

Introduzione al Corso di Matematica

Anno Accademico 2025-2026

Corso di Laurea in Scienze e
Tecnologie Alimentari & Viticoltura
ed Enologia

ESPRESSIONI LETTERARIE

ESPRESSIONI NUMERICHE o ALGEBRICA

Un ESPRESSIONE NUMERICA o ALGEBRICA è un insieme di numeri legati da operazioni matematiche quali: somma, moltiplicazione, sottrazione e divisione.

Regole per la risoluzione di un ESPRESSIONE NUMERICA:

- si risolvono prima le operazioni all'interno delle parentesi tonde (), poi quelle all'interno delle parentesi quadre [] e poi quelle all'interno delle parentesi graffe { }.
- tra le varie operazioni presenti si risolvono prima moltiplicazioni e divisioni, poi addizioni e sottrazioni.

I MONOMI

Un monomio è un'espressione letteraria è un espressione algebrica composta da una parte numerica chiamata coefficiente e una parte letteraria. Nel monomio le parti letterarie possono essere solo fattori di un prodotto.

Di seguito un esempio:

$$3a^3b^2c^1$$

Il grado di un monomio è la somma algebrica degli esponenti della parte letterale (nelle esempio $3+2+1 = 6$, il grado è 6).

I monomi si dicono MONOMI SIMILI se hanno la stessa parte letterale.

OPERAZIONI TRA MONOMI - 1

La somma e la differenza sono possibili solo tra monomi simili.

Il prodotto tra due monomi è sempre possibile ed equivale al prodotto dei coefficienti per il prodotto delle parti letterarie. Si noti che nel caso in cui le due parti letterarie contengano due lettere uguali queste convergeranno in un unico componente a cui sono sommati gli esponenti.

Esempio:

$$3a^3bc * 4ab^2 = 12a^4b^3c^1$$

OPERAZIONI TRA MONOMI - 2

La divisione tra due monomi è sempre possibile ed equivale alla divisione dei coefficienti per la divisione delle parti letterarie. Si noti che nel caso in cui le due parti letterarie contengano due lettere uguali queste convergeranno in un'unica lettera elevata alla differenza degli esponenti.

Esempio:

$$8a^3bc/2ab^1 = 2a^2c^1$$

L'elevamento a potenza di un monomio corrisponde al monomio con gli esponenti del coefficiente e della parte letteraria moltiplicati per l'esponente della potenza

$$(2a^3bc)^2 = 2^2a^{2*3}b^2c^2 = 4a^6b^2c^2$$

MCM E mcm TRA MONOMI

Anche per i monomi è possibile calcolare il minimo comune multiplo e il massimo comun divisore.

$$(-5a^2bc)^2,$$

$$(-3a^2c^2d)^2$$

$$\left(-\frac{1}{3}abc\right)^2,$$

$$\left(-\frac{1}{2}a^2c^4\right)^3$$

POLINOMI

Si definisce POLINOMIO la somma, il prodotto, la divisione e la differenza tra più monomi.

Di seguito un esempio:

$$3a^3b^2c^1 + 2a^1c^1 + 3b^2c^1$$

Il grado di un polinomio è il massimo grado tra i monomi da esso contenuto (nell'esempio di prima il grado è 6).

OPERAZIONI TRA POLINOMI

Tra due polinomi sono sempre possibili tutte le operazioni, tranne la divisione. Nel caso della divisione, questa è possibile solo se il polinomio dividendo è non nullo.

OPERAZIONI TRA POLINOMI - Esercizi 1

$$(-3a^2b^2)^2 + \frac{1}{2}ab(-3ab)^3$$

$$a^2b^2 + \frac{3}{5}a^2b\left(-\frac{2}{3}b + b - \frac{7}{6}b\right)$$

$$\left(3ab + \frac{5}{6}ab + \frac{1}{3}ab\right) : (25a) - \frac{1}{2}b$$

$$(-2a^2b^2 + 5a^2b^2 - 6a^2b^2) : \left(-\frac{1}{2}a^2b + \frac{1}{6}a^2b\right)$$

$$(-2b)^4 : b^2 - \frac{7}{4}a^2b^4 : \left(-\frac{1}{2}ab\right)^2$$

$$4ab : (-4ab) + (-2a^2b)^3 : (-2ab)^2 + 1$$

$$\left(-\frac{2}{3}a^2\right)^2 : \left(-\frac{2}{3}a\right)^3 + \frac{4}{3}a^3b^2 : \left(-\frac{1}{3}ab\right)^2$$

$$\left[-\frac{9}{2}a^4b^4\right]$$

$$\left[\frac{1}{2}a^2b^2\right]$$

$$\left[-\frac{1}{3}b\right]$$

$$[9b]$$

$$[9b^2]$$

$$[-2a^4b]$$

$$\left[\frac{21}{2}a\right]$$

OPERAZIONI TRA POLINOMI - Esercizi 2

$$\frac{3}{4}ax^2\left(\frac{5}{2}a - \frac{7}{6}a\right) - \left(a^2x - \frac{2}{5}a^2x\right)\left(-\frac{2}{3}x + x - \frac{7}{6}x\right)$$
$$\left(-\frac{4}{3}a^4y^4 + \frac{1}{2}a^4y^4\right) : \left(\frac{4}{3}ay - \frac{1}{4}ay\right) : \left(a^2y + \frac{1}{3}a^2y\right)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{2}a^2x^2 \\ -\frac{15}{26}ay^2 \end{bmatrix}$$

OPERAZIONI TRA POLINOMI - Esercizi 3

somma algebrica di polinomi		
1	$(3 - a + a^2) + (3 + 2a - 2a^2)$	$R: -a^2 + a + 6$
2	$(3 - a + a^2) - (3 + 2a - 2a^2)$	$R: -3a + 3a^2$
3	$-(3 - a + a^2) - (3 + 2a - 2a^2)$	$R: -6 - a + 2a^2$
4	$\left(2x^3 - \frac{8}{3}x^2 + \frac{1}{4}x + 1\right) - \left(\frac{1}{5}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 1\right)$	$R: \frac{9}{5}x^3 - \frac{1}{6}x^2 - \frac{3}{4}x$
5	$(3x^2b^3 + 7x^2 - b^2) - (+8x^2 - 4x^2b^3 + b^2)$	$R: 7x^2b^3 - x^2 - 2b^2$
6	$\left(\frac{1}{3}a^2 + a - 5\right) + \left(\frac{2}{3}a^2 - a\right) - (a^2 - 3a + 1)$	$R: 3a - 6$
7	$[2x - (a - b)] + (3a + b) - (2a + 3b)$	$R: 2x - b$
8	$-\frac{2}{3}a - \left\{-\left[\frac{1}{2}b - \left(2a - \frac{1}{6}\right)\right] + b - \frac{1}{3}a\right\}$	$R: \frac{1}{6} - \frac{7}{3}a - \frac{1}{2}b$
9	$(0, \bar{6}m^2 - m) - (m^2 - 3m + 1) - \left(\frac{1}{3}m^2 + m - 5\right)$	$R: 4 + m - \frac{2}{3}m^2$
10	$[-(a^2b^2c + 3ab^2c) + (7ab^2c + 8a^2b^3c) + a^2b^2c] - 3a^2b^3c + -(-ab^2c + 5a^2bc)$	$R: 5ab^2c - 5a^2bc + 5a^2b^3c$

UGUAGLIANZA TRA POLINOMI

Si definisce UGUAGLIANZA TRA POLINOMI una relazione di equivalenza tra due polinomi.

$$3a^3b^2c^1 + 2a^1c^1 = 2a^1c^1 + 3b^2c^1$$

UGUAGLIANZA TRA POLINOMI - Proprietà 01

Proprietà:

Se indicassimo con A e B due espressioni numeriche equivalenti possiamo scrivere:

$$A = B$$

Allora vale che:

...

UGUAGLIANZA TRA POLINOMI -

Proprietà 02

Allora vale che:

- ▶ moltiplicando A e B per una stessa quantità la relazione di equivalenza non varia,
- ▶ dividendo A e B per una stessa quantità (diversa da 0) la relazione di equivalenza non varia,
- ▶ sommando A e B per una stessa quantità la relazione di equivalenza non varia,
- ▶ sottraendo A e B per una stessa quantità la relazione di equivalenza non varia.
- ▶ moltiplicando A e B per uno stesso polinomio la relazione di equivalenza non varia,
- ▶ dividendo A e B per uno stesso polinomio (non nullo) la relazione di equivalenza non varia,
- ▶ sommando A e B per uno stesso polinomio la relazione di equivalenza non varia,
- ▶ sottraendo A e B per uno stesso polinomio la relazione di equivalenza non varia.

Esercizi su uguaglianze di polinomi

63 $(3a^3 + 5a^2 - 2a + 1) - (3a^3 - 2a^2 + 5a - 7)$

$$[7a^2 - 7a + 8]$$

64 $(3x^3 - 4y^2) + (5y^2 - 4x^3) + (x^3 - y^3)$

$$[y^2 - y^3]$$

65 $(10a^2b + 5ab^2 + 3ab) + (7ab^2 - 5a^2b + 2a^2b)$

$$[7a^2b + 12ab^2 + 3ab]$$

66 $\left(\frac{2}{3}x^2y + \frac{3}{4}xy^3 - \frac{2}{5}x^4\right) - \left(-\frac{1}{4}xy^3 - \frac{1}{3}x^2y + \frac{3}{5}x^4\right)$

$$[x^2y + xy^3 - x^4]$$

67 $\left(\frac{1}{5}x^2 - \frac{2}{3}x + 1\right) + \left(\frac{1}{3}x^2 + 2x - \frac{1}{2}\right)$

$$\left[\frac{8}{15}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{2}\right]$$

68 $\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{5}\right) - \left(4 + \frac{1}{3}x - \frac{3}{5}x^2\right)$

$$\left[\frac{11}{10}x^2 - 2x - \frac{18}{5}\right]$$

69 $(5a^3b^2 - ab^3 + a^2b^3) - (a^2b^3 + ab^3 - a^3b^2)$

$$[6a^3b^2 - 2ab^3]$$

70 $(2x^2 + y^2 - 3xy) + \left(y^2 - 2xy - \frac{1}{3}x^2\right) + \left(3xy - \frac{2}{3}x^2 - 2y^2\right)$

$$[x^2 - 2xy]$$

71 $(2,5 - 0,5y^2 - 1,2y^3) - (0,\bar{3} - 2y^3 - 1,\bar{3}y^2)$

$$\left[\frac{4}{5}y^3 + \frac{5}{6}y^2 + \frac{13}{6}\right]$$

72 $2a - [-(2a + 7y) + 5a - 4y - (2y + 6a)]$

$$[5a + 13y]$$

$$b) (3z^3 + 5z^2 - 2z + 1) - (3z^3 - 2z^2 + 5z - 7) =$$

$$= \cancel{3z^3} + \underline{5z^2} - \underline{2z} + 1 - \cancel{3z^3} + \underline{2z^2} - \underline{5z} + 7 =$$

$$= 7z^2 - 7z + 8$$

$$6) \left(\frac{2}{3} x^2 y + \frac{3}{4} x y^3 - \frac{2}{5} x^4 \right) - \left(-\frac{1}{4} x y^3 - \frac{1}{3} x^2 y + \frac{3}{5} x^4 \right) =$$

$$= \underline{\frac{2}{3} x^2 y} + \underline{\frac{3}{4} x y^3} - \underline{\frac{2}{5} x^4} + \underline{\frac{1}{4} x y^3} + \underline{\frac{1}{3} x^2 y} - \underline{\frac{3}{5} x^4} =$$

$$= \frac{2+1}{3} x^2 y + \frac{3+1}{4} x y^3 + \frac{-2-3}{5} x^4 =$$

$$= x^2 y + x y^3 - x^4$$

Altri concetti

Le frazioni

- ▶ Una frazione è una coppia ordinata di numeri naturali a e b , dove b è diverso da 0 e si scrive $\frac{a}{b}$
- ▶ Una frazione si dice apparente se può essere ridotta ad un numero intero
- ▶ Una frazione che ha come denominatore una potenza di 10, viene detta frazione decimale → Le frazioni decimali può rappresentare un numero decimale finito
- ▶ Una frazione è detta equivalente se il prodotto del numeratore della prima per il denominatore della seconda è uguale al prodotto del denominatore della prima per il numeratore della seconda

Numeri decimali periodici

- Si definisce un numero decimale periodico un numero le cui cifre decimali sono infinite, e si scrive:

$$a, b\bar{c}$$

Dove:

- a è la parte intera,
- $b\bar{c}$ è la parte decimale
- b è detto antiperiodo
- c è detto periodo

Es. $5,8\bar{3} \rightarrow 5$ parte intera, 8 antiperiodo e 3 periodo

Numeri decimali periodici e le frazioni

Per scrivere un numero decimale periodico in frazione si seguono i seguenti passaggi:

- ▶ al numeratore si scrive il numero senza virgola meno tutte le cifre che precedono il periodo.
 - ▶ Es. $5,8\bar{3}$ il numeratore sarà $583-58=525$
- ▶ al denominatore si scrive 9 elevato al numero di cifre che compone il periodo moltiplicato 10 elevato al numero di cifre che compone l'antiperiodo
 - ▶ Es. $5,8\bar{3}$ il denominatore sarà $9^1 * 10^1$
 - ▶ La frazione risultate sarà $\frac{525}{90}$

Le percentuali

La percentuale è un modo diverso di scrivere le frazioni con denominatore 100.

Per esempio $\frac{25}{100}$ può essere scritta 25%

Le proporzioni

Una proporzione è un'uguaglianza tra due rapporti (o due frazioni equivalenti).

Una proporzione si scrive:

$$A : B = C : D$$

E si legge A sta a B come C sta a D

B e C vengono detti anche MEDI

A e D vengono detti anche ESTREMI

Le proporzioni - proprietà fondamentali

- ▶ Il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi
- ▶ Scambiando prodotto di estremi e medi si ottiene una proporzione equivalente
- ▶ Proprietà dello scomporre: la differenza dei primi due termini sta al primo o al secondo termine come la differenza dei secondi due termini sta al terzo o al quarto termine
 - ▶ $(a-b):a=(c-d):c$
- ▶ Proprietà del comporre: la somma dei primi due termini sta al primo o al secondo termine come la somma dei secondi due termini sta al terzo o al quarto termine
 - ▶ $(a+b):a=(c+d):c$

Prodotti notevoli

Prodotti notevoli fondamentali

- **Quadrato di un binomio (somma)** $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- **Quadrato di un binomio (differenza)** $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- **Somma per differenza (differenza di quadrati)** $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- **Quadrato di un trinomio** $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

Prodotti notevoli

- **Cubo di un binomio (somma)** $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- **Cubo di un binomio (differenza)** $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- **Somma di cubi** $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
- **Differenza di cubi** $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

Divisione tra monomi e polinomi

Un monomio dividendo è divisibile per un altro monomio (detto divisore), se gli esponenti delle parti letterarie del monomio dividendo sono tutti maggiori o uguali agli esponenti del monomio divisore.

Un polinomio è divisibile (divisione esatta) per un monomio se:

- ▶ ogni termine del polinomio è divisibile per il monomio,
- ▶ Il monomio divisore è diverso da zero.

Divisione con Resto

Dati due polinomi A e B, si può dimostrare che è sempre possibile che

$$A/B = Q + R$$

Dove Q e R sono detti quoziente e Resto

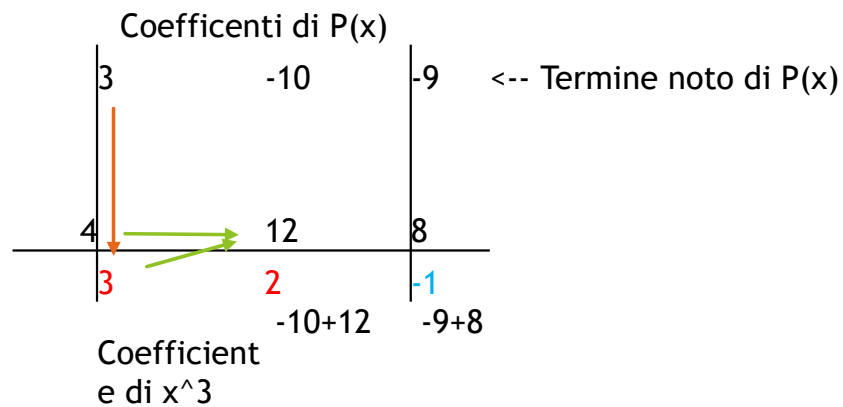
Regola di Ruffini - 01

Es. dato $P(x)=(3x^2-10x-9)$ e $D(x)=(x-4)$, di seguito i passaggi per calcolare $P(x)/D(x)$ con Ruffini.

Allora scriviamo:

	Coefficienti di $P(x)$			
	3	-10	-9	<-- Termine noto di $P(x)$
Termine noto di $D(x)$ -->	4			

Regola di Ruffini - 02



I numeri in rosso sono i coefficienti delle x polinomio Q diminuito di un grado.

$$Q(x) = 3x + 2$$

Il numero celeste è il resto

$$R = -1$$

Esercizi Ruffini

663 $(a^2 - a - 12) : (a - 4)$
•○

664 $(2x^3 - 9x + 1) : (x - 3)$
•○

665 $(3x^3 + x^2 - 8x + 4) : (x + 2)$
•○

666 $(b^3 + b^2 - b + 15) : (b + 3)$
•○

667 $(-3x^2 + 2x^3 - x + 2) : (x - 1)$
•○

$[Q = a + 3]$

$[Q = 2x^2 + 6x + 9; R = 28]$

$[Q = 3x^2 - 5x + 2]$

$[Q = b^2 - 2b + 5]$

$[Q = 2x^2 - x - 2]$

Esercizi Ruffini

(664) $(2x^3 - 9x + 1) : (x - 3)$ Ruffini

	2	0	-9	1
3		6	18	27
	2	6	9	28

$Q = 2x^2 + 6x + 9$ $R = 18$

(665) $(3x^3 + x^2 - 8x + 4) : (x + 2)$

	3	1	-8	4
-2		-6	10	-4
	3	-5	2	0

$Q = 3x^2 - 5x + 2$ $R = 0$

Il piano cartesiano

Piano Cartesiano

Il Piano Cartesiano è un piano che si crea con due rette orientate e perpendicolari, il cui punto di intersezione chiamato Origine.

- ▶ Asse X o Asse Ascisse
- ▶ Asse Y o Asse Ordinate
- ▶ Coordinate e punti sul piano

Distanza tra 2 punti

Dati 2 punti si definisce distanza tra due punti la formula:

► $\sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2}$

Retta passante per l'origine e coeff. angolare

Dato $y=mx + q$, con y e x diverso da zero, il coefficiente angolare è:

$$M=x/y$$

- ▶ Retta $\rightarrow y=mx$
- ▶ Coeff. Angolare $\rightarrow m=y/x$
- ▶ Oppure dati 2 punti il coeff. Angolare è $(y_b-y_a)/(x_b-x_a)$
- ▶ Se $m>0$ allora la retta passerà tra il 1° e 3° quadrante. Es. $y=x$
- ▶ Se $m<0$ allora la retta passerà tra il 2° e 4° quadrante. Es. $y=-x$

Coeff. Angolare da 2 punti della retta

Da un punto a e un punto b della retta, allora vale che

$$m = (x_a - x_b) / (y_a - y_b)$$

Forma esplicita e implicita

- ▶ Forma esplicita $y=mx+q$
 - ▶ q determina la Translazione delle retta
- ▶ Forma implicita $ax+by+c=0$

Dato $y=mx+q$, q rappresenta lo scostamento rispetto alla retta passante per l'origine (cioè $y=mx$)

Equazioni degli assi

Asse $x \rightarrow y=0$ (cioè quando m e q sono nulli)

Asse $y \rightarrow x=0$

Rette parallele agli assi

Su asse $x \rightarrow y=k$ (retta parallela all'asse y e scostamento di k rispetto $y=0$)

Su asse $y \rightarrow x=k$ (retta parallela all'asse x e scostamento di k rispetto $x=0$)

Rette parallele

Due rette si dicono parallele quando hanno lo stesso coefficiente angolare.

Es.

$y=mx$, $y=mx+k$, $y=mx+d \rightarrow$ sono tutte parallele

Rette perpendicolari

Due rette si dicono perpendicolari quando hanno tra il coefficiente angolare della prima (m) e il coefficiente angolare della seconda (m') sussiste la seguente relazione:

$$m = -(1/m')$$

Retta passante per due punti

Cerchiamo x e y tali per cui la funzione passi per $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$

$$(y - y_1) / (y_2 - y_1) = (x - x_1) / (x_2 - x_1)$$

The background features abstract green geometric shapes. On the left, a solid green trapezoid points downwards. On the right, a complex arrangement of overlapping translucent green triangles and polygons creates a layered effect. A thin, light gray line extends from the bottom left towards the right, passing through the green shapes.

Radicali

Radicali

Si definisce radice n-sima di a, quel numero b tale che $b^n=a$ e si definisce con:

$$b = \sqrt[n]{a}$$

Dove:

n è detto indice

a è detto radicando

b è detto radice

Radicali - Proprietà - 01

$${}^{n*m}\sqrt{a^m} = {}^n\sqrt{a} \rightarrow \text{semplificazione}$$

$${}^n\sqrt{a} \text{ e } {}^m\sqrt{b} \text{ allora } {}^{n*m}\sqrt{a^m} = {}^{n*m}\sqrt{b^n} \rightarrow \text{riduzione allo stesso indice}$$

$${}^n\sqrt{a} * {}^n\sqrt{b} = {}^n\sqrt{a * b} \rightarrow \text{prodotto di radicali con lo stesso indice}$$

$${}^n\sqrt{a} * {}^m\sqrt{b} = {}^n\sqrt{a^m * b^n} \rightarrow \text{prodotto di radicali con indici diversi}$$

$$\frac{{}^n\sqrt{a}}{{}^n\sqrt{b}} = {}^n\sqrt{\frac{a}{b}} \rightarrow \text{rapporto di radicali con lo stesso indice}$$

Radicali - Proprietà - 02

$$a * \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n * b} \rightarrow \text{trasporto di un fatto nel radicando}$$

$$\sqrt[n]{a^{n+m}} = \sqrt[n]{a^n * a^m} = \sqrt[n]{a^n} * \sqrt[n]{a^m} = a * \sqrt[n]{a^m} \rightarrow \text{trasporto fuori dalla radice}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \rightarrow \text{trasporto dell'esponente dentro la radice}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m*n]{a} \rightarrow \text{radice di radice}$$

$$a\sqrt[n]{x} + b\sqrt[n]{x} = (a + b)\sqrt[n]{x} \rightarrow \text{somma di radicali simili}$$

Le Equazioni

Identità

- ▶ Un'identità è un'uguaglianza dove compaiono espressioni letterali verificata per qualunque valore attribuito alle lettere contenute nelle espressioni.
- ▶ Es. $a+a=2a$

Condizione d'esistenza

Se abbiamo $\frac{ax}{b}$, è condizione di esistenza che b sia diverso da zero.

EQUAZIONE ALGEBRICA

Si definisce EQUAZIONE ALGEBRICA un'uguaglianza tra due polinomi A e B al quale adoperando tutte le operazioni possibili, il risultato è un'uguaglianza dove uno dei due polinomi è nullo.

Il grado del polinomio risultante è anche il grado dell'equazione.

Soluzioni o radici

Si chiamano soluzioni o radici tutte i valori di x che rendono vera l'uguaglianza.

EQUAZIONE ALGEBRICA - esempio

Esempio:

$$3a^3b^2c^1 + 2a^1c^1 + 3b^2c^1 = 0$$

Esercizio: data la seguente uguaglianza, porre l'uguaglianza in modo che sia un'equazione algebrica.

$$3a^3b^2c + 2ac + 3b^2c = (5ac - 3ac) - 6b^2c$$

EQUAZIONE ALGEBRICA IN UNA SOLA INCOGNITA

Data un EQUAZIONE ALGEBRICA, se la parte letteraria di tutti i monomi è composta da una sola lettera, anche se i monomi hanno grado diverso, si parla di equazione algebrica in una sola incognita.

Es.:

$$3x^3 + 2x^2 + 2x + 5 = 0$$

EQUAZIONE ALGEBRICA IN UNA SOLA INCOGNITA DI PRIMO GRADO

Le equazioni algebriche di primo grado, anche dette lineari, sono le equazioni algebriche riconducibili alla forma:

$$ax + b = 0$$

dove a e b sono dei numeri reali e a è diverso da 0.

Questa equazione ammette una soluzione:

$$x = -\frac{b}{a}$$

Soluzioni eq. Primo grado

1 soluzione

Infinite soluzioni

Non ammette soluzioni

EQUAZIONE ALGEBRICA IN UNA SOLA INCOGNITA DI PRIMO GRADO - Esempi 01

I) $x = 3x - 4$

II) $3x + 5 = 3x + 4$

III) $3x + 4 - 12x - 3 = -9x + 1$

IV) $x - 2(x + 4) = 3 + 3x$

V) $6(x - 2) - 9 + 4x = 2(x - 2) + x$

VI) $3 - 2(-x - 6) = 12 - (1 - x)$

VII) $-3(2x + 1) - (x - 3) = -2(x - 1) + 6x - 3(2 - x)$

VIII) $7(2 - x - 4x) - 5x + 5 = 12(x + \frac{1}{6}) - 2x + 4$

IX) $5x - 3(2 - x) = -(x - 1) + 6x - 3$

X) $x + 12 - 2(1 - x) = 4(x + 4) - 12(x + 1)$

EQUAZIONE ALGEBRICA IN UNA SOLA INCOGNITA DI PRIMO GRADO - Soluzioni

I) $x = 2$

II) Impossibile (non esistono soluzioni)

III) Indeterminata (infinite soluzioni);

IV) $x = -\frac{11}{4}$

V) $x = \frac{17}{7}$

VI) $x = -4$

VII) $x = \frac{2}{7}$

VIII) $x = \frac{13}{50}$

IX) $x = \frac{4}{3}$

X) $x = -\frac{6}{11}$

XI) $x = -3$

XII) $x = -\frac{3}{5}$

EQUAZIONE ALGEBRICA IN UNA SOLA INCOGNITA DI PRIMO GRADO - Esempi 02

$$\text{I)} \frac{1}{4}(x-2) - \frac{3}{4}\left(\frac{7}{6}x\right) = \frac{3-2x}{4} - \left[\frac{3(x+4)}{12} - \left(x - \frac{1}{3}\right)\right]$$

$$\text{II)} \frac{4}{6}\left[\frac{3}{2}\left(1 - \frac{1}{3}x\right) + \frac{12}{16}(x+1)\right] = \frac{1}{6} - \frac{4}{3}\left[\frac{1}{4}(2x-6) + \frac{1}{4}x\right]$$

$$\text{III)} \left(\frac{1}{6} + \frac{4}{12}x\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{x}{6} + 3\right) \cdot (-1) \left(-\frac{6}{4}\right) = x + \frac{x}{36} : \left(3 - \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{IV)} \frac{1}{4}\left[(x-2)\left(3 - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}(1-x)\right] + \frac{1}{2}(x+1) = x - \frac{5}{8}$$

$$\text{V)} (1+x)\left(\frac{7}{4} - 2\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{4}x\right) = \left[\frac{3x-4}{12} - \left(\frac{8x-24}{16}\right)\right] \cdot \left(-1 + \frac{6}{2}\right)$$

$$\text{VI)} 6x - \left[\frac{4-2x}{8} - \left(\frac{5x-4}{12}\right) \cdot \left(\frac{9}{3} - \frac{12}{6}\right)\right] - \left(\frac{2}{3}\right)x = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(6 - \frac{9}{2}\right)$$

$$\text{VII)} \left(\frac{2x+1}{2} - \frac{2x-1}{3}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{2x+1}{2} + \frac{2x-1}{3}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{4}{3}x$$

$$\text{VIII)} x - 5\left(4 - \frac{4}{x}\right) + 1 - 2(x-1) = \left(5 + \frac{3}{2}\right)x - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 4$$

$$\text{IX)} 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = (x+2)(3x-1) - 5x\left(2 - \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{X)} \frac{3-x}{\frac{10}{6}} - \frac{3x+2}{\frac{4}{3}} = 4x + \frac{3}{20}x - \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)$$

soluzione

$$\frac{1}{4} \cdot (x-2) - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{7}{6}x\right) - \left\{ \left(\frac{-2x+3}{4}\right) - \left(3 \cdot \frac{x+4}{12} - \left(x - \frac{1}{3}\right)\right) \right\} = 0$$

$$\left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4} \cdot \cancel{x}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{1}}{3} \cdot \frac{7}{2}x\right) - \left\{ \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) - \left(3 \cdot \left(\frac{1}{12}x + \frac{1}{3}\right) - \left(x - \frac{1}{3}\right)\right) \right\} = 0$$

$$\left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}\right) - \frac{7}{8}x - \left\{ \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) - \left(\cancel{x} \cdot \left(\frac{\cancel{1}}{3} \cdot \left(\frac{1}{4}x + 1\right)\right) - \left(x - \frac{1}{3}\right)\right) \right\} = 0$$

$$\left(-\frac{5}{8}x - \frac{1}{2}\right) - \left\{ \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) - \left(\left(\frac{1}{4}x + 1\right) - \left(x - \frac{1}{3}\right)\right) \right\} = 0$$

$$\left(-\frac{5}{8}x - \frac{1}{2}\right) - \left\{ \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{3}{4}x + \frac{4}{3}\right) \right\} = 0$$

$$\left(-\frac{5}{8}x - \frac{1}{2}\right) - \left\{ \frac{1}{4}x - \frac{7}{12} \right\} = 0$$

$$-\frac{7}{8}x + \frac{1}{12} = 0$$

$$\left(-\frac{7}{8}\right) \cdot x + \left(\frac{1}{12}\right) = 0$$

$$x = \frac{-\left(\frac{1}{12}\right)}{-\frac{7}{8}}$$

$$x = \frac{2}{21}$$

EQUAZIONE ALGEBRICA IN UNA SOLA INCOGNITA DI PRIMO GRADO - Soluzioni

I) $x = \frac{2}{21}$

II) $x = \frac{4}{7}$

III) $x = \frac{90}{19}$

IV) Indeterminata (infinite soluzioni)

V) $x = \frac{10}{3}$

VI) $x = \frac{115}{288}$

VII) Indeterminata (infinite soluzioni)

VIII) $x = 7$

IX) $x = \frac{3}{2}$

X) $x = \frac{27}{280}$

EQUAZIONE ALGEBRICA IN UNA SOLA INCOGNITA DI SECONDO GRADO

Le equazioni algebriche di secondo grado sono le equazioni algebriche riconducibili alla forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dove a , b e c sono dei numeri reali e a è diverso da 0.

EQ. ALGEBRICA DI SECONDO GRADO: DELTA

Data un'equazione algebrica di secondo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dove a, b e c sono dei numeri reali e a è diverso da 0,

si definisce DELTA il valore:

$$b^2 + 4ac$$

Casi con il delta

equazione completa $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta > 0 \quad \longrightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Delta = 0 \quad \longrightarrow \quad x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

$\Delta < 0 \quad \longrightarrow \quad \text{equazione impossibile}$

EQ. ALGEBRICA DI SECONDO GRADO: DELTA

Data un'equazione algebrica di secondo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dove a, b e c sono dei numeri reali e a è diverso da 0,

se il DELTA è maggiore o uguale a 0, l'equazione ammette soluzione nell'insieme dei numeri REALI.

In generale la soluzione è:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Casi specifici

► $B=0 \rightarrow x = -\sqrt{-\frac{c}{a}} \quad x = +\sqrt{-\frac{c}{a}}$

► $C=0 \rightarrow x=0 \quad \text{e } x=-b/a$

Primo principio di equivalenza

Primo principio di equivalenza

Date due equazioni. Se le due equazioni ammettono un'unica soluzione, le equazioni si dicono equivalenti.

Secondo principio di equivalenza

Date due equazioni. Se tutti i termini di un'equazione hanno un fattore comune diverso da 0, si ottiene un'equazione equivalente dividendo tutti i termini di quel fattore.

Forma normale

Un'equazione è in forma normale (o forma tipica) quando tutti i termini contenenti l'incognita sono raggruppati al primo membro, ridotti a un unico polinomio, e al secondo membro si trova lo zero, ottenendo quindi la forma $Ax = 0$. Per ridurre un'equazione in forma normale, si spostano tutti i termini al primo membro applicando i principi di equivalenza, cambiando il loro segno, e si eseguono le semplificazioni necessarie per sommare i termini simili.

Forma normale equazione di secondo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Equazioni determinate, indeterminate e impossibili

- ▶ Determinate
- ▶ indeterminate
- ▶ impossibili

EQ. ALGEBRICA DI SECONDO GRADO - esercizi

I) $x^2 = 121$

II) $(x + 3)^2 = 0$

III) $x^2 + 2x + 1 = 0$

IV) $2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1 = 0$

[è più semplice di quanto sembri: pensa al prodotto notevole per il quadrato di un binomio $(a + b)^2 \dots$]

V) $x^2 + 1 = 0$

VI) $x^2 - 3x + 10 = 0$

VII) $5x^2 + 20x = 0$

VIII) $-x^2 + 12x = 36$

[che ne dici di un cambio di segno?]

IX) $x^2 = 0$

X) $x^2 - 5x + 6 = 0$

EQ. ALGEBRICA DI SECONDO GRADO - soluzioni

- I) Due soluzioni distinte: $x_1 = 11, x_2 = -11$
- II) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = -3$
- III) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = -1$
- IV) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
- V) Non ha soluzioni.
- VI) Non ha soluzioni, il discriminante è negativo.
- VII) Due soluzioni distinte: $x_1 = -4, x_2 = 0$
- VIII) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = 6$
- IX) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = 0$
- X) Due soluzioni distinte: $x_1 = 2, x_2 = 3$

Altri esercizi

- I) Due soluzioni distinte: $x_1 = 11, x_2 = -11$
- II) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = -3$
- III) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = -1$
- IV) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
- V) Non ha soluzioni.
- VI) Non ha soluzioni, il discriminante è negativo.
- VII) Due soluzioni distinte: $x_1 = -4, x_2 = 0$
- VIII) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = 6$
- IX) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = 0$
- X) Due soluzioni distinte: $x_1 = 2, x_2 = 3$

soluzioni

- I) Due soluzioni distinte: $x_1 = 11, x_2 = -11$
- II) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = -3$
- III) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = -1$
- IV) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
- V) Non ha soluzioni.
- VI) Non ha soluzioni, il discriminante è negativo.
- VII) Due soluzioni distinte: $x_1 = -4, x_2 = 0$
- VIII) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = 6$
- IX) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = 0$
- X) Due soluzioni distinte: $x_1 = 2, x_2 = 3$

Altri esercizi 2

I) $\frac{3}{4}(x-5)(x+7) + \frac{1}{2}(5-x)x - 2 = 0$

II) $4(x-1)^2 + 20 = 4(x^2 + 4) + 2(x-1)^2$

III) $x^2 + \frac{x+7}{10+\sqrt{3}} = 0$

IV) $\pi x^2 - 9x + 2 = 0$

[π è un numero come un altro, stai solo attento a stimare il segno del discriminante, poni $\pi = 3,14$]

V) $(x-1)^2 + 2(x+2)^2 - 5(x-\frac{1}{2})^2 = 3$

VI) $x^2 + \frac{x}{1+\sqrt{2}} - \frac{6}{1-\sqrt{2}} = 0$

VII) $(x+1)^3 - (x-1)^3 = 0$ [come si sviluppa il [cubo di un binomio](#)?]

VIII) $(x+1)^2(x+1) + (1-x)(x+1)x + 2x + 2 = 0$

IX) $(2x - \frac{1}{2})^2 - x^2 = \frac{15}{2} - (2x + \frac{1}{2})^2$

X) $\frac{\frac{x-1}{2}}{\frac{1}{2}}x - \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} + \frac{x^2}{2}$

Soluzioni 2

I) Due soluzioni distinte: $x_{1,2} = -8 \pm \sqrt{177}$

II) Due soluzioni distinte: $x_1 = -3, x_2 = 1$

III) Non ammette soluzioni reali

IV) Due soluzioni distinte: $x_1 = \frac{9 - \sqrt{81 - 8\pi}}{2\pi}, x_2 = \frac{9 + \sqrt{81 - 8\pi}}{2\pi}$

V) Due soluzioni distinte: $x_1 = \frac{11 - \sqrt{159}}{4}, x_2 = \frac{11 + \sqrt{159}}{4}$

VI) Non ammette soluzioni reali

VII) Non ammette soluzioni reali

VIII) Due soluzioni coincidenti: $x_{1,2} = -1$

IX) Due soluzioni distinte: $x_1 = -1, x_2 = +1$

X) Due soluzioni distinte: $x_1 = -1, x_2 = \frac{5}{3}$

The background features abstract, overlapping green geometric shapes, primarily triangles and polygons, in various shades of green. These shapes are positioned on the left and right sides of the page, framing the central text. The overall aesthetic is modern and minimalist.

Altro

Le proprietà delle disequazioni

- ▶ Sommando o sottraendo per la stessa quantità ad entrambi i membri di una disequazione, il risultato non cambia
- ▶ Moltiplicando o dividendo per la stessa quantità primo e secondo membro di una disequazione:
 - ▶ Se positivo, il verso della disequazione non cambia
 - ▶ Se negativo, il verso della disequazione si inverte
- ▶ Data una disequazione di due frazioni, la disequazione dei reciproci del primo membro con il secondo membro ha il verso opposto rispetto la disequazione principale