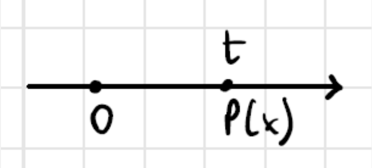
CINEMATICA pt.II

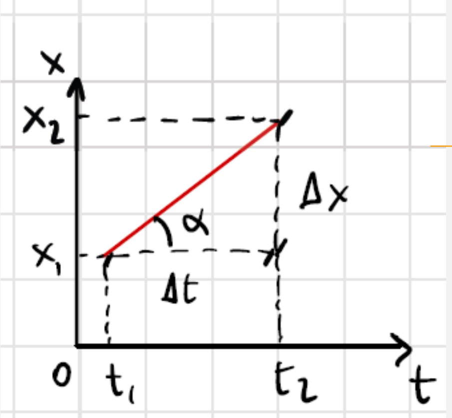
- Moto rettilineo uniforme
- Moto rettilineo uniformemente accelerato
- Oggetti in caduta
- Moto circolare uniforme

MOTO RETTILINEO UNIFORME (M.R.U.)

Moto di una particella con velocità costante: $\boxed{\vec{v} = cost}$

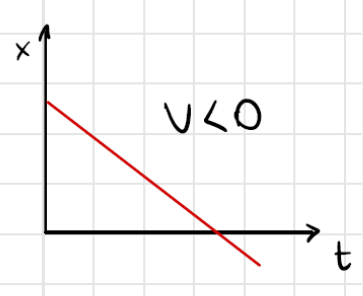
In ogni punto l'accelerazione è nulla: $\vec{a} = 0$





$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \tan\alpha > 0$$

Il coefficiente angolare della retta rappresenta la velocità della particella

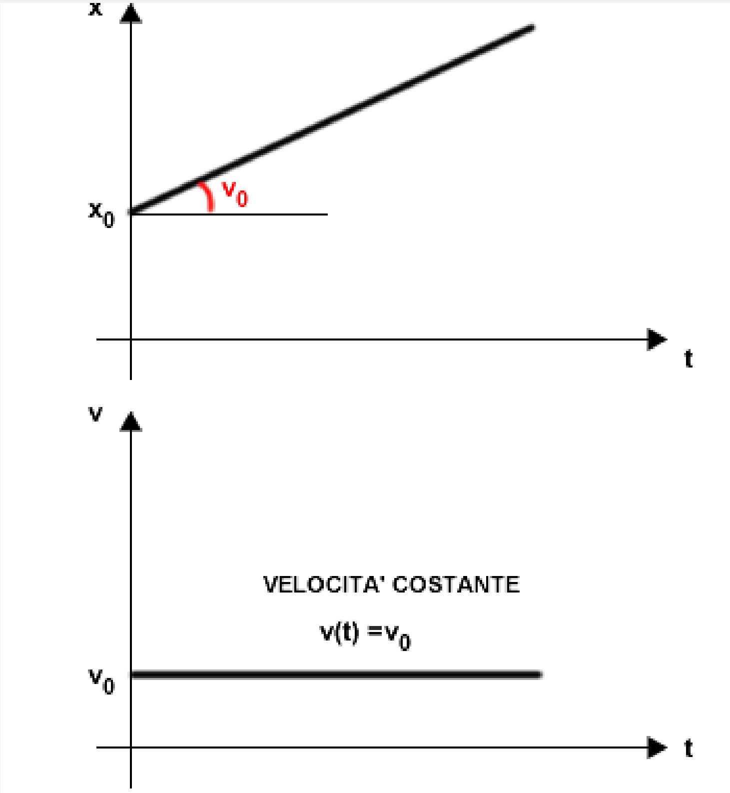


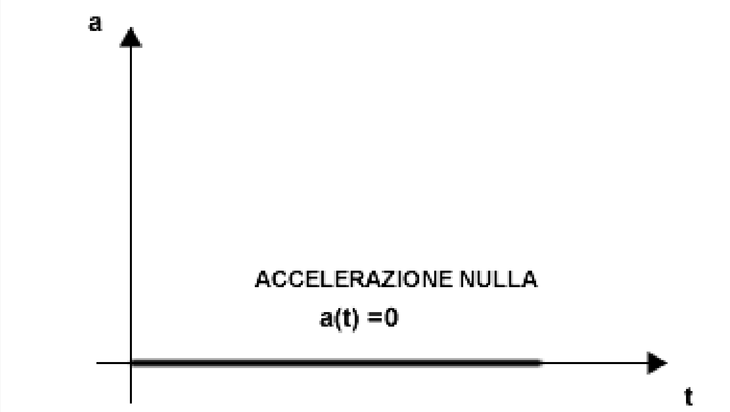
Consideriamo t_1 l'istante iniziale ($t_1 = 0$) e t_2 un istante generico ($t_2 = t$), r_0 l'ascissa della posizione inziale e r_2 una posizione generica ($\mathrm{r}_2 = \mathrm{r}$)

Equazione oraria del moto rettilineo uniforme

$$\boxed{\mathrm{r} = \mathrm{r}_0 + vt}$$

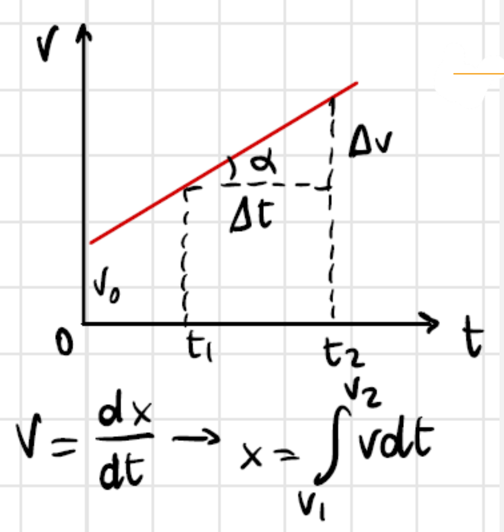
$$\Delta \mathrm{r} = v\Delta t$$





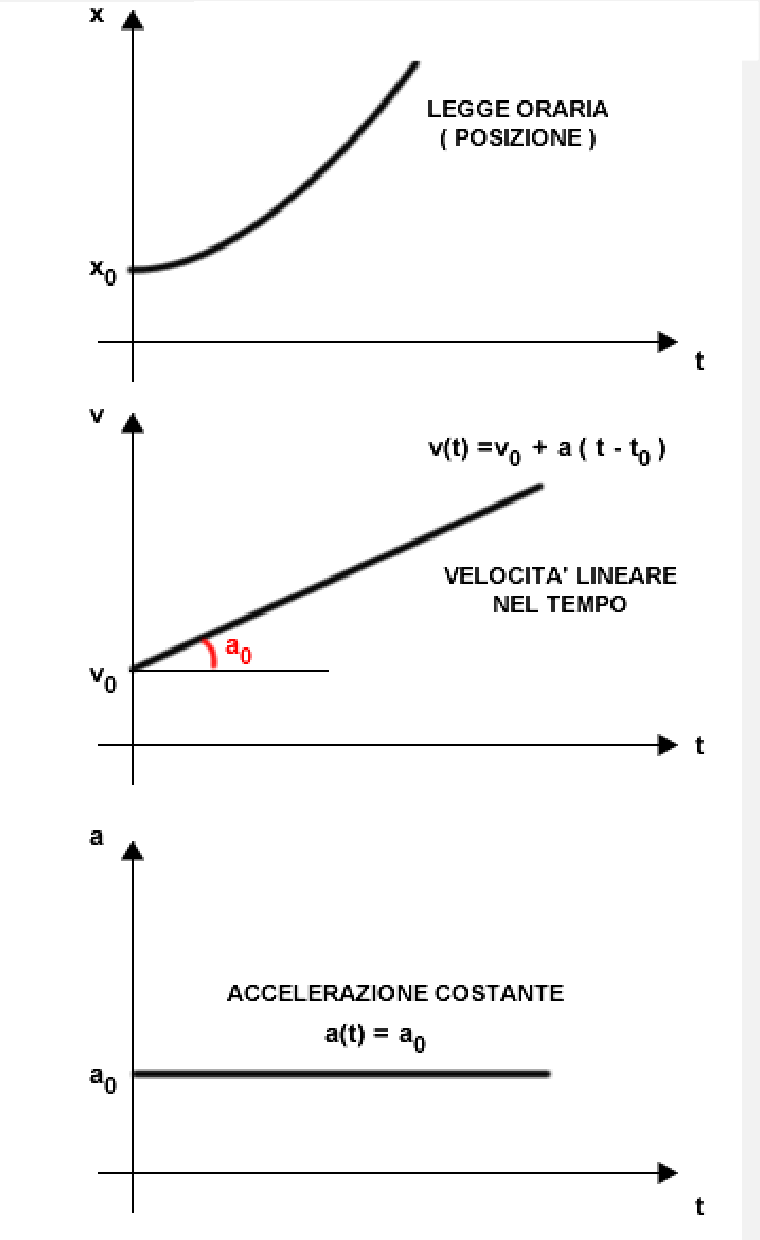
MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO (M.R.U.A.)

Moto di una particella con accelerazione costante: $\boxed{\vec{a} = cost}$



$a = \tan\alpha > 0$ →moto accelerato

Il coefficiente angolare della retta rappresenta la velocità della particella



Prima equazione fondamentale:

$$a_m = a = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

Prima equazione della cinematica

$$\boxed{v = v_0 + at}$$

Seconda equazione fondamentale:

$$v_m = \frac{\mathrm{r} - \mathrm{r}_0}{t - 0}$$

$$\boxed{\mathrm{r} = \mathrm{r}_0 + v_m t}$$

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO (M.R.U.A.)

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = a\Delta t$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 \rightarrow v_2 = v_1 + \Delta v = v_1 + a\Delta t$$

$$\Delta v = v - v_0 \rightarrow v = v_0 + \Delta v = v_0 + a\Delta t$$

Un corpo che si muove a velocità v_1 al tempo t_1 e viene accelerato con a costante, raggiungerà la velocità $v_2 = v_1 + a(t_2 - t_1)$ al tempo t_2

$$v_m = \frac{v_0+v}{2}$$

$$\Delta x = v_m\Delta t = \frac{1}{2}(v_0 + v)(t - t_0) = \frac{1}{2}(v_0 + v)\Delta t$$

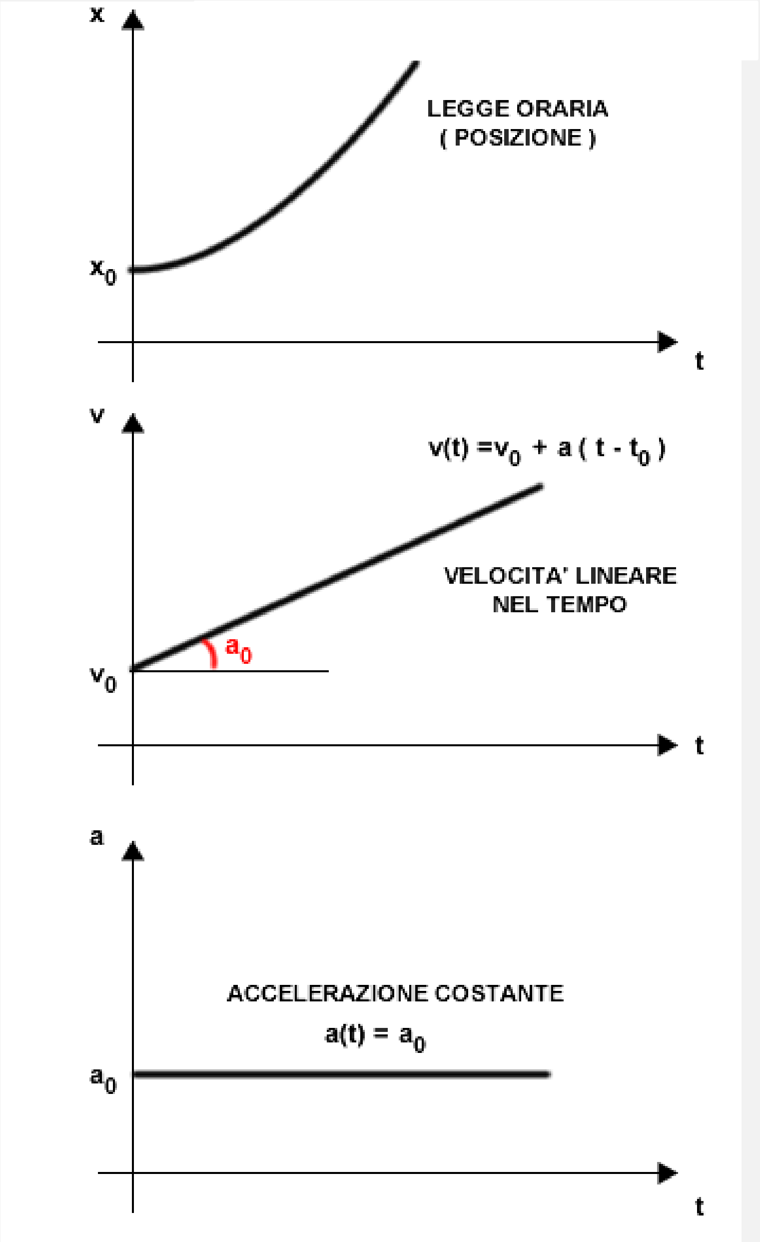
$$v = v_0 + a\Delta t \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + a\Delta t)\Delta t = \frac{1}{2}(2v_0\Delta t) + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

Seconda equazione della cinematica

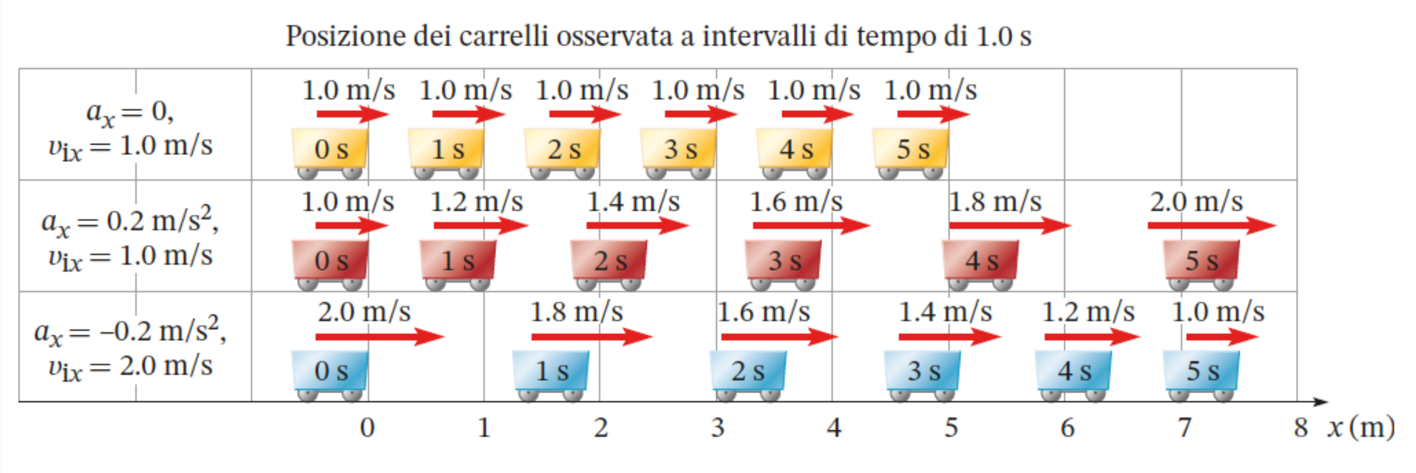
$$\boxed{\Delta x = v_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2}$$

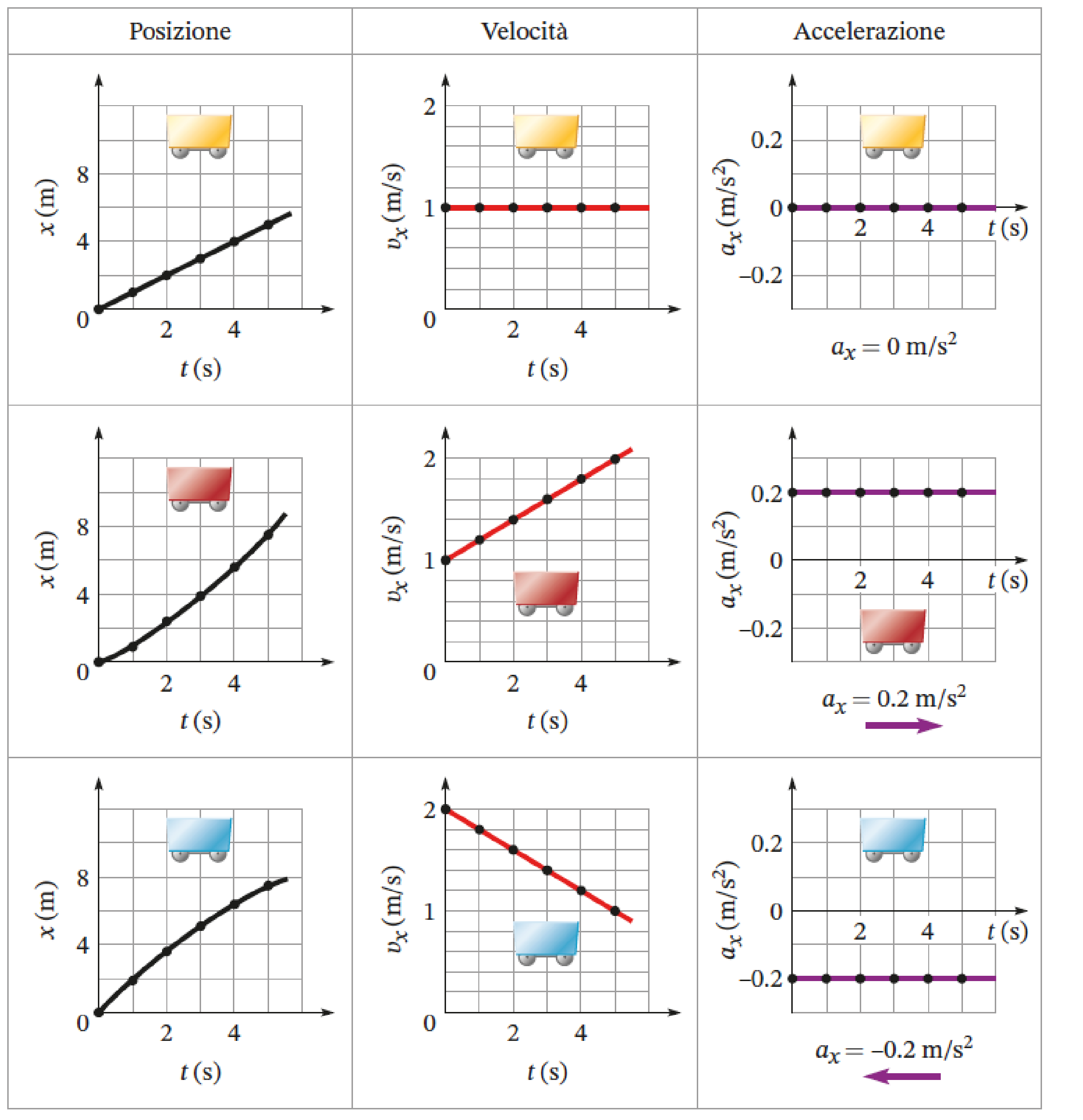
$$\boxed{x = x_0 + v_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2}$$

https://app.jove.com/embed/player?id=12622&t=1&s=1&fpv=1
https://app.jove.com/embed/player?id=12623&t=1&s=1&fpv=1



MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO (M.R.U.A.)





MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO (M.R.U.A.)

Relazioni matematiche importanti

$$\Delta v = v_f - v_i = a\Delta t$$

Quarta equazione della cinematica

$$\Delta x = \frac{1}{2}(v_f + v_i)\Delta t$$

$$\Delta x = v_i\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$$

Terza equazione della cinematica

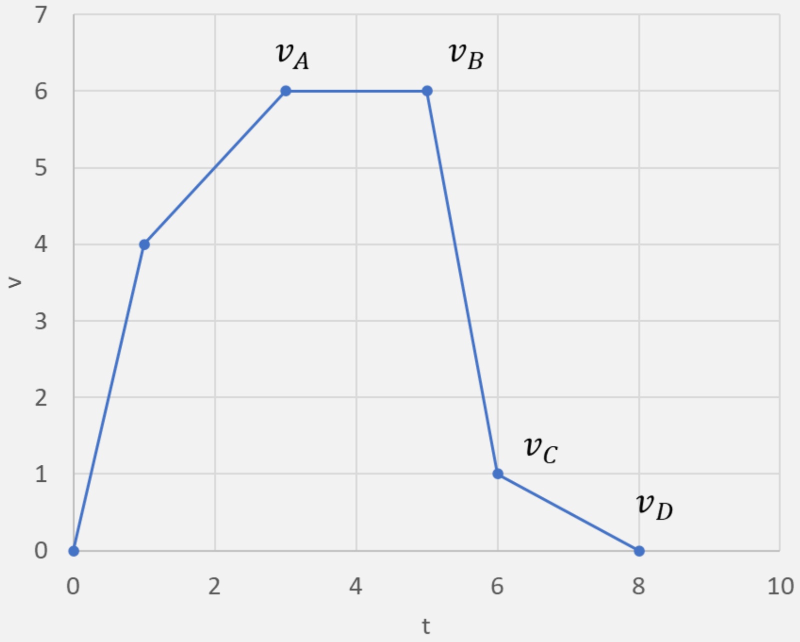
$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x$$

https://app.jove.com/embed/player?id=12624&t=1&s=1&fpv=1

VETTORI POSIZIONE SPOSTAMENTO, VELOCITÀ E ACCELERAZIONE

Esempio

Il grafico mostra sull'asse verticale la velocità (m/s) di uno skateboard mentre si muove su un rettilineo. Qual è la distanza percorsa dallo skateboard tra t=3.0s e t=8.0s?



MOTI PARTICOLARI

Esempio

Un'automobile ha una velocità media di 7,2 Km/h ed è inizialmente a 4 Km dall'origine. Calcolare la sua posizione finale dopo 8 s.

MOTI PARTICOLARI

<u>Esempio</u>

Un furgone che viaggia alla velocità di 40 m/s inizia a rallentare decelerando costantemente di 2 m/s^2 fino a fermarsi. Calcolare lo spazio percorso e l'intervallo di tempo impiegato er fermarsi.

MOTI PARTICOLARI

<u>Esempio</u>

Durante la fase di decollo, un aereo percorre una pista di lancio lunga 5 km in 100 s, partendo da fermo con accelerazione costante. Calcolare l'accelerazione dell'aereo e la sua velocità quando si stacca dal suolo.

MOTI PARTICOLARI

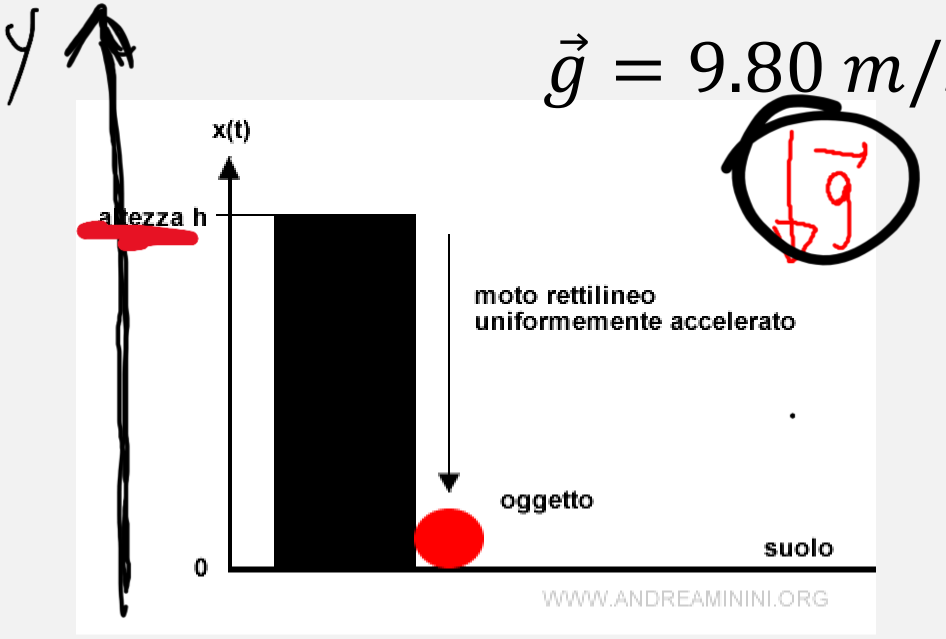
<u>Esempio</u>

Un giovane, nell'intervallo di tempo di 4h, percorre 6 km durante la prima ora e 3 km durante la seconda ora. Dopo essersi riposato per 1h percorre 5 km durante la quarta ora. Calcolare la velocità media durante:

a) Le prime due ore;
b) Le prime tre ore;
c) L'intero intervallo di tempo di 4h.

OGGETTI IN CADUTA

$$\vec{g} = 9.80\, m/s^2$$



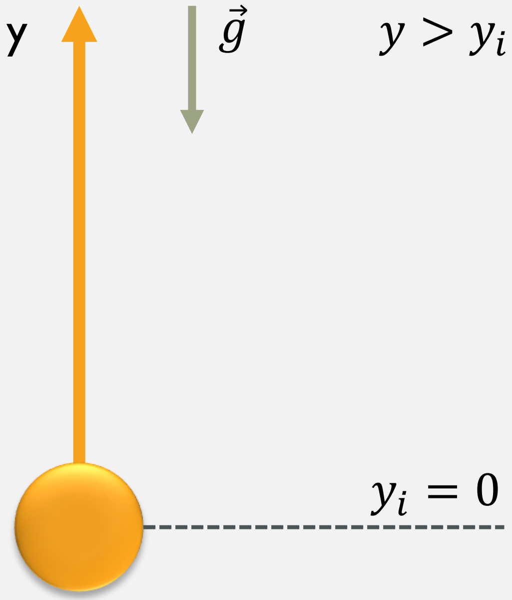
$$\boxed{\text{M.R.U.A.}}$$

$$\vec{a} = cost \quad \begin{cases} \text{MODULO } g = 9{,}8\, m/s^2 \\ \text{DIREZ. verticale} \\ \text{VERSO } \downarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{r}_f = \vec{r}_{0i} + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \\ \vec{v}_f = \vec{v}_{0i} + \vec{g}t \end{cases}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

OGGETTI LANCIATI VERSO L'ALTO



$$y_i = 0$$
$$t_i = 0 \rightarrow t - t_i = t$$
$$v_f = v_{y\,max} = 0$$

$$\begin{cases} v_f - v_i = at = -gt \\ y = y_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2 = v_i t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$v_f = 0 \rightarrow 0 - v_i = -gt$$

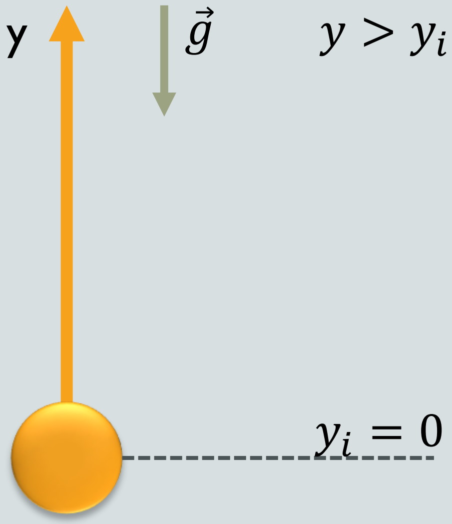
→ Determino t_s tale che $t_s = \frac{v_i}{g}$

$$y(t_s) = v_i t_s - \frac{1}{2} g t_s^2 \rightarrow y(t_s) = v_i \frac{v_i}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_i^2}{g^2} = \frac{v_i^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_i^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_i^2}{g}$$

→ Risostituendo in t_s l'espressione di v_i in funzione di y_{max}, ottengo:

$$v_i^2 = 2gy_{max} \rightarrow t_s = \frac{\sqrt{2gy_{max}}}{g} = \sqrt{\frac{2y_{max}}{g}}$$

OGGETTI LANCIATI VERSO L'ALTO



$$\begin{cases} y = y_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v = v_i + a t \end{cases}$$

DISCESA

$y_i = y_{max}$

$v_i = v_{y\,max} = 0$

$y_f = 0$

$t_i = 0 \rightarrow t_d - t_i = t_d$

$$y_f = y_i + v_i t_d - \frac{1}{2} g t_d^2$$

$$0 = y_{max} - \frac{1}{2} g t_d^2$$

$$t_d = \sqrt{\frac{2 y_{max}}{g}}$$

SALITA

$y_i = 0$

$t_i = 0 \rightarrow t_s - t_i = t_s$

$v_f = v_{y\,max} = 0$

$$\begin{cases} y = v_i t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v = v_i - g t \end{cases}$$

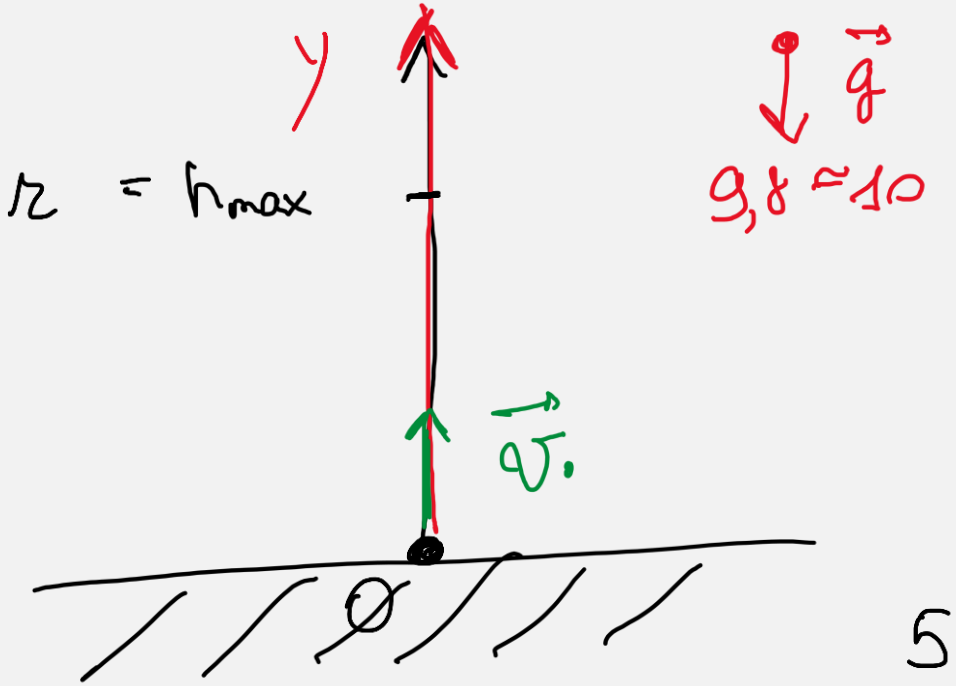
→ Giunto a un'altezza y_{max} nel tempo t_s, avremo $v = 0$:

$$\begin{cases} y_{max} = v_i t_s - \frac{1}{2} g t_s^2 \\ 0 = v_i - g t_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{max} = g t_s^2 - \frac{1}{2} g t_s^2 \\ v_i = g t_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{max} = \frac{1}{2} g t_s^2 \\ v_i = g t_s \end{cases}$$

$$t_s = \sqrt{\frac{2 y_{max}}{g}}$$



$v_0 = 10\,m/s$

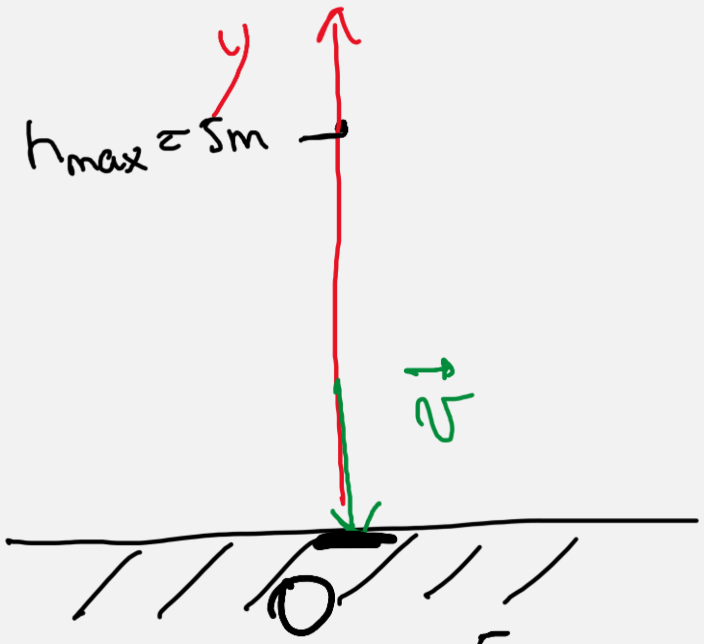
$h_{max} = ? \qquad t_{h_{max}} = ?$

$$\begin{cases} \vec{r} = \cancel{\vec{r}_0} + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \\ \cancel{\vec{v}} = \vec{v}_0 + \vec{g}t \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_0 = 0 \\ v = 0 \\ r = h_{max} \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = h_{max} = 10 \cdot t - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{10}^{\,5} \cdot t^2 \\ 0 = 10 - 10 \cdot t \longrightarrow +10t = +10 \ ; \ \boxed{t = 1\,s} \end{cases}$$

$$h_{max} = 10 \cdot 1 - 5 \cdot 1^2 = \boxed{5\,m}$$



$\vec{v} = ?$ suolo

$$\begin{cases} \cancel{\vec{r}} = \vec{r}_0 + \cancel{\vec{v}_0 t} + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \\ \vec{v} = \cancel{\vec{v}_0} + \vec{g}t \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_0 = 5\,max \\ r = 0 \\ \boxed{v_0 = 0} \\ v = ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = 5 - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{10}^{5} \cdot t^2 \\ v = -10 \cdot t \end{cases}$$

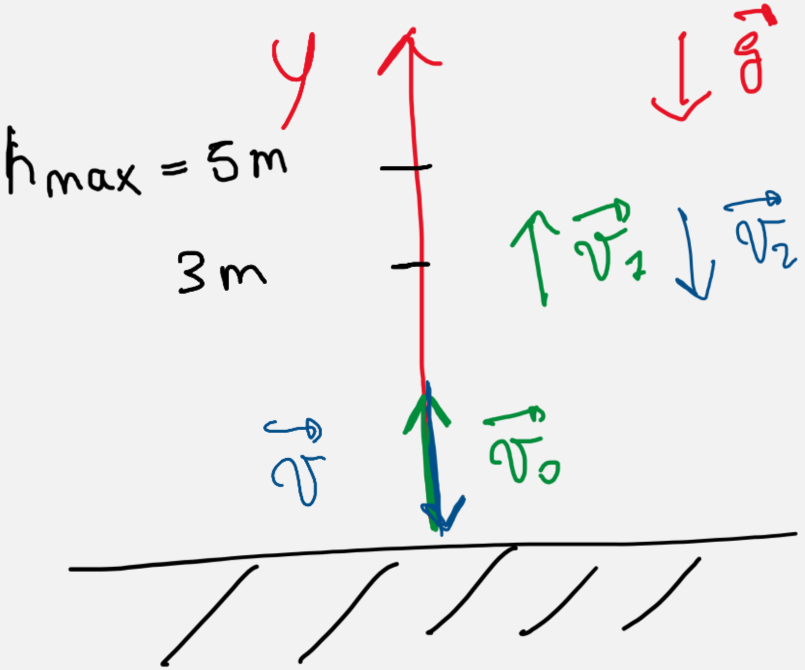
$\longrightarrow -5t^2 + 5 = 0$

$5t^2 - 5 = 0$

$\cancel{5}(t^2 - 1) = 0$

$t^2 = 1$; $\boxed{t = \pm 1\,s}$

$v = -10 \cdot 1 = \boxed{-10\,m/s}$



$\cdot t, v$ per raggiungere $h = 3m$

$\vec{v}_0 = 10 m/s$

$$\begin{cases} \vec{r} = \cancel{\vec{r}_0} + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{r}_0 = 0 \text{ suolo} \\ \vec{v} \neq 0 \\ r = h = 3\,m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 = 0 + 10 \cdot t - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{5}{\cancel{10}} \cdot t^2 \\ \boxed{v = 10 - 10 \cdot t} \end{cases}$$

$$-5t^2 + 10t - 3 = 0 \iff 5t^2 - 10t + 3 = 0$$

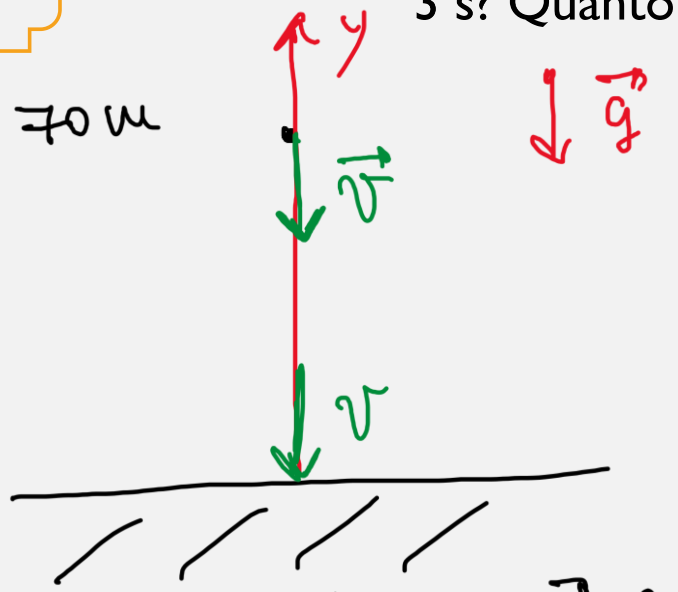
$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{2 \cdot 5} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 60}}{10}$$

$$\boxed{t_1 = 0{,}36\,s} \qquad \boxed{t_2 = 1{,}6\,s}$$

$$v_1 = 10 - 10(0{,}36) = \underline{6{,}4\,m/s} \; ; \; v_2 = 10 - 10(1{,}6) = -6\,m/s$$

OGGETTI IN CADUTA

Esempio Una palla viene lasciata cadere da una torre alta 70 m. Di quanto sarà caduta dopo 1 s, 2 s, e 3 s? Quanto vale la velocità in ciascun istante considerato? Trascurare la resistenza dell'aria.



$r_0 = 70\,m$

$t_1 = 1\,s$ $\quad$ $t_2 = 2\,s$ $\quad$ $t_3 = 3\,s$

$r_1 = ?$ $\quad$ $r_2 = ?$ $\quad$ $r_3 = ?$

$v_1 = ?$ $\quad$ $v_2 = ?$ $\quad$ $v_3 = ?$

$r_0 = 70 \quad r = ?$

$v_0 = 0 \rightarrow h = 70\,m$

$$\begin{cases} \vec r = \vec r_0 + \cancel{\vec v_0 t} + \frac{1}{2}\vec g t^2 \\ \vec v = \cancel{\vec v_0} + \vec g t \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_1 = 70 - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{10}^{\,5} \cdot 1^2 = \\ \quad = 70 - 5 = \underline{65}\,m \\ v_1 = -10 \cdot 1 = \underline{-10\,m/s} \end{cases};$$

$$\begin{cases} r_2 = 70 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = 60\,m \\ v_2 = -10 \cdot 2 = -20\,m/s \end{cases};$$

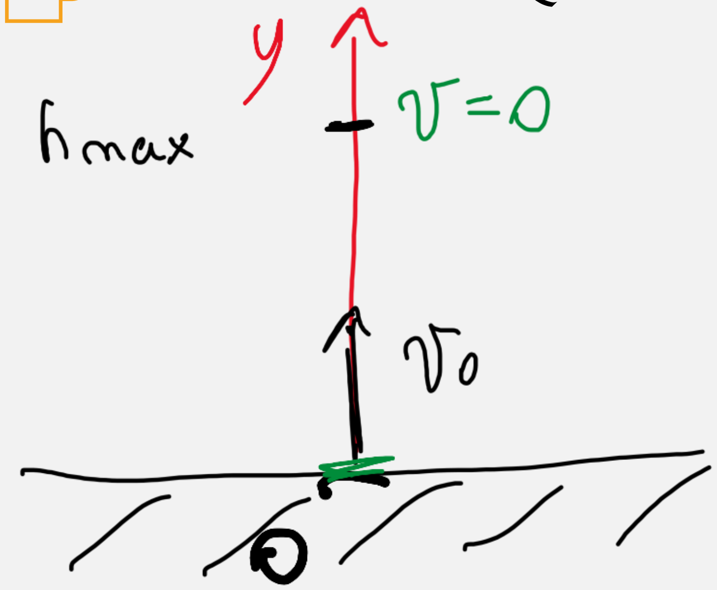
$$\begin{cases} r_3 = 70 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = 55\,m \\ v_3 = -10 \cdot 3 = -30\,m/s \end{cases}$$

OGGETTI IN CADUTA

Esempio

Un ragazzo lancia una palla in aria verso l'alto con una velocità iniziale di 15 m/s. Calcolare:

a. Quanto in alto arriva la palla
b. Quanto a lungo la palla rimane in aria prima di ricadergli in mano



$v_0 = 15\,m/s$

$h_{max} = r = ?$

$t = ?$

$$\begin{cases} \vec{r} = \cancel{\vec{r}_0} + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \\ \boxed{\cancel{\vec{v}_f} = \vec{v}_0 + \vec{g}t} \end{cases}$$

$r = h_{max}$

$$\begin{cases} r_0 = 0 \text{ suolo} \\ v = 0 \quad h_{max} \end{cases}$$

$v_0 = 0$

$r = 0 \qquad r_0 = 11{,}25\,m$

$0 = 11{,}25 - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{10}^{5} \cdot t^2$

$t^2 = 2{,}25$

$t = \pm\sqrt{2{,}25} = \pm 1{,}5$

$$\begin{cases} r_f = h_{max} = 15 \cdot t - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{10}^{5} \cdot t^2 \\ 0 = 15 - 10 \cdot t \end{cases}$$

$\longrightarrow +10t = +15 \; ; \; t = \frac{15}{10} = \underline{1{,}5\,s}$

$r = 15 \cdot 1{,}5 - 5 \cdot (1{,}5)^2 = 22{,}5 - 11{,}25 = \boxed{11{,}25\,m}$

$\underline{t_{suolo} = 1{,}5 \cdot 2 = 3\,s}$

OGGETTI IN CADUTA

Esempio

Un oggetto viene lanciato verso l’alto con una velocità iniziale di 20 m/s. Calcolare:

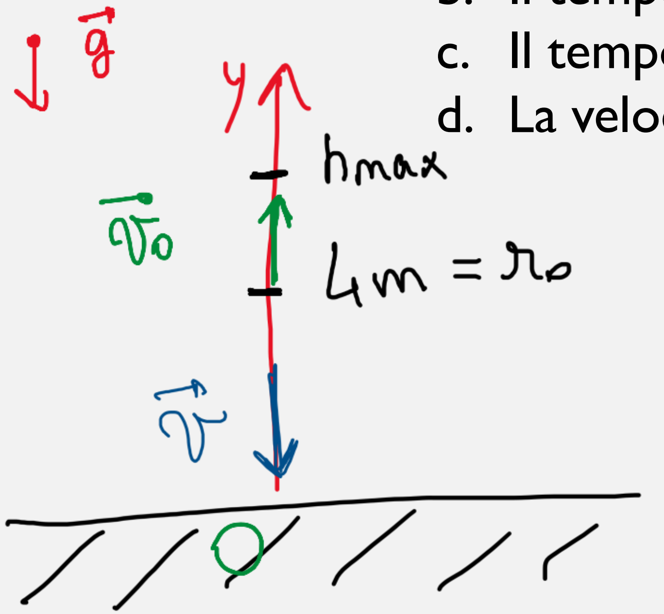
a. L’altezza massima raggiunta dal corpo
b. Velocità dell’oggetto quando ricade al suolo
c. Tempo per raggiungere l’altezza di 10 m

OGGETTI IN CADUTA

Esempio

Un ragazzo lancia una palla da un terrazzo alto 4 m con una velocità di 10 m/s verso l'alto. Si determini:

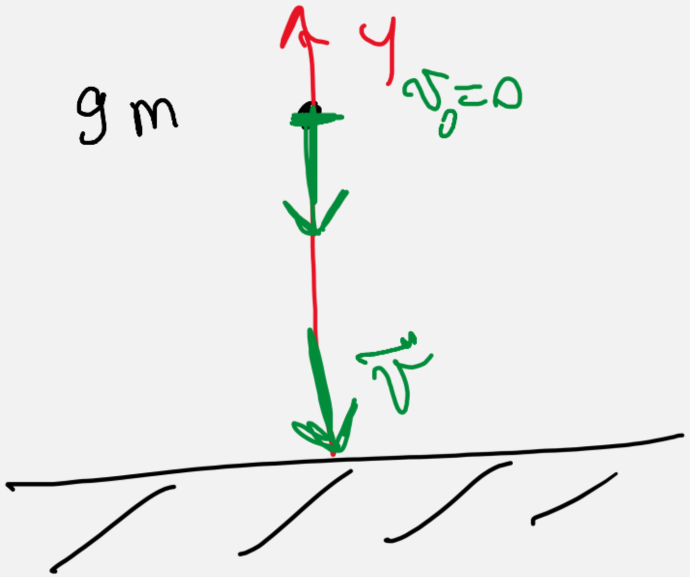
a. La quota massima raggiunta dalla palla h_{max}
b. Il tempo che la palla impiega per raggiungere la quota massima $t(h_{max})$
c. Il tempo che la palla impiega per raggiungere il suolo $(h\ \text{suolo})$
d. La velocità con cui la palla arriva a terra v



$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \\ \cancel{\vec{v}} = \vec{v}_0 + \vec{g}t \end{cases} ; \quad \begin{bmatrix} r = h_{max} \\ r_0 = 4m \\ v_0 = 10m/s \\ v = 0\ (h_{max}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} r = h_{max} = 4 + 10 \cdot t - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{5}{\cancel{10}} \cdot t^2 \\ 0 = 10 - 10 \cdot t \rightarrow t = 1s \end{cases}$$

$$r = 4 + 10 \cdot 1 - 5 \cdot 1^2 = 4 + 10 - 5 = 9\ m$$



$$\begin{cases} \cancel{\vec r} = \vec r_0 + \cancel{\vec v_0 t} + \frac{1}{2}\vec g t^2 \\ \vec v = \cancel{\vec v_0} + \vec g t \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} r_0 &= 9\,m \\ r &= 0 \text{ suelo} \\ v_0 &= 0 \\ v &= \text{suelo} = ? \end{aligned}}$$

$$\begin{cases} 0 = 9 - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{5}{\cancel{10}} \cdot t^2 \longrightarrow +5t^2 = +9 \;;\; t^2 = \frac{9}{5} = 1{,}8 \quad t = \pm\sqrt{1{,}8} = \pm 1{,}34 \\ v = -10 \cdot t \end{cases}$$

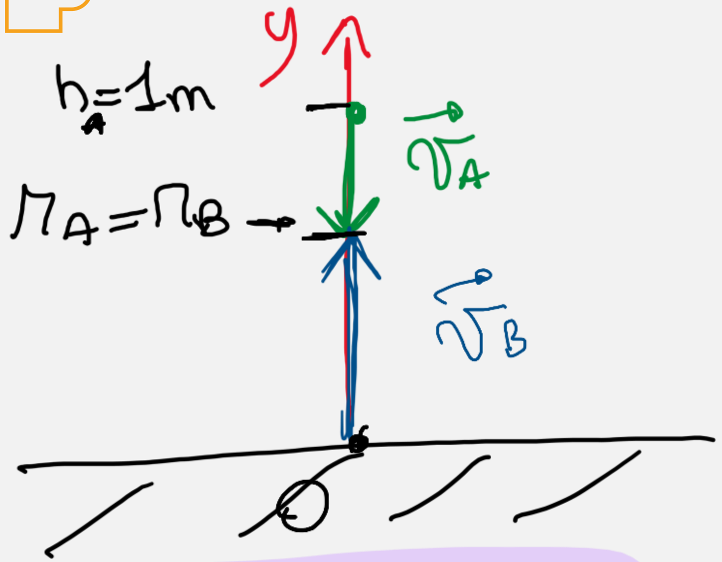
$$v = -10 \cdot (1{,}34) = -13{,}4\ m/s$$

OGGETTI IN CADUTA

Esempio

A   B

Un corpo viene lasciato cadere da un'altezza di 1 m e contemporaneamente un secondo corpo viene lanciato dal suolo con velocità di 5 m/s. A quale altezza si incrociano?



$h_A = 1m$

$\vec{v}_{0,B} = 5 m/s$

$r_A = r_B$

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2 \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g} t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r_A = 1 + 0 - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{5}{\cancel{10}} \cdot t^2 = 1 - 5(0,2)^2 = 0,8 m \\ r_B = 0 + 5 \cdot t - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{5}{\cancel{10}} \cdot t^2 = 5 \cdot (0,2) - 5(0,2)^2 = 0,8 m \end{cases}$$

$$\underbrace{1 - \cancel{5t^2}}_{r_A} = \underbrace{5t - \cancel{5t^2}}_{r_B}$$

$$t = \frac{1}{5} = \underline{\underline{0,2 s}}$$

OGGETTI IN CADUTA

Esempio

Supponiamo di essere su un ponte che si trova a 44.1 m al disopra di un torrente e di lanciare un sasso in direzione verticale verso l'alto. Il sasso raggiunge il ruscello 4.00 s dopo essere stato lanciato.

a. Qual è la velocità con cui il sasso è stato lanciato?
b. Con quale velocità il sasso colpisce la superficie dell'acqua?
c. Disegnare il diagramma del moto del sasso nei primi 0.9 s, considerando la sua posizione a intervalli di tempo di 0.1 s
d. Disegnare la curva $v_y(t)$. Considerare come asse di riferimento un asse y verticale rivolto verso l'alto.

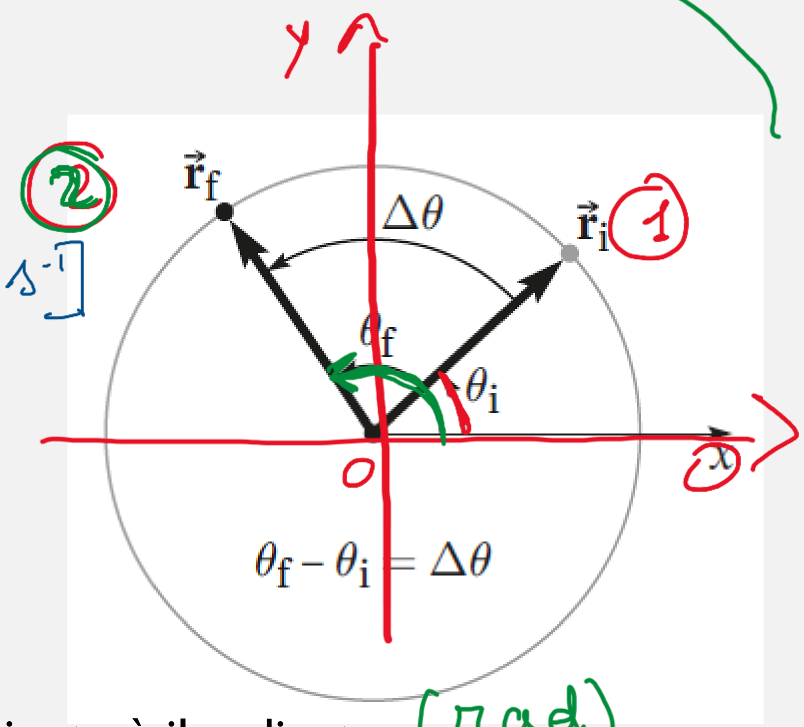
MOTO CIRCOLARE UNIFORME

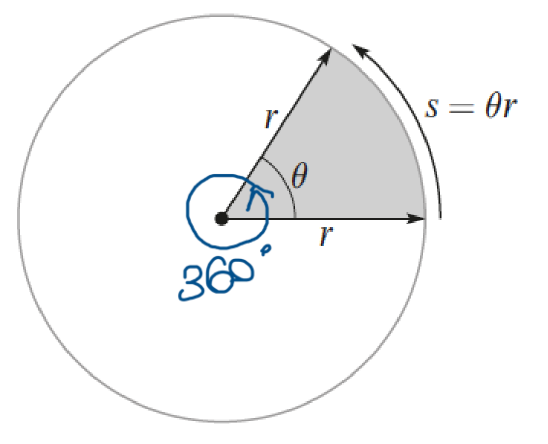
$|\vec{v}| = \text{cost.}$ $\quad \vec{v} \neq \text{cost.}$

Definizione di **spostamento angolare**: $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$ [rad] [m]

Definizione di **velocità angolare media**: $\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ $[rad \cdot s^{-1}]$ $[m \cdot s^{-1}]$

Definizione di **velocità angolare istantanea**: $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$





In molte situazioni la misura dell'angolo più conveniente è il radiante. (rad)

$$\theta(in\ radianti) = \frac{s}{r} \qquad \theta = \frac{s}{r} = \frac{2\pi \cancel{r}}{\cancel{r}} = 2\pi\ rad$$

ADIMENSIONALE

$$\frac{s}{r} = \frac{\cancel{m}}{\cancel{m}}$$

$$360° = 2\pi\ rad$$

$$180° = \pi \qquad 90° = \frac{\pi}{2}$$

Una particella che si muove di moto circolare uniforme ha una velocità con modulo costante, mentre la direzione della stessa cambia nel tempo: in ogni istante di tempo, la direzione della velocità istantanea è infatti tangente alla traiettoria circolare

Dato che la direzione della velocità della particella cambia continuamente,

la particella deve possedere una accelerazione non nulla

$|\vec{v}| = cost$ MODULO

$\vec{v} \neq cost$ DIREZ. VERSO

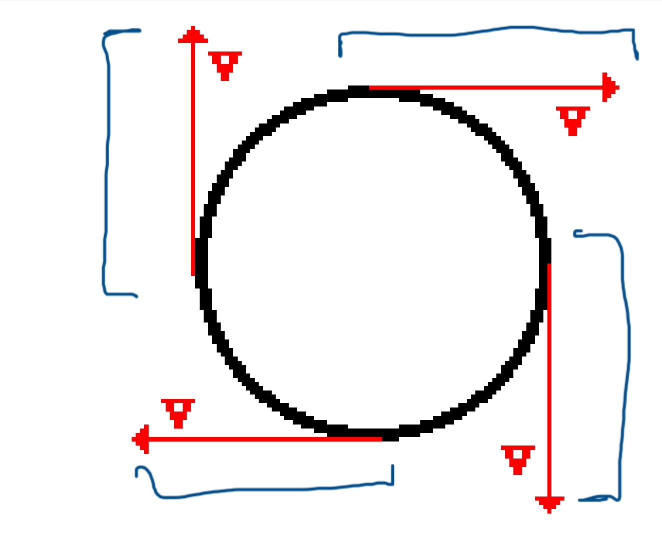
$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \frac{\Delta\theta \cdot R}{\Delta t}$

ω

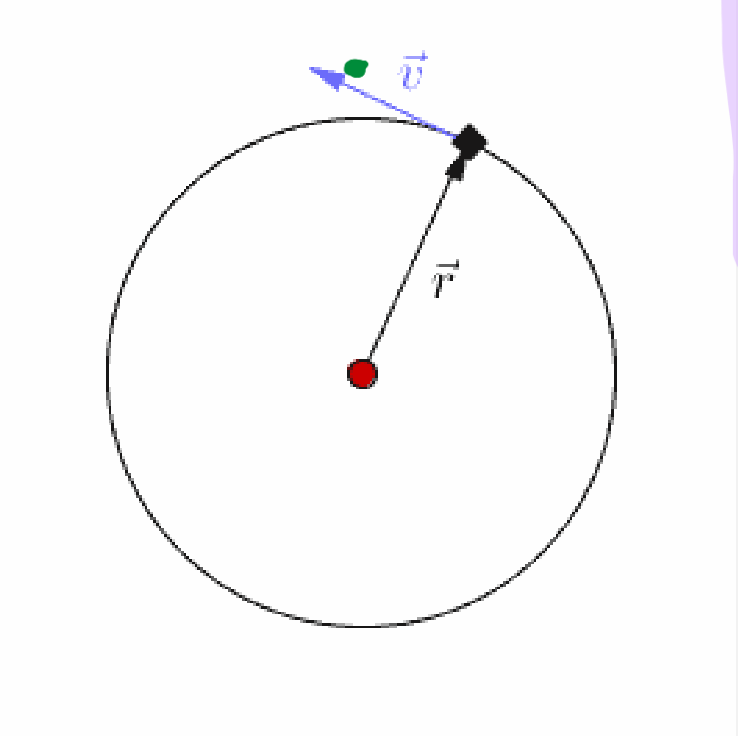
$\boxed{v = \omega \cdot R}$

V. LINEARE

V. ANGOLARE



The direction of the velocity vector at every instant is in a direction tangent to the circle.



$T = \frac{1}{f}$

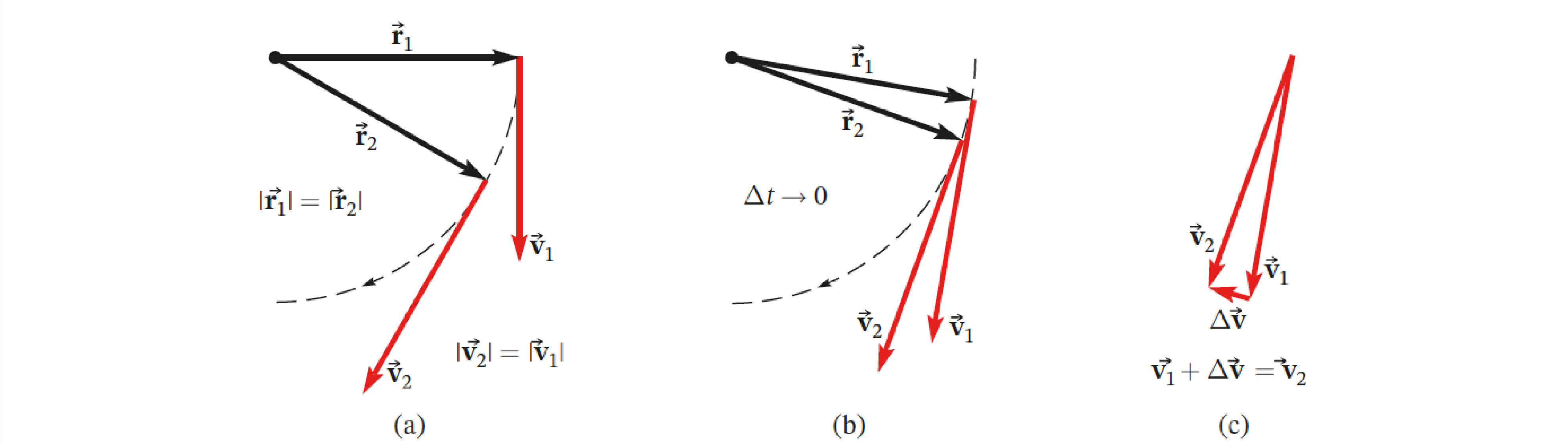
VELOCITÀ LINEARE $\Rightarrow$ $\boxed{v = \frac{2\pi \cdot R}{T}}$ $\frac{\Delta r}{\Delta t}$

$v = \frac{\Delta r}{\Delta t}$

T = PERIODO [s]

$f = \frac{1}{T}$ [s^{-1}] [Hz]

MOTO CIRCOLARE UNIFORME



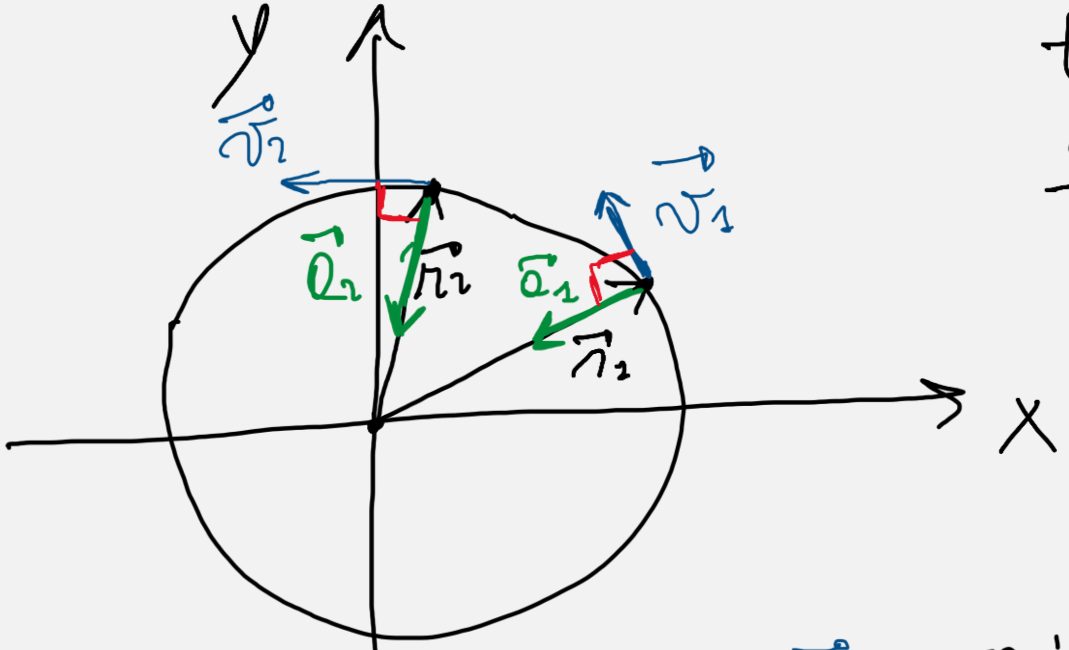
Porzione di una traiettoria circolare di raggio r su cui sia muove con moto circolare uniforme un corpo puntiforme. Nei punti considerati, i due vettori velocità sono tangenti alla traiettoria e hanno stesso modulo

Quando l'intervallo di tempo tra le due posizioni considerate diventa man mano più piccolo, i due vettori posizione diventano sempre più vicini

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Determiniamo a variazione di velocità $\Delta\vec{v}$ in un piccolo intervallo di tempo. Quando $\Delta t \to 0$, l'angolo tra i due vettori tende a 0 e $\Delta\vec{v}$ diventa perpendicolare alla velocità stessa. $\Delta\vec{v}$ è diretto lungo il raggio della circonferenza e rivolto verso il centro

$|\vec{a}| = cost$ $\qquad$ $\vec{a} \neq cost.$



$t_1, \vec{r}_1, \vec{v}_1$

$t_2, \vec{r}_2, \vec{v}_2$

$|v_1| = |v_2|$

$\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2$

$|r_1| = |r_2| \equiv R$

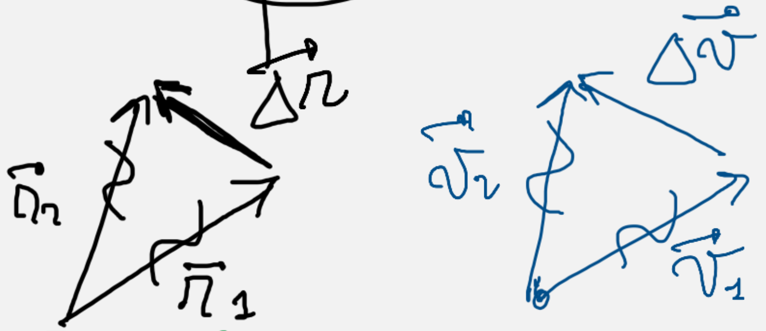
$\vec{r}_1 \neq \vec{r}_2$

$|a_1| = |a_2|$

$\vec{a}_1 \neq \vec{a}_2$

A. RADIALE o CENTRIPETA

$$\boxed{a = \frac{v^2}{R}}$$



TRIANGOLI SIMILI

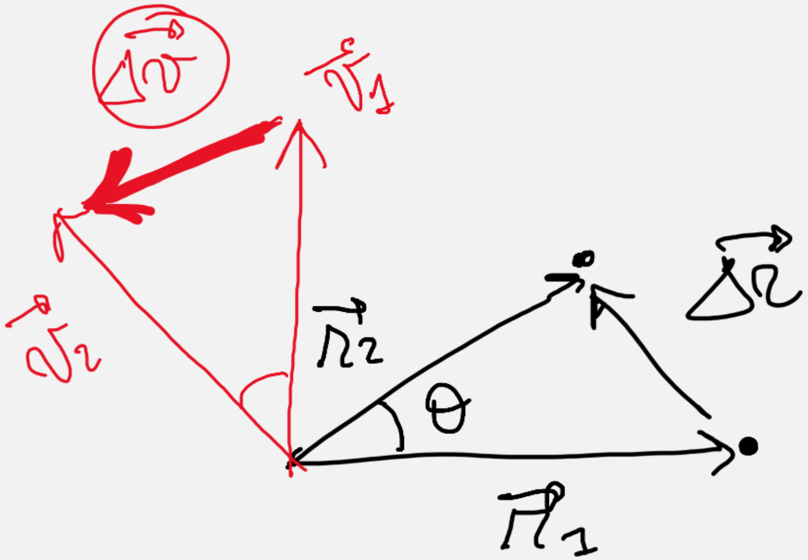
= lati proporzionali

$$v \cdot \left(\frac{\Delta v}{\cancel{v}}\right) = \left(\frac{\Delta r}{r}\right) \cdot v \Longleftrightarrow \underbrace{\frac{\Delta v}{\Delta t}}_{a_m} = \underbrace{\frac{v}{r}}_{cost.} \cdot \underbrace{\frac{\Delta r}{\Delta t}}_{\vec{v}_m} \Longleftrightarrow$$

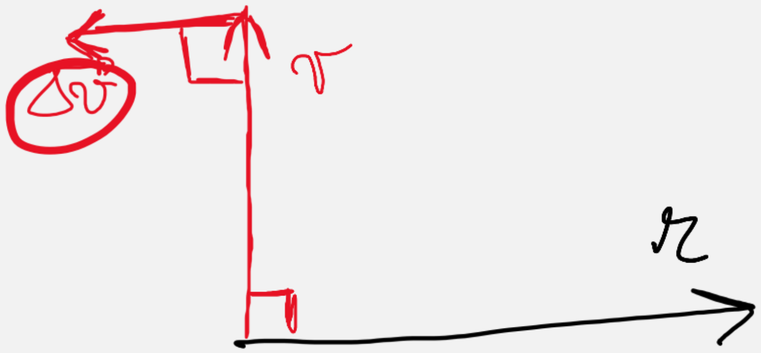
$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \underbrace{\frac{v}{R}}_{\text{con.}} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

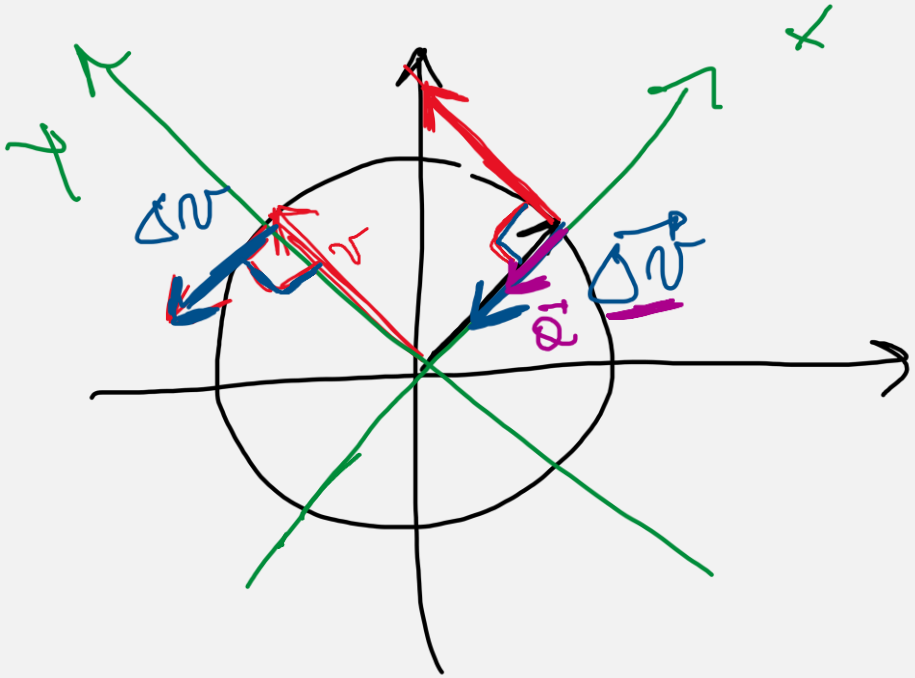
$$\underbrace{\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}}_{a} = \frac{v}{R} \cdot \underbrace{\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}}_{v}$$

$$a = \frac{v}{R} \cdot v = \frac{v^2}{R}$$



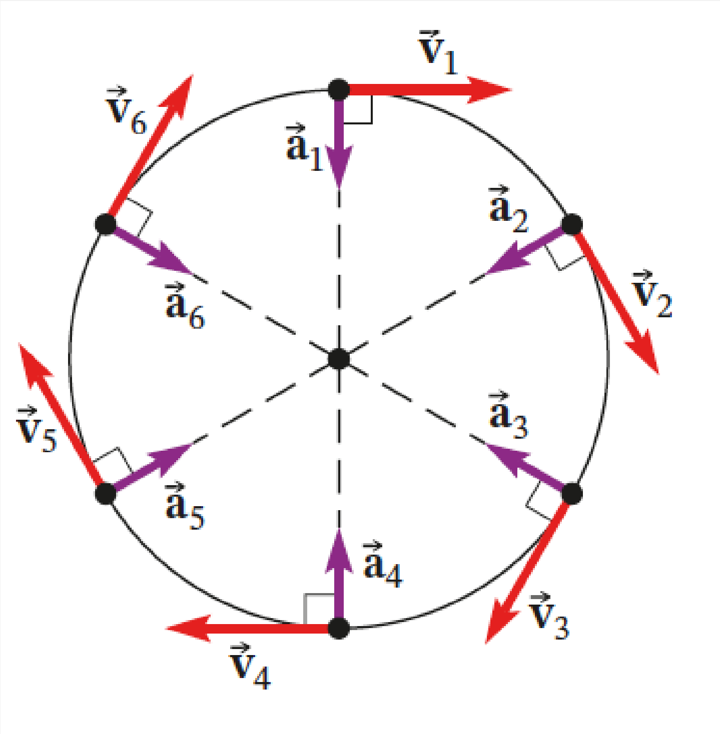
$\Delta t \to 0$ $\Delta\theta \to 0$

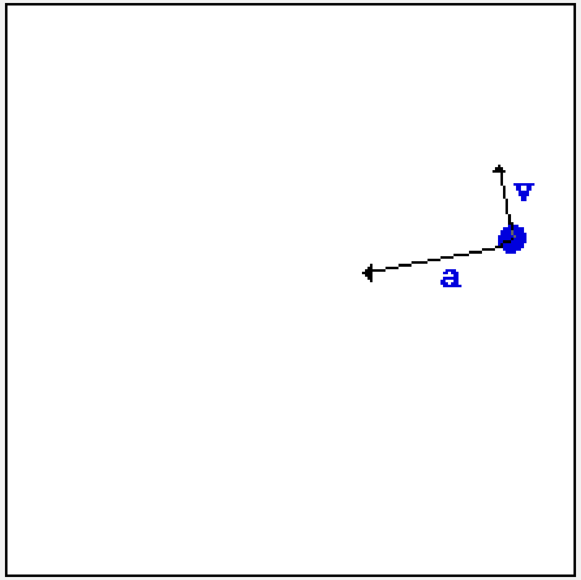




MOTO CIRCOLARE UNIFORME

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



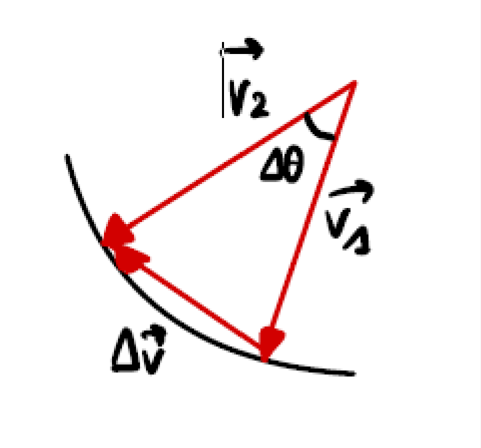


$\vec{a}$ ha stessa direzione e verso di $\Delta\vec{v}$ → anche l'accelerazione sarà radialmente verso il centro della circonferenza:

L'accelerazione di un corpo che si muove di moto circolare uniforme è chiamata accelerazione radiale $\overrightarrow{a_r}$ o accelerazione centripeta

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



In un intervallo Δt il vettore $\vec{v}$ percorre un angolo pari allo spostamento angolare del corpo: $\Delta\theta = \omega\Delta t$

In Δt il vettore $\vec{v}$ spazza un arco di circonferenza che ha «raggio» pari al modulo di $\vec{v}$

Nel limite per $\Delta t \to 0$ la lunghezza di $\Delta\vec{v}$ coincide con la lunghezza di tale arco:

$$|\Delta v| = lunghezza\ arco$$
$$= raggio\ della\ circonferenza \times angolo\ corrispondente$$
$$= v|\Delta\theta| = v\omega\Delta t$$

L'accelerazione è la rapidità con cui cambia la velocità, pertanto il suo modulo è

$$a_r = |\vec{a}| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = v\omega \ (\omega\ in\ radianti\ per\ unità\ di\ tempo)$$

$$v = |\omega| r$$

$$a_r = \frac{v^2}{r}\ o\ a_r = \omega^2 r \quad (\omega\ in\ radianti\ per\ unità\ di\ tempo)$$

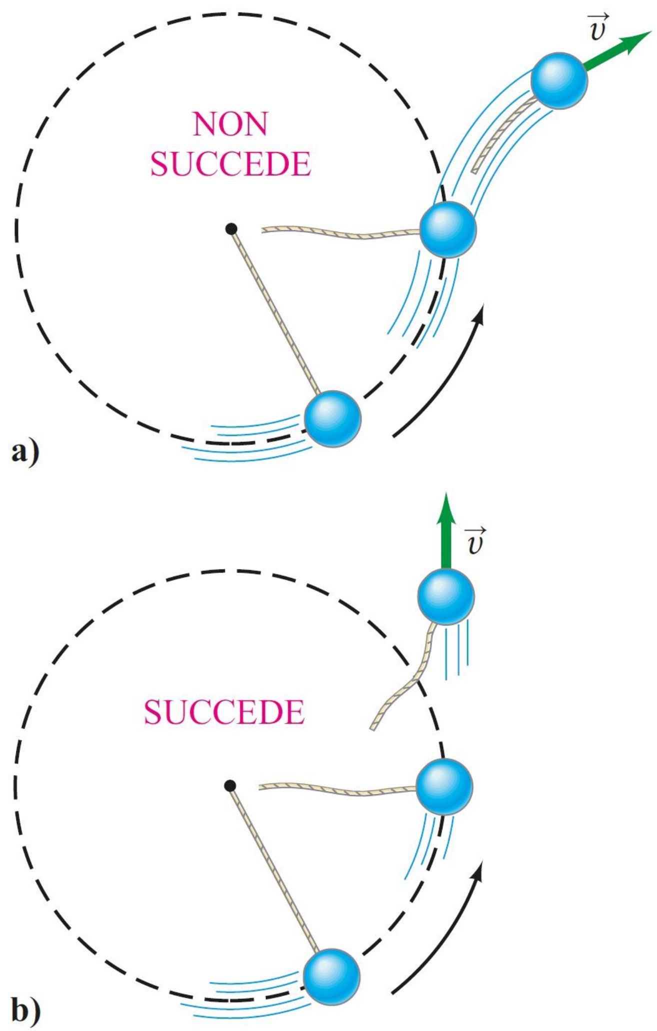
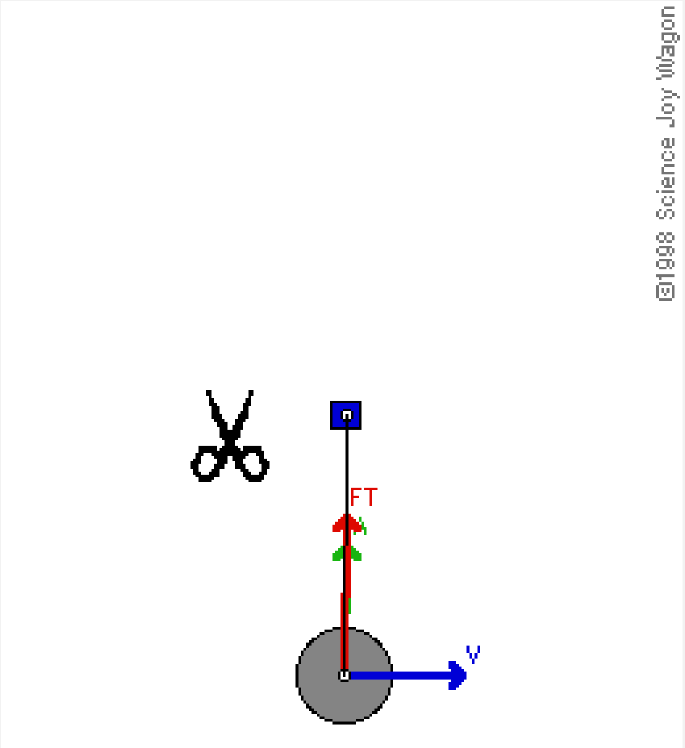


Figura 5.16 Se esistesse una forza centrifuga, la pallina dovrebbe muoversi verso l'esterno come in **a)**, una volta lasciata libera. In realtà, si allontana dalla traiettoria originaria, proseguendo in direzione tangenziale alla circonferenza come in **b)**.
Per esempio, in **c)** le scintille prodotte da una mola in rapida rotazione vengono proiettate lungo linee rette tangenti al bordo della mola.

c)



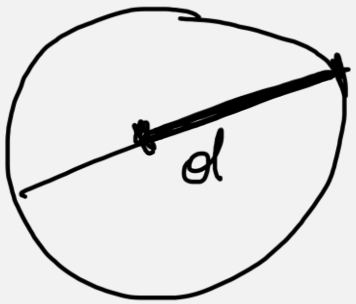
MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Esempio Kevin sta viaggiando con la sua motocicletta a una velocità di 13 m/s. Se il diametro dello pneumatico posteriore è di 65 cm, qual è la velocità angolare della ruota? Assumere che la ruota non slitti sulla strada.

$v = 13\,m/s \rightarrow$ V. LINEARE

$d = 65\,cm = 0{,}65\,m$

$\omega = ?$



$r = \frac{0{,}65}{2} = 0{,}325\,m$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$v = \omega \cdot R$

$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} = 13\,m/s$

$\omega = \frac{v}{R} = \frac{13}{0{,}325} = 40\,rad/s$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Esempio Una centrifuga ruota a 5400 rpm. Calcolare il periodo (in s) e la frequenza (Hz) del moto. Se il raggio della centrifuga è di 14 cm, con che velocità (in m/s) si muoverà una provetta che si trova a tale distanza dall'asse di rotazione?

T f

VELOCITÀ LINEARE

RPM = ROTAZIONI PER MINUTO = GIRI / MINUTO

$$T = \frac{1}{f} \qquad f = \frac{1}{T} \quad [\text{giri}/s] \quad [s^{-1}] = [Hz]$$

$$5400 \frac{\text{giri}}{\text{min}} = \frac{5400}{60} \frac{\text{giri}}{s} = 90\ s^{-1}$$

$90\ Hz$

$r = 14\,cm = 0{,}14\,m$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{90} = 0{,}011\ s$$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}14}{0{,}011} = 79{,}92\ m/s$$