporti di compressione molto elevati. Calcolare la dimensione del file assumendo un rapporto di compressione di **15:1**.

Risoluzione Dettagliata

1. **Dimensione del File RAW**

Spazio RAW=6.220.800 B

2. **Calcolo dello Spazio Compresso** Dividiamo lo spazio RAW per il fattore di compressione 15:

Spazio JPEG=6.220.800/15=414.720 B

3. **Conversione in Unità di Memoria Più Grandi (KB e MB)**

- **In KBibyte (KB):**

Spazio in KB=414.720/1024 \approx 405.0 KB

- **In Mebibyte (MB):**

Spazio in MB=405.0/1024 \approx 0.395 MB

Risultato

Il file JPEG occupa **414.720 B**, ovvero circa **405 KB** o **0.395 MB**.

Esercizio 5 – BMP con Padding (Allineamento)

Problema

Un'immagine ha una risoluzione di 101×50 pixel e utilizza una profondità di colore di **24 bit per pixel (24 bpp)**. Il formato **BMP** (Bitmap) ha spesso un requisito aggiuntivo: ogni riga di pixel (scanline) deve essere **allineata** in modo che la sua dimensione in byte sia un **multiplo di 4 byte**. Calcolare lo spazio occupato considerando questo requisito di *padding* (riempimento).

Risoluzione Dettagliata

1. **Calcolo dei Byte Reali per Riga (Non Allineati)** Ogni pixel è 3 byte (24 bpp).

$$\text{Byte Reali per Riga} = 101 \times 3 = 303 \text{ B}$$

2. **Calcolo del Padding (Allineamento a Multipli di 4)** Verifichiamo il resto della divisione per 4 della dimensione non allineata:

$$303 \pmod{4} = 3$$

Per arrivare al prossimo multiplo di 4 (304 B), è necessario aggiungere 1 byte di *padding* ($304 - 303 = 1$).

$$\text{Byte per Riga Allineata} = 303 \text{ B} + 1 \text{ B di padding} = 304 \text{ B}$$

3. **Calcolo dello Spazio Totale** Moltiplichiamo i byte della riga allineata per il numero di righe:

$$\text{Spazio Totale BMP} = 304 \times 50 = 15.200 \text{ B}$$

4. **Conversione in KB**

$$\text{Spazio in KB} = 15.200 / 1024 \text{ B} \approx 14.84 \text{ KB}$$

Risultato

A causa del requisito di *padding* del formato BMP, l'immagine occupa **15.200 B**, ovvero circa **14.84 KB**.

Esercizio 6 – Immagine Indicizzata con Palette

Problema

Si considera un'immagine di 1024×1024 pixel con una profondità di colore di **8 bit per pixel (8 bpp)**. Questo formato è tipico per le immagini **indicizzate**, dove ogni pixel non memorizza

direttamente il colore RGB, ma un **indice** che punta a una **palette** (tavolozza) di $2^8=256$ colori. Assumendo che ogni colore nella palette sia codificato con 3 byte (24 bit RGB), calcolare lo spazio totale occupato.

Risoluzione Dettagliata

1. **Calcolo dello Spazio Dati Pixel** In un'immagine indicizzata a 8 bpp, ogni pixel occupa **1 Byte** (l'indice).

$$\text{Pixel Totali} = 1024 \times 1024 = 1.048.576 \text{ pixel}$$

$$\text{Spazio Pixel} = 1.048.576 \times 1 = 1.048.576 \text{ B}$$

2. **Calcolo dello Spazio della Palette** La palette contiene 256 voci (colori), e ogni colore è rappresentato da 3 byte (R, G, B):

$$\text{Spazio Palette} = 256 \text{ colori} \times 3 = 768 \text{ B}$$

3. **Calcolo dello Spazio Totale** Lo spazio totale è la somma dei dati pixel e della palette:

$$\text{Spazio Totale} = 1.048.576 \text{ B} + 768 \text{ B} = 1.049.344 \text{ B}$$

4. **Conversione in MB**

$$\text{Spazio in MB} = 1.049.344 / (1024 * 1024) \text{ B} \approx 1.0007 \text{ MB}$$

Risultato

L'immagine indicizzata (dati pixel + palette) occupa **1.049.344 B**, che è molto vicino a **1 MB** (precisamente $\approx 1.0007 \text{ MB}$).

Esercizio 7 – Immagine RGBA (Con Canale Alpha)

Problema

Si ha un'immagine di 800×800 pixel con una profondità di colore di **32 bit per pixel (32 bpp)**. Questa codifica è tipica del formato **RGBA**, dove i 32 bit sono suddivisi in 4 canali da 8 bit ciascuno: Rosso (R), Verde (G), Blu (B) e **Alpha (A)**, che gestisce la trasparenza. Calcolare lo spazio occupato.

Risoluzione Dettagliata

1. **Calcolo del Numero Totale di Pixel**

$$\text{Pixel Totali} = 800 \times 800 = 640.000 \text{ pixel}$$

2. **Determinazione dei Byte per Pixel**

Byte per Pixel=32 bit=4B

3. **Calcolo dello Spazio Totale in Byte** Moltiplichiamo i pixel totali per 4 byte per pixel:

Spazio Totale=640.000×4=2.560.000 B

4. **Conversione in MB** Convertiamo in Mebibyte (MB):

Spazio in MB=2.560.000/(1024*1024) B≈2.441 MB

Risultato

L'immagine RGBA non compressa occupa **2.560.000 B**, che equivale a circa **2.56 MB** (se usiamo il fattore 1000) o più precisamente **2.44 MB**.

Esercizio 8 – Calcolo del Rapporto di Compressione

Problema

Si dispone di un file immagine non compresso (**RAW**) di 3.5 MB che, dopo la compressione, ha una dimensione finale di 420 KB. Calcolare il **rapporto di compressione** e la **percentuale di riduzione** della dimensione del file.

Risoluzione Dettagliata

1. **Uniformare le Unità di Misura (Conversione in Byte)** Per calcolare un rapporto preciso, dobbiamo convertire entrambe le dimensioni in Byte (utilizzando il fattore 1024):

- **Spazio RAW (Non Compresso):**

RAW=3.5 ×1024×1024=3.670.016 B

- **Spazio Compresso:**

Compresso=420×1024=430.080 B

2. **Calcolo del Rapporto di Compressione** Il rapporto di compressione è dato dalla divisione della dimensione originale per la dimensione compressa, espresso come X:1:

Rapporto= Spazio RAW/Spazio Compresso=3.670.016/430.080 ≈8.534

Quindi, il rapporto è ≈8.53:1.

Risultato

Il **rapporto di compressione** è di circa **8.53:1**.

Esercizio 9 – Compressione TIFF con LZW (Lossless)

Problema

Si considera un'immagine di 1024×1024 pixel con 24 bpp di profondità di colore. Si salva l'immagine in formato **TIFF** (Tagged Image File Format) utilizzando l'algoritmo di compressione **LZW**, un metodo **lossless** che, per questa immagine specifica, riduce la dimensione del file originale del 40%. Calcolare la dimensione finale del file.

Risoluzione Dettagliata

- Calcolo dello Spazio RAW (Non Compresso)**
 - Pixel Totali: $1024 \times 1024 = 1.048.576$ pixel
 - Byte per Pixel: 3 byte (24 bpp)
 - Spazio RAW: $1.048.576 \times 3 = 3.145.728$ B
- Calcolo del Fattore di Compressione** Se la dimensione viene *ridotta* del 40%, significa che la dimensione finale è il $100\% - 40\% = 60\%$ della dimensione originale. Il fattore moltiplicativo è 0.6.
- Calcolo dello Spazio Compresso**

$$\text{Spazio TIFF LZW} = \text{Spazio RAW} \times 0.6$$

$$\text{Spazio TIFF LZW} = 3.145.728 \times 0.6 = 1.887.436.8 \text{ B} \approx 1.887.437 \text{ B}$$

- Conversione in MB**

$$\text{Spazio in MB} = 1.887.437 / (1024 \times 1024) \text{ B} \approx 1.800 \text{ MB}$$

Risultato

Il file TIFF con compressione LZW occupa circa **1.887.437 B**, ovvero circa **1.80 MB** (o ≈ 1.9 MB con fattore 1000).

Tabelle Riepilogative (Dettagliate)

Formato	Profondità Colore Tipica	Tipo di Compressione	Rapporto Tipico	Note Aggiuntive
BMP	Fino a 24 bpp (o 32 bpp)	Nessuna (Non Compresso)	1:1	Spesso richiede padding (allineamento) delle righe a multipli di 4 byte, aumentando leggermente lo spazio.
PNG	8 bpp a 24 bpp (+ Alpha a 32 bpp)	Lossless (Senza Perdita)	Varia (es. 3:1 a 8:1)	Ideale per grafiche con aree di colore uniforme. Supporta la trasparenza (canale Alpha). Il rapporto dipende dal contenuto.

Formato	Profondità Colore Tipica	Tipo di Compressione	Rapporto Tipico	Note Aggiuntive
JPEG	24 bpp (RGB)	Lossy (Con Perdita)	10:1 a 40:1	Ottimo per fotografie. I rapporti più elevati (es. 40:1) introducono artefatti visibili.
TIFF LZW	24 bpp (RGB) o 32 bpp (RGBA)	Lossless (Senza Perdita)	Varia (Spesso ≈1.5:1 a 2:1)	Formato standard nell'industria della stampa e grafica professionale. La compressione LZW è un esempio di compressione lossless.