LAVORO e ENERGIA

LAVORO

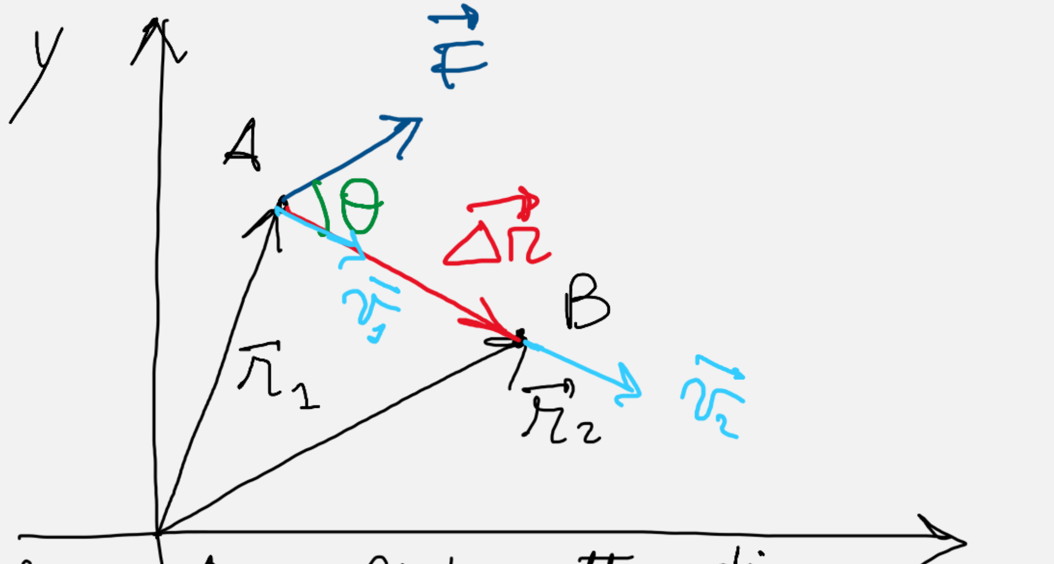
$$L = \vec{F} \times \overrightarrow{\Delta x}$$

$$L = F \cdot \Delta r \cdot \cos \theta$$

1. Forze <u>costanti</u> agenti sul sistema
2. Spostamento e la traiettoria <u>coincidono</u>

Il lavoro è la quantità di energia che viene trasferita quando una forza agisce su un oggetto che si muove

	ϕ	$\cos\phi$	$A \cdot B \cdot \cos\phi$
$\vec{A}$, $\vec{B}$	0°	1	AB
$\vec{B}$, $\vec{A}$	90°	0	0
$\vec{B}$, $\vec{A}$	180°	-1	-AB



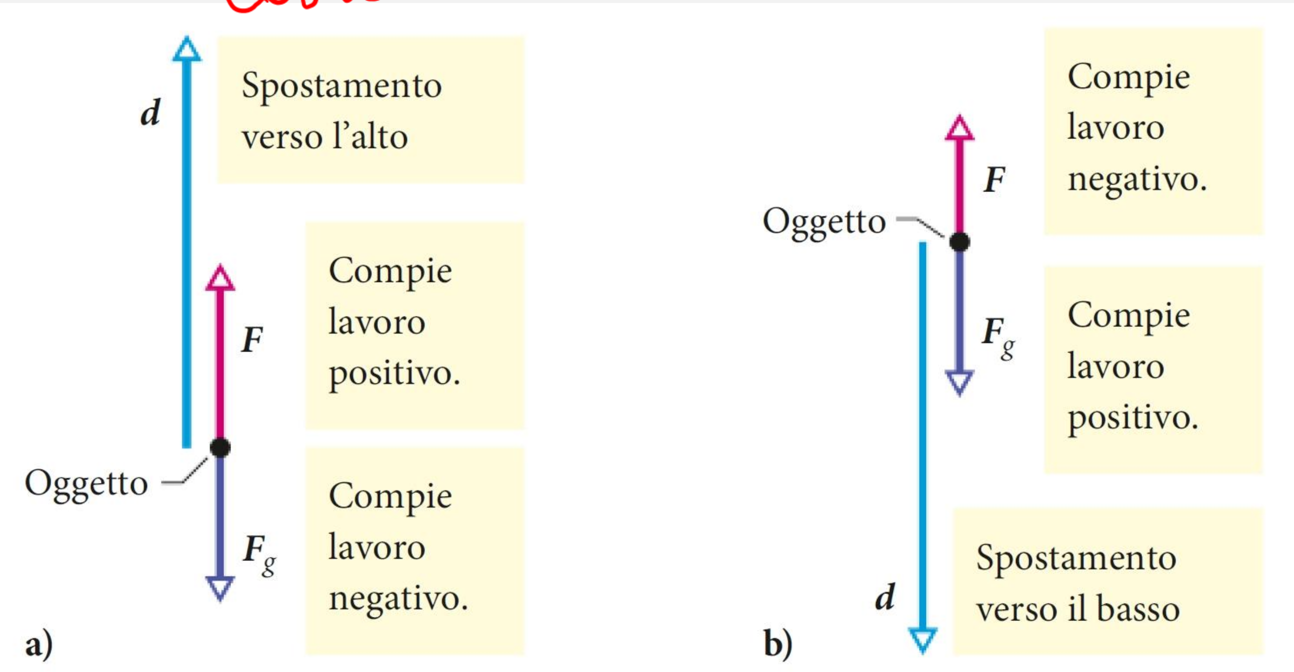
La forza $\vec{F}$ che agisce sull'oggetto in posizione A gli permette di fare uno spostamento $\overrightarrow{\Delta r}$ così da raggiungere la posizione B.
La forza $\vec{F}$ è la forza che compie <u>lavoro</u> per effettuare lo spostamento.

LAVORO

$$\boxed{W = F\Delta r\cos\theta \;\leftrightarrow\; W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}}$$

$\cos 0° = 1$

$\cos 180° = -1$

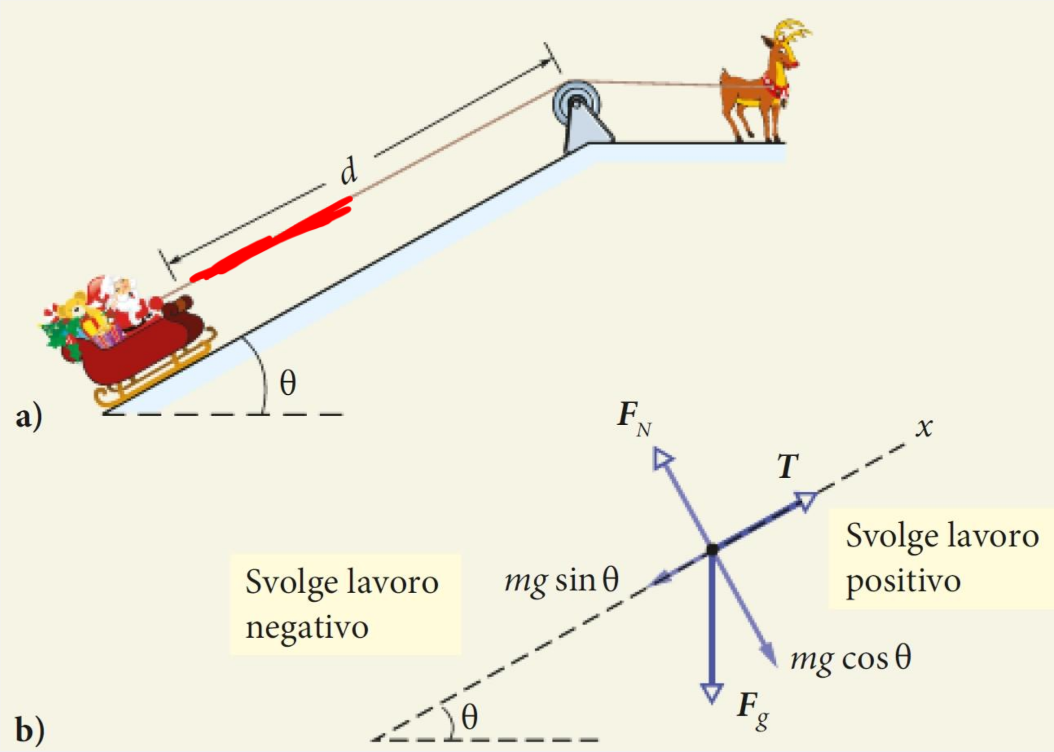


- $\theta < 90° \rightarrow W > 0 \;(\cos\theta > 0)$
- $\theta > 90° \rightarrow W < 0 \;(\cos\theta < 0)$
- $\theta = 90° \rightarrow W = 0 \;(\cos\theta = 0)$

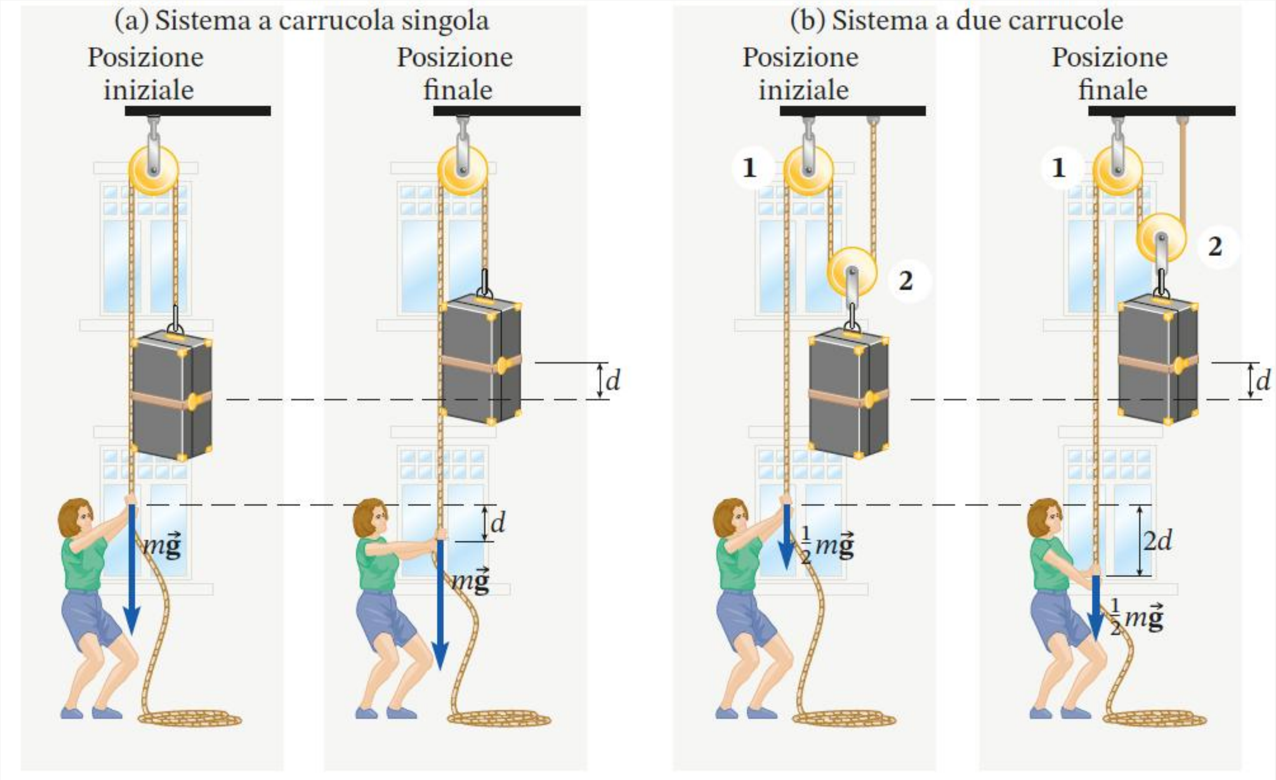
$W = \vec{P}\cdot\Delta\vec{r}$

$P\Delta r\cos\theta$

$mg\Delta r\underbrace{\cos 180°}_{-1} = -mg\Delta r$



LAVORO



Peso del baule = 220N
Altezza da raggiungere = 4m

Il lavoro rappresenta la quantità di energia che viene trasferita quando una forza agisce su un oggetto che si muove

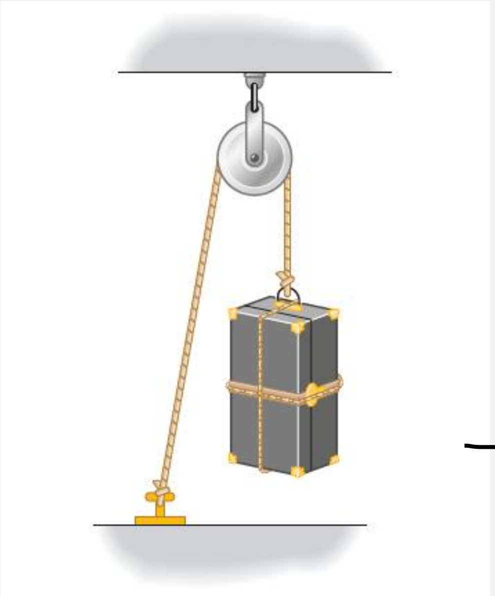
$220N \cdot 4m = 880N \cdot m$

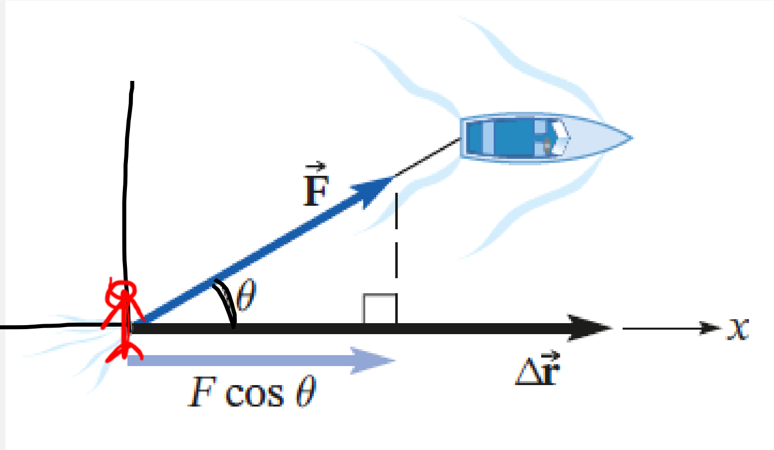
$110N \cdot 8m = 880N \cdot m$

LAVORO (W o L)

$N \cdot m = \text{Joule (J)}$

LAVORO





Solo la componente della forza nella direzione dello spostamento compie lavoro:

Il lavoro compiuto da una <u>forza costante</u> è il prodotto dell'intensità dello spostamento per la componente della forza nella direzione dello spostamento stesso

$$W = \underbrace{F\Delta r\cos\theta}_{F\Delta r\cos 90^\circ = 0} \leftrightarrow W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$$

$\downarrow 0$

Lavoro compiuto da una forza $\vec{F}$ costante che agisce su un corpo il cui spostamento è Δr

Se non c'è uno spostamento, non viene compiuto lavoro e non c'è trasferimento di energia

- $\theta < 90° \rightarrow W > 0 \ (\cos\theta > 0)$ POSITIVO
- $\theta > 90° \rightarrow W < 0 \ (\cos\theta < 0)$ NEGATIVO
- $\theta = 90° \rightarrow W = 0 \ (\cos\theta = 0)$ NULLO

LAVORO TOTALE

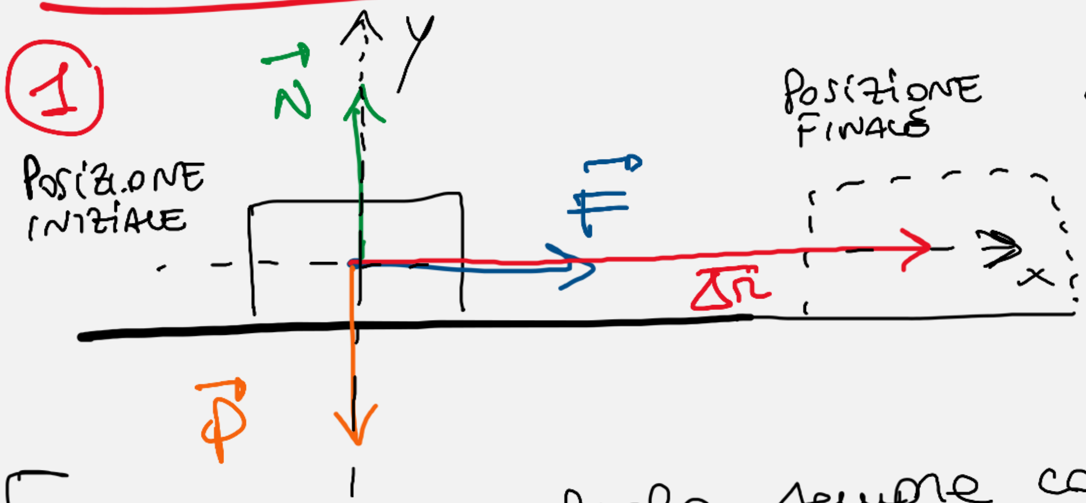
$$W_{TOT} = W_1 + W_2 + \cdots + W_n$$

LAVORO NETTO

$$W_{TOT} = F_{TOT} \Delta r \cos\theta$$

Il lavoro che viene fatto su un corpo si riferisce SEMPRE al lavoro totale svolto da tutte le forze che agiscono sul corpo.

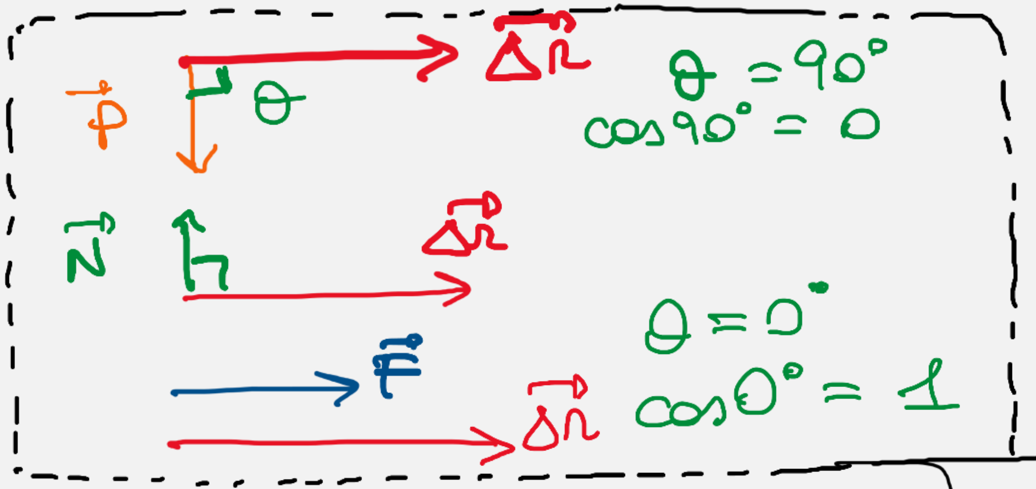
ESEMPI



$\vec{F} = 10\ N$

$\vec{\Delta r} = 2m$

$L = ?$



Il lavoro si calcola sempre considerando <u>TUTTE</u> le forze che agiscono sul sistema !!

$$L_{TOT} = L_F + L_P + L_N = (F \times \vec{\Delta r}) + (\vec{P} \times \vec{\Delta r}) + (\vec{N} \times \vec{\Delta r}) =$$

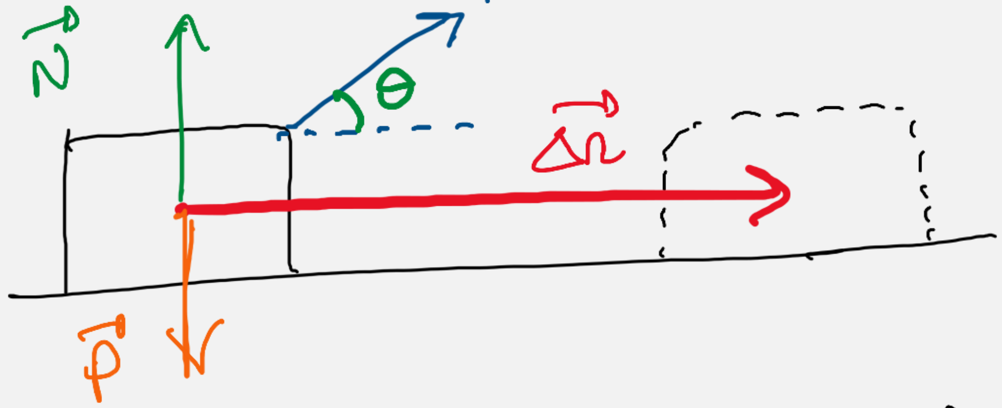
$$= (F \cdot \Delta r \cdot \cos 0°) + \cancel{(-m \cdot g \cdot \Delta r \cdot \cos 90°)} + \cancel{(m \cdot g \cdot \Delta r \cdot \cos 90°)}$$

$\vec{P}$ è rivolta verso il basso !

Non c'è lavoro fatto da $\vec{N}$ e $\vec{P}$ sia perché si annullano a vicenda, sia perché $\theta = 90°$!!

$$L_{TOT} = L_F = F \cdot \Delta r \cdot \underbrace{\cancel{\cos 0°}}_{1} = 10 \cdot 2 = 20\ (N \cdot m) = 20\ J$$

2

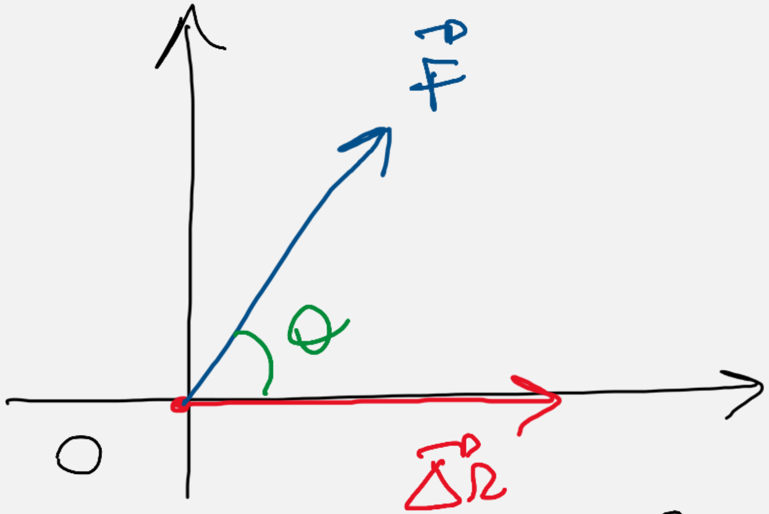


$\vec{F} = 10\ N$

$\Delta r = 2\ m$

$L = ?$

$\theta = 30°$



$$L_{TOT} = \cancel{L_P} + \cancel{L_N} + L_F = (\vec{F} \times \vec{\Delta r}) = F \cdot \Delta r \cdot \cos 30° = 10 \cdot 2 \cdot 0{,}86 = 17{,}32\ J$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA (O TEOREMA ENERGIA-LAVORO)

Forza costante → a = costante → $v_f - v_i = 0.$

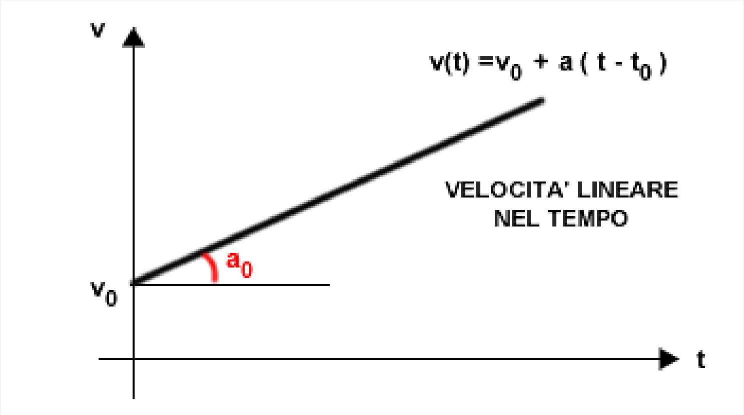
Il corpo si muove quindi di **moto rettilineo uniformemente accelerato**

$$L = \vec{F} \times \overrightarrow{\Delta r}$$

$$L = m\vec{a} \times \overrightarrow{\Delta r}$$

$$L = m\frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} \times \overrightarrow{\Delta r}$$

$$L = m\overrightarrow{\Delta v} \times \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}$$



$$L = m\overrightarrow{\Delta v} \times \overrightarrow{v_m} \qquad \vec{v}_m = \frac{\vec{v}_f + \vec{v}_i}{2}$$ → la velocità varia proporzionalmente con il tempo

$$L = m\overrightarrow{\Delta v} \times \frac{\vec{v}_f + \vec{v}_i}{2} \qquad L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \overrightarrow{\Delta v} \times \overrightarrow{(v_f} + \vec{v}_i)$$

$$\mathrm{L} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{m} \cdot [\overrightarrow{\Delta v} \times (\vec{v}_\mathrm{f} + \vec{v}_\mathrm{i})]$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot [(\vec{v}_\mathrm{f} - \vec{v}_\mathrm{i}) \times (\vec{v}_\mathrm{f} + \vec{v}_\mathrm{i})]$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot [(\vec{v}_\mathrm{f} \times \vec{v}_\mathrm{f}) + (\vec{v}_\mathrm{f} \times \vec{v}_\mathrm{i}) - (\vec{v}_\mathrm{i} \times \vec{v}_\mathrm{f}) - (\vec{v}_\mathrm{i} \times \vec{v}_\mathrm{i})]$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot [(\mathrm{v}_\mathrm{f} \cdot \mathrm{v}_\mathrm{i} \cdot \cos 0) + (\mathrm{v}_\mathrm{f} \cdot \mathrm{v}_\mathrm{i} \cdot \cos \alpha) - (\mathrm{v}_\mathrm{i} \cdot \mathrm{v}_\mathrm{f} \cdot \cos \alpha) - (\mathrm{v}_\mathrm{i} \cdot \mathrm{v}_\mathrm{i} \cdot \cos 0)]$$

$$\mathrm{L} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{m} \cdot (\mathrm{v}_\mathrm{f}^2 - \mathrm{v}_\mathrm{i}^2)$$

$$\boxed{\mathrm{L} = \frac{1}{2}\mathrm{m}\mathrm{v}_\mathrm{f}^2 - \frac{1}{2}\mathrm{m}\mathrm{v}_\mathrm{i}^2 = \mathrm{K}_\mathrm{f} - \mathrm{K}_\mathrm{i}}$$

TEOREMA DELL’ENERGIA CINETICA

Il lavoro compiuto dalla Forza risultante su un corpo è uguale alla variazione della sua energia cinetica

Energia = capacità di un corpo di compiere lavoro

Tabella 6.1 Differenti forme di energia

Tipo	Descrizione
Cinetica traslazionale	Energia legata al moto di traslazione di un corpo (Capitolo 6)
Elastica	Energia immagazzinata in un corpo elastico quando viene deformato (Capitolo 6)*
Gravitazionale	Energia legata all'interazione gravitazionale (Capitolo 6)
Cinetica rotazionale	Energia legata al moto di rotazione di un corpo (Capitolo 8)*
Vibrazionale, acustica, sismica	Energia legata ai moti di oscillazione di atomi e/o molecole in una sostanza, determinati da un'onda meccanica che attraversa la sostanza stessa (Capitolo 11)*
Interna	Energia legata al moto e alle interazioni di atomi e molecole nei solidi, liquidi e gas. Questa energia è legata alla temperatura del corpo (Capitoli 12-14)*
Elettromagnetica	Energia di interazione tra cariche elettriche e corrente elettrica; energia del campo elettromagnetico, include le onde elettromagnetiche, come la luce (Capitoli 13, 16-20)
A riposo	Energia totale di una particella di massa a riposo m, data dalla equazione di Einstein $E = mc^2$ (Capitolo 24)
Chimica	Energia legata al moto e alle interazioni degli elettroni in atomi e molecole*
Nucleare	Energia legata al moto e alle interazioni dei protoni e neutroni nei nuclei atomici (Capitolo 24)

* Non è una forma di energia *fondamentale*, ma è determinata da energia cinetica e/o elettromagnetica di tipo microscopico.

Al livello fondamentale, ci sono solo due tipi di energia:
- energia dovuta al movimento (<u>energia cinetica</u>),
- energia dovuta alle interazioni (<u>energia potenziale</u>).

ENERGIA CINETICA

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$ Energia cinetica

$$L = \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_i^2$$

1) $v_i = 0 \quad L = \frac{1}{2} \boldsymbol{m} v_f^2$ Lavoro compiuto da una F per portarlo a quella velocità partendo da fermo

2) $v_f = 0 \quad L = -\frac{1}{2} \boldsymbol{m} v_i^2$ Lavoro che bisognerebbe applicare al corpo per fermarlo

3) $L = 0 \rightarrow \Delta T = 0 \rightarrow T_f = T_i \rightarrow$ T= costante K si conserva

$$\vec{a} = \frac{F}{m}$$

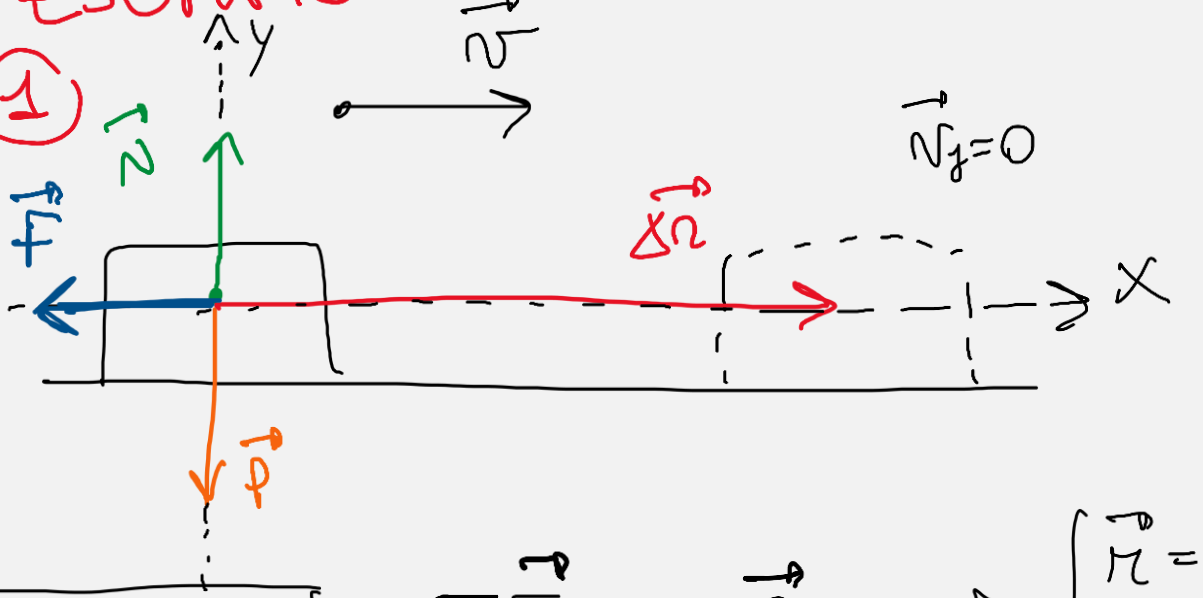
$$\frac{1}{2} mv^2 = \left[kg \cdot \frac{m^2}{s^2} \right] = \left[kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m \right] = \left[\cancel{kg} \cdot \frac{N}{\cancel{kg}} \cdot m \right] =$$

$$= [N \cdot m] = [J]$$

L'energia cinetica si applica a qualsiasi forza!
(generalmente si indica con K o con T)

ESEMPIO

1



$\vec{\Delta r} = 2\,m$

$m = 10\,kg$

$\vec{F} = \text{cost.} = ?$ → $\vec{F}$ necessaria per fermare il corpo.

$\vec{v}_i = 5\,m/s$

$\vec{v}_f = 0$

$\boxed{\text{METODO 1}}$

$$\underline{\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}} \longrightarrow \begin{cases} \vec{r} = \cancel{\vec{r}_0} + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \\ \cancel{\vec{v}} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \end{cases}$$

$\boxed{\text{METODO 2}}$ <u>ENERGIA</u>

$L = \Delta K$ → Posso usare questa formula <u>sempre</u>, per ogni tipo di forza che agisce sul sistema.

$$L_{TOT} = \Delta K$$

$$L_F + \cancel{L_{\vec{P}}} + \cancel{L_{\vec{N}}} = K_f - K_i$$

$$(\vec{F} \times \vec{\Delta r}) = \cancel{\frac{1}{2} m v_f^2} - \frac{1}{2} m v_i^2$$

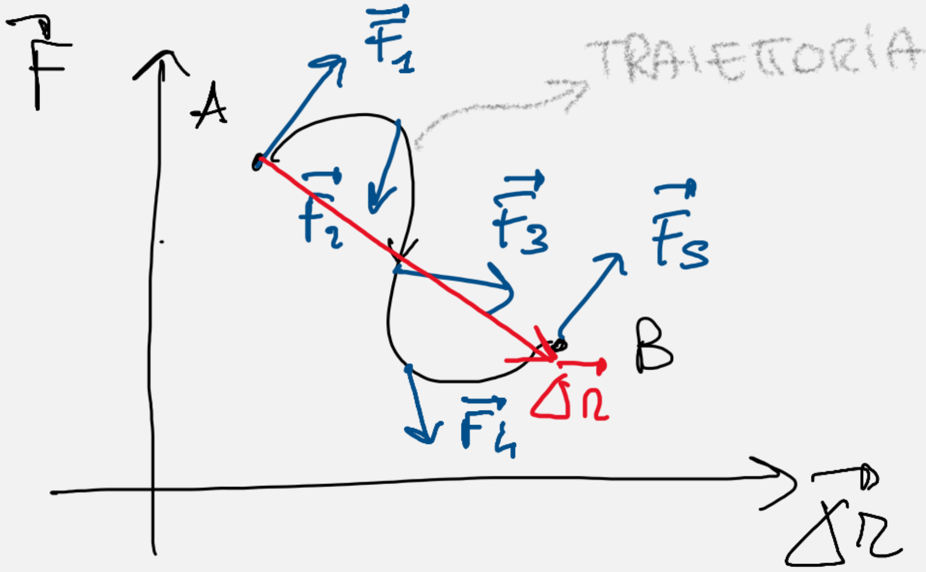
↳ $v_f = 0$ le corpo è fermo alla fine dello spostamento.

$$F \cdot \Delta r \cdot \underbrace{\cos 180°}_{-1} = -\frac{1}{2} m v_i^2$$

$$+F \cdot \Delta r = +\frac{1}{2} m v_i^2$$

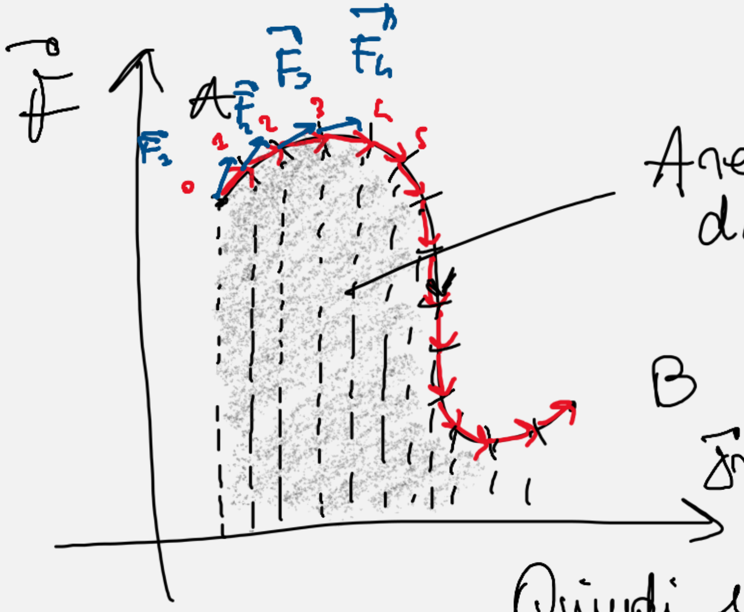
$$F = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2}{\Delta r} = \frac{\frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{10}^{\,5} \cdot 5^2}{2} = 62{,}5 \text{ N}$$

LAVORO CON FORZE NON COSTANTI E SPOSTAMENTO NON COINCIDENTE CON LA TRAIETTORIA



TRAIETTORIA $\not\equiv$ SPOSTAMENTO $\vec{\Delta r}$

$$L = \lim_{\vec{\Delta r}\to 0} \sum_{i=1}^{n} (\vec{F_i} \times \vec{\Delta r_i}) = \int F_x dx$$



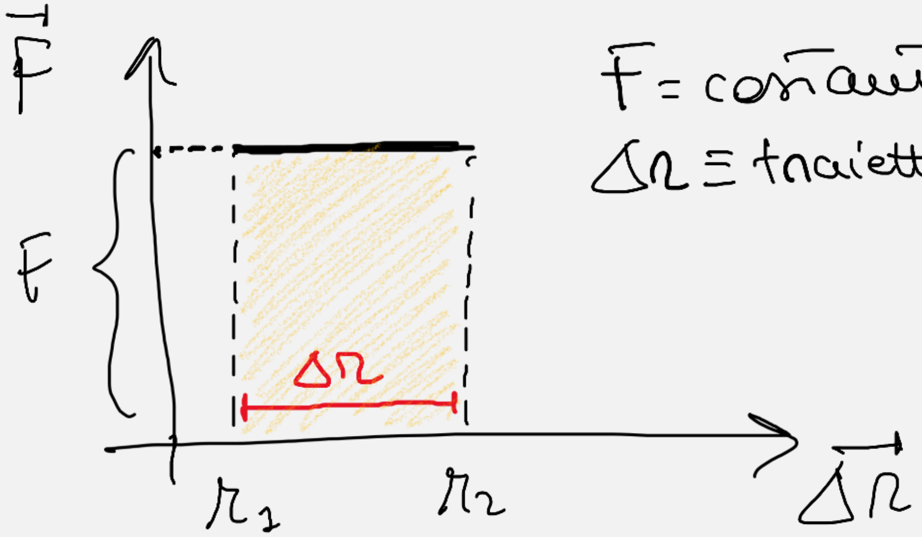
Area sottesa dalla curva della Traiettoria = Lavoro

Ciascun piccolo spostamento $\left(\vec{\Delta r}_{0,1}, \vec{\Delta r}_{1,2}, \vec{\Delta r}_{2,3}, \vec{\Delta r}_i \dots \vec{\Delta r}_n\right)$ $\vec{\Delta r}$ adesso coincide con la traiettoria ed è quindi rettilineo $\Longrightarrow$ $a = cost.$ $\Longrightarrow$ $F = cost.$

Quindi in ogni piccolo tratto (rettangolino) $(\vec{\Delta r}\to 0)$ il lavoro si calcola facendo $L = \vec{F} \times \vec{\Delta r}$. Da qui il significato del limite.

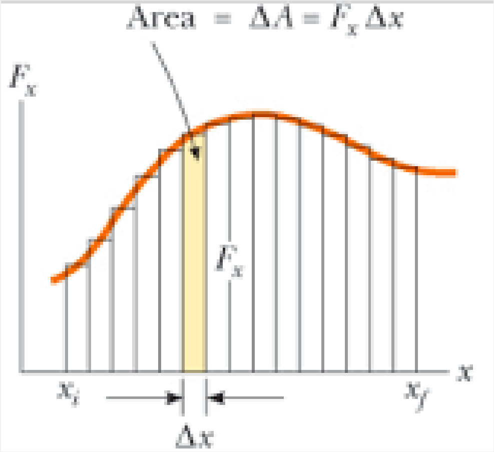
LAVORO CON FORZE NON COSTANTI E SPOSTAMENTO NON COINCIDENTE CON LA TRAIETTORIA

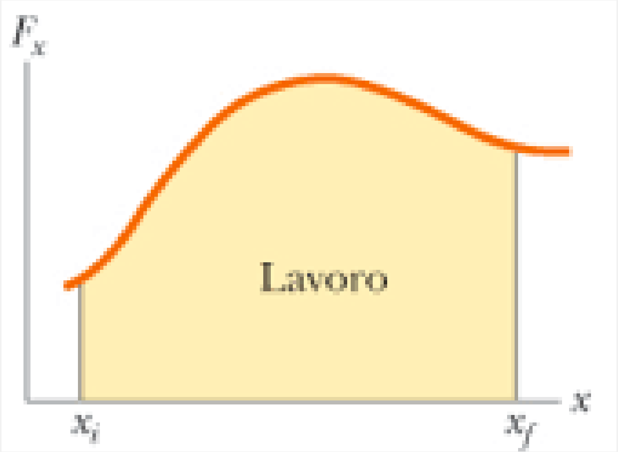
F = non costante e $\Delta r \neq$ traiettoria



F = costante

$\Delta r \equiv$ traiettoria





$$\text{Area} = b \times h = \Delta r \times F = \text{LAVORO}$$

FORZE CONSERVATIVE E NON CONSERVATIVE

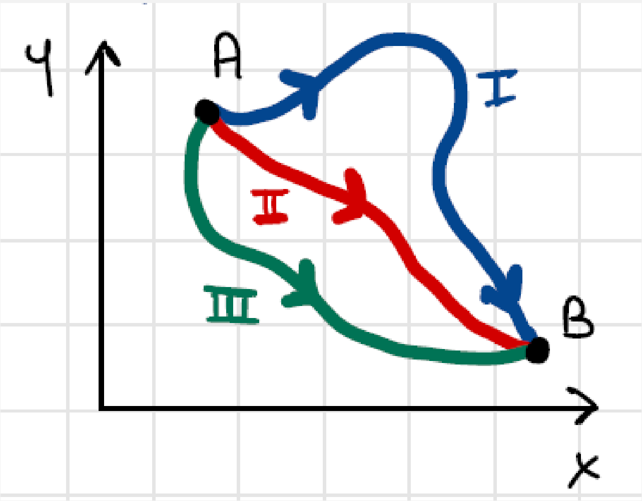
Ci sono delle forze per le quali il lavoro è dipendente o indipendente dal percorso.

FORZE CONSERVATIVE (forza peso, elastica, elettrica) : forze per le quali il lavoro è <u>indipendente</u> dal percorso

- Il lavoro compiuto da queste forze è sempre reversibile;
- Il lavoro è indipendente dal percorso, ma dipende solo dalla posizione iniziale e finale;
- Se il punto di partenza e di arrivo di un percorso coincidono (percorso chiuso), il lavoro totale è nullo;
- Il lavoro compiuto da queste forze può essere definito come una differenza tra un valore iniziale e uno finale di una funzione di energia potenziale.

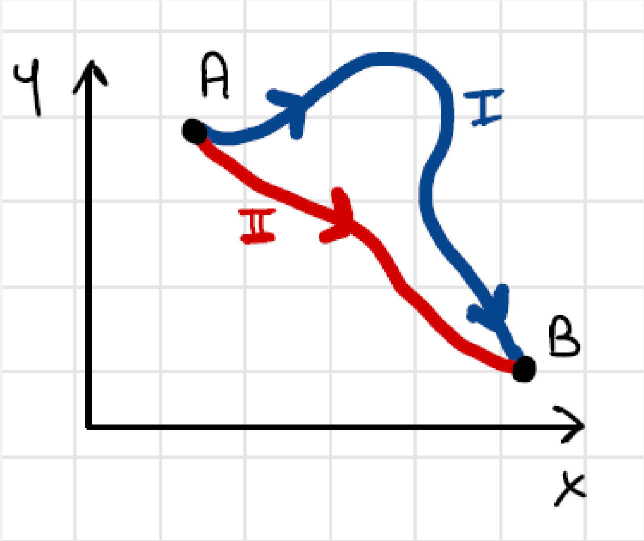
FORZE NON CONSERVATIVE, o DISSIPATIVE (forza di attrito): forze per le quali il lavoro <u>dipendente</u> dal percorso

FORZE CONSERVATIVE



Una forza è definita CONSERVATIVA se il lavoro che compie quando agisce su un corpo che si muove lungo una certa traiettoria (o cammino, C) da A a B non dipende dal cammino, ma solo da A e da B:

$$L_{I(A,B)} = L_{II(A,B)} = L_{III(A,B)}$$



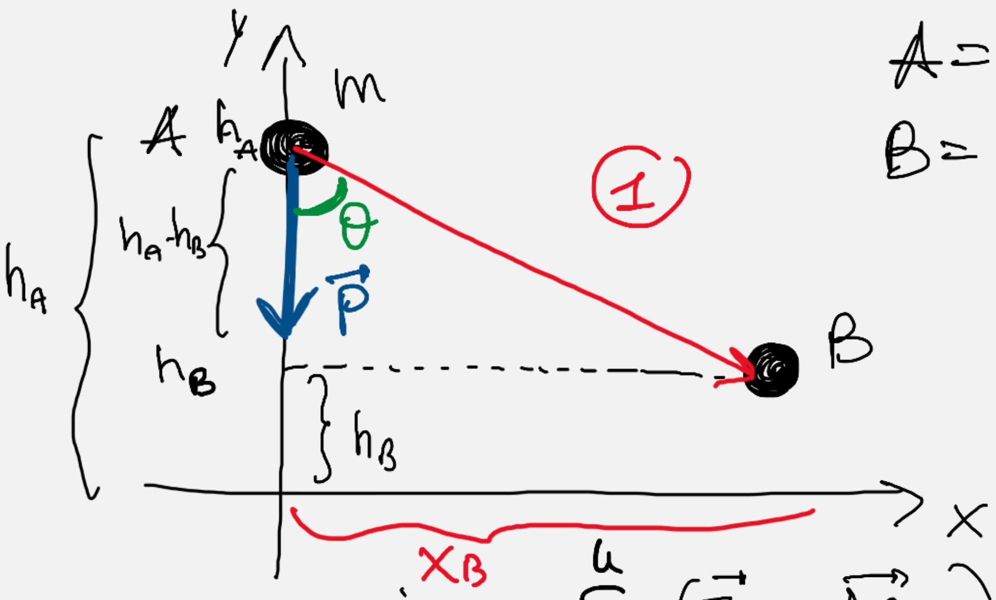
Se una forza è conservativa, il lavoro che compie lungo un percorso chiuso (CICLO) è <u>nullo</u>:

$$L_{ABA} = L_{I(A,B)} + L_{II(A,B)}$$

$$L_{II(A,B)} = -L_{I(A,B)} \rightarrow L_{ABA} = L_{I(A,B)} - L_{II(A,B)} = 0$$

Una forza è definita CONSERVATIVA se il lavoro che compie lungo un percorso chiuso, detto ciclo, è nullo.

DIMOSTRAZIONE FORZA PESO FORZA CONSERVATIVA



A = posizione iniziale del corpo di massa $m = h_A$

B = posizione finale $= h_B$

$$L_{AB,1} = \lim_{\vec{\Delta r} \to 0} \sum_{i=1}^{n} \left(\vec{F_i} \times \vec{\Delta r_i} \right)$$

riscrivo con:

- $\vec{F} = \vec{P} = m \cdot \vec{g}$ = costante
- $\vec{\Delta r} \equiv$ traiettoria

$$L_{AB,1} = \vec{P} \times \vec{\Delta r}$$

$$L_{AB,1} = m \cdot g \cdot AB \cdot \cos\theta$$

AB = ipotenusa
$h_A - h_B$ = cateto

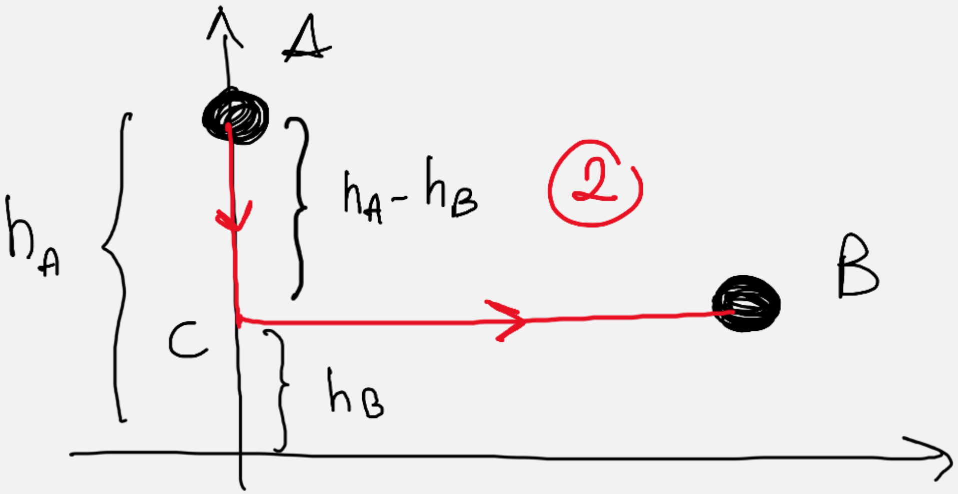
$$h_A - h_B = AB \cdot \cos\theta$$

$$AB = \frac{h_A - h_B}{\cos\theta}$$

$$L_{AB,1} = m \cdot g \cdot \frac{h_A - h_B}{\cancel{\cos\theta}} \cdot \cancel{\cos\theta} = \boxed{m \cdot g \cdot (h_A - h_B)}$$

LAVORO CALCOLATO LUNGO IL PERCORSO 1

DIMOSTRAZIONE FORZA PESO FORZA CONSERVATIVA



- $\vec{F} = \vec{P} = m \cdot g =$ costante
- $\Delta r \neq$ traiettoria

Una seconda ipotetica traiettoria 2 può essere suddivisa in trattini infinitesimi, ma ne bastano due

$$\vec{\Delta r}_{AB,2} = \vec{\Delta r}_{AC} + \vec{\Delta r}_{CB}$$

$$L_{AB,2} = L_{AC} + L_{CB} = \lim_{\vec{\Delta r} \to 0} \sum_{AC} (\vec{F_i} \times \vec{\Delta r_i}) + \lim_{\vec{\Delta r} \to 0} \sum_{CB} (\vec{F_i} \times \vec{\Delta r_i}) =$$

$$= (\vec{P} \times \vec{\Delta r}_{AC}) + (\vec{P} \times \vec{\Delta r}_{CB}) = (m \cdot g \cdot AC \cdot \cos\theta) + (m \cdot g \cdot CB \cdot \cos\theta) =$$

$$= (m \cdot g \cdot AC \cdot \cos 0) + (m \cdot g \cdot CB \cdot \cos 90°) = (m \cdot g \cdot AC \cdot 1) + \cancel{(m \cdot g \cdot CB \cdot 0)} =$$

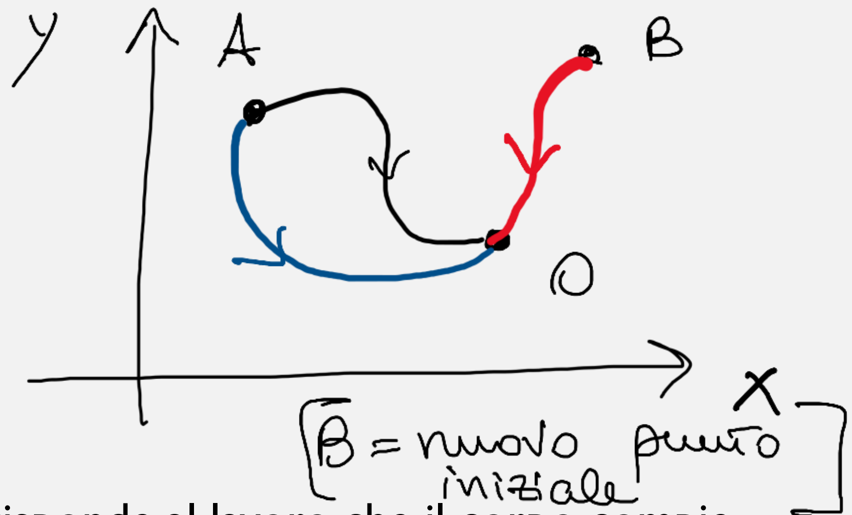
$$= m \cdot g \cdot AC = \boxed{m \cdot g (h_A - h_B)}$$

LAVORO CALCOLATO LUNGO IL PERCORSO 2

$$L_{AB,1} = L_{AB,2} \Longrightarrow \vec{P}$$ È UNA FORZA CONSERVATIVA!!

ENERGIA POTENZIALE

L'energia potenziale è una misura di quanto lavoro è possibile, o *potenzialmente* possibile ricavare dal sistema.



Il lavoro ora <u>dipende dalla posizione iniziale</u>, non dal percorso e nemmeno dalla posizione di riferimento.

$$\mathrm{L_{AO}} = \mathrm{U_A} \rightarrow \text{ ENERGIA POTENZIALE}$$

L'energia potenziale che un corpo possiede in un generico punto A corrisponde al lavoro che il corpo compie, muovendosi rispetto a una posizione di riferimento e seguendo una traiettoria qualsiasi. Questa energia infatti si applica solo alle forze conservative! Parleremo quindi di energia potenziale gravitazionale (U_P) e elastica (U_E).

1) Scegliere il sistema di riferimento «O»
2) Scegliere il percorso!
3) Calcolare il lavoro $\mathrm{L_{AO}} = \mathrm{U_A} = \lim_{\overrightarrow{\Delta r} \to 0} \sum_{i=1}^{n} (\overrightarrow{F_i} \times \overrightarrow{\Delta r_i})$

Quando calcoliamo la differenza di energia potenziale (ΔU) tra due punti qualsiasi nel percorso, il Lavoro non dipende più dalla posizione di riferimento

$$\boxed{\mathrm{L} = -\Delta \mathrm{U}}$$

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

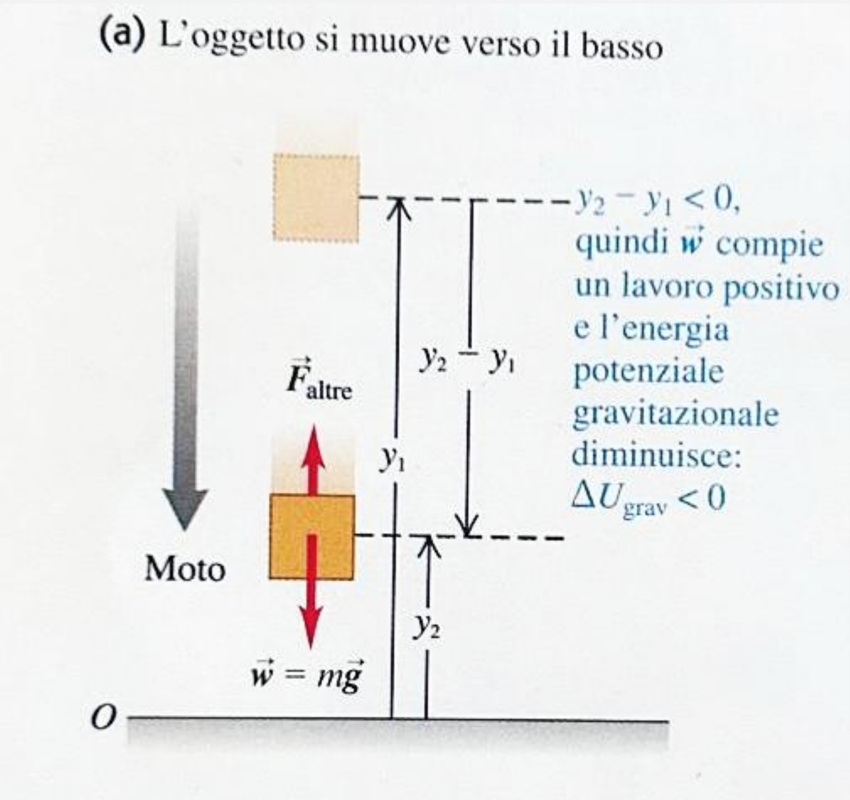
L'energia potenziale gravitazionale è associata alla forza gravitazionale che la Terra esercita sui corpi. Per i corpi vicini alla sua superficie, parliamo della forza peso

$$L_g = F \cdot \Delta r \cdot cos\theta = mg(y_i - y_f) = mgy_i - mgy_f$$

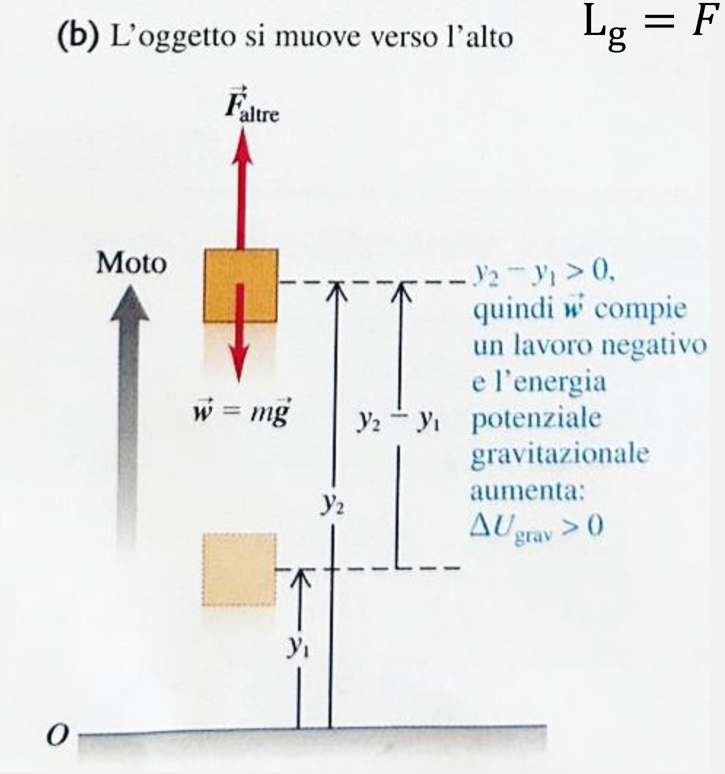
$$L_g = U_i - U_f = -(U_f - U_i) = -\Delta U$$

$$L = -\Delta U$$

$$\boxed{U_g = mgh}$$



L'altezza dell'oggetto diminuisce, il lavoro fatto dalla forza gravitazionale è *positivo* e l'energia potenziale diminuisce ($\Delta U < 0$)



L'altezza dell'oggetto aumenta, il lavoro fatto dalla forza gravitazionale è *negativo* e l'energia potenziale aumenta ($\Delta U > 0$)

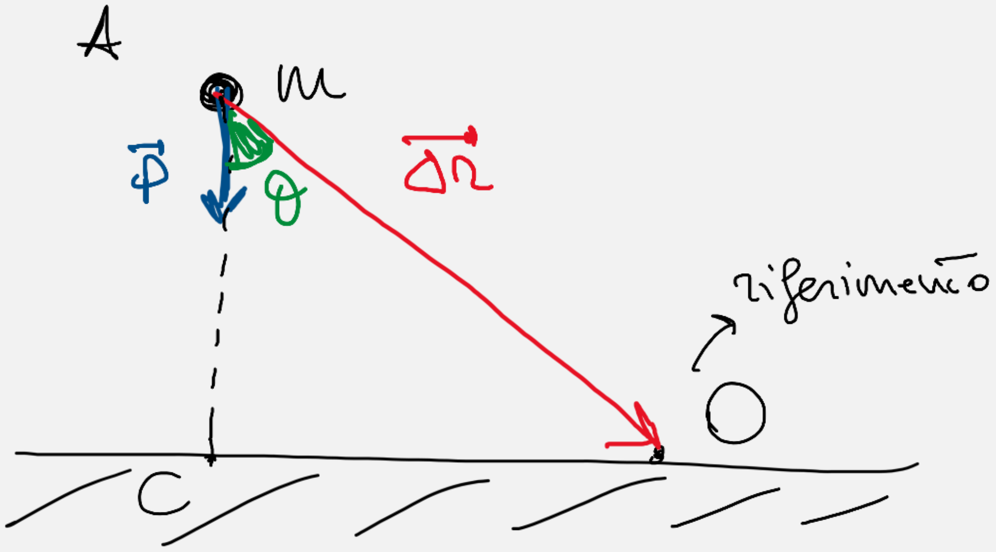
DIMOSTRAZIONE ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

Forza Peso = forza conservativa (il lavoro non dipende dal percorso)
Immaginiamo di avere un corpo di massa *m* nel punto A, situato ad altezza *h*.

1) Scegliamo il punto di riferimento «O» (nel caso della forza peso scegliamo un qualsiasi punto sulla superficie terrestre)

2) Scegliamo un generico percorso (semplice)

3) Calcolo il lavoro: $U_P = L_{AO} = \lim_{\overrightarrow{\Delta r} \to 0} \sum_{i=1}^{n} (\overrightarrow{F_i} \times \overrightarrow{\Delta r_i})$



$$U_P = L_{AO} = \vec{P} \times \overrightarrow{\Delta r} = m \cdot g \cdot \overbrace{\underbrace{AO}_{\text{iPOTENUSA}} \cdot \cos\theta}^{= AC} = m \cdot g \cdot AC = m \cdot g \cdot h$$

L'energia potenziale del corpo nel punto A che si trova ad una certa altezza *h* dalla superficie terrestre è pari al prodotto tra la massa *m* del corpo posto in A, l'accelerazione gravitazionale *g* e la sua altezza.

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

Energia cinetica del sasso: $K_i = \frac{1}{2}mv_i^2$

$P \cos\theta \, \Delta y$

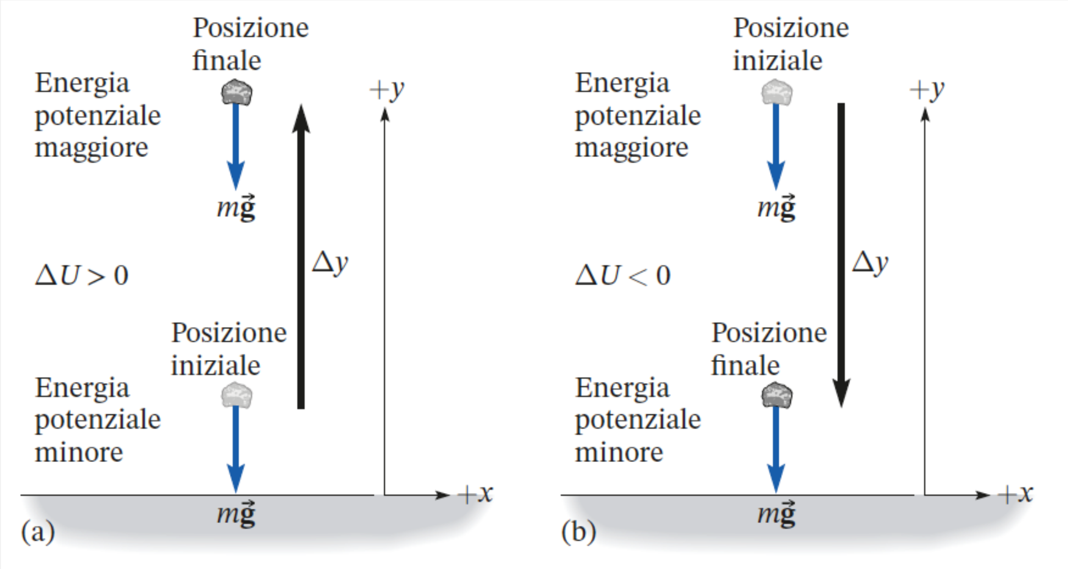
$mg \cos 180° \, \Delta y$

Lavoro compiuto dalla forza peso: $W_P = -mg\Delta y$ $\quad -mg\Delta y$

Alla max altezza, il sasso si ferma ($K_f = 0$)

$$W_P = \underbrace{K_f}_{=0} - K_i$$

$$-mg\Delta y = -\frac{1}{2}mv_i^2 \rightarrow \Delta y = \frac{v_i^2}{2g}$$



$$v_i^2 = 2gy_{max} \rightarrow t_s = \frac{\sqrt{2gy_{max}}}{g} = \sqrt{\frac{2y_{max}}{g}}$$

L'energia immagazzinata a causa dell'interazione di un corpo con qualcos'altro (qui, il campo gravitazionale terrestre) è totalmente convertibile in energia cinetica prende il nome di ENERGIA POTENZIALE (U)

Nel caso specifico, si parla di ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

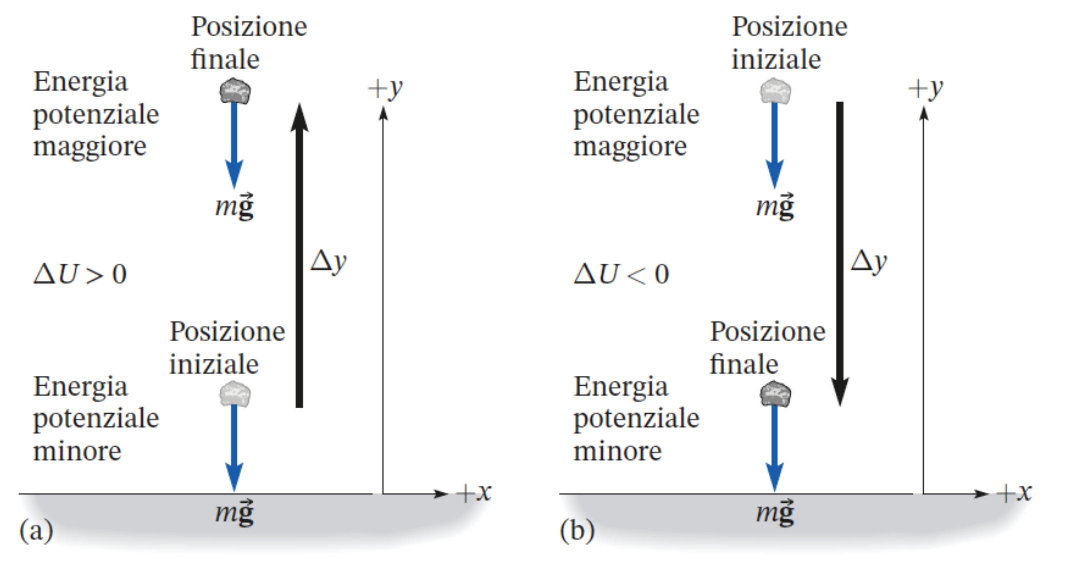
ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

Variazione dell'energia potenziale gravitazionale:

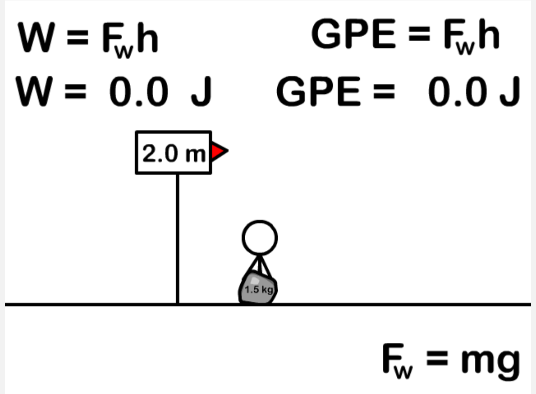
$$\Delta U_{grav} = -W_{grav}$$

$$W_{grav} = \overrightarrow{F_g}\Delta\vec{r} = F_g \Delta r \cos\theta = F_{gy}\Delta y = -mg\Delta y$$

$$\Delta U_{grav} = mg\Delta y$$



L'energia immagazzinata a causa dell'interazione di un corpo con qualcos'altro (qui, il campo gravitazionale terrestre) e totalmente convertibile in energia cinetica prende il nome di ENERGIA POTENZIALE (U)



Nel caso specifico, si parla di ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

RELAZIONE TRA ENERGIA CINETICA (K) E ENERGIA POTENZIALE (U)

Forza applicata su un oggetto : **conservativa**

$$L = -\Delta U \qquad L = \Delta K$$

$$-\Delta U = \Delta K$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

U indica sia l'energia potenziale gravitazionale che elastica. In base al contesto bisogna scegliere se usare solo una delle due, o entrambe.

È l'energia totale posseduta da un corpo

$K + U =$ ENERGIA MECCANICA (E)

$$\boxed{\Delta E = 0}$$

TEOREMA DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA
Una particella che si muove sotto azione di una forza <u>conservativa</u> *conserva* la sua energia meccanica

Una legge di conservazione è un principio fisico che identifica una quantità che non cambia nel tempo.

Legge di conservazione dell'energia: L'energia totale nell'universo è invariata da qualsiasi processo fisico:

$$energia\ totale\ iniziale = energia\ totale\ finale$$

RELAZIONE TRA ENERGIA CINETICA (K) E ENERGIA POTENZIALE (U)

Forza applicata su un oggetto : **non conservativa**

$$F_{TOT} = F_{F\ non\ cons.} + F_{F\ cons.}$$

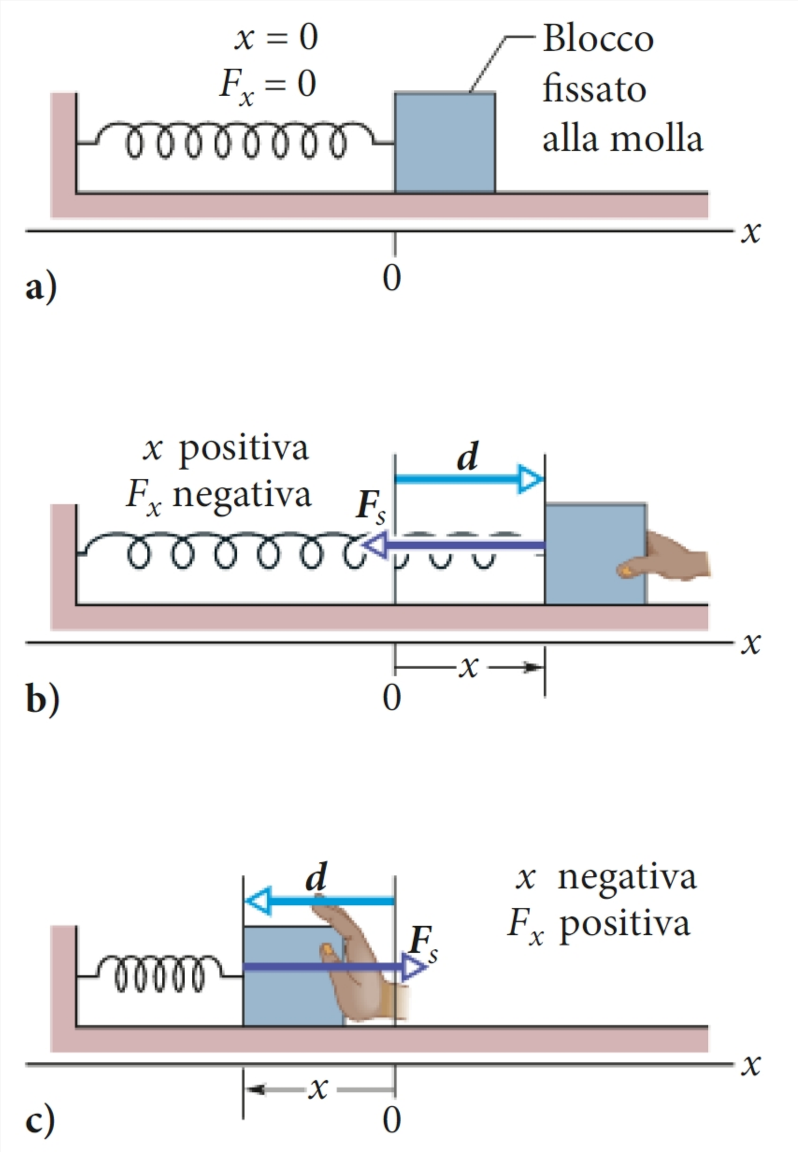
$$L_{TOT} = L_{F.non\ cons.} + L_{F\ cons.} \qquad L_{F.non\ cons.} = -\Delta U \qquad L_{TOT} = \Delta K$$

$$\Delta K = L_{F\ non\ cons.} - \Delta U$$

$$\boxed{L_{F.non\ cons.} = \Delta K + \Delta U} \qquad L_{F.non\ cons.} = \Delta E$$

Le forze non conservative sono in grado di modificare l'energia di un sistema, infatti si chiamano anche forze dissipative perchè trasformano (o *dissipano*) una parte dell'energia in altro, ad esempio in calore.

ENERGIA POTENZIALE ELASTICA



Per mantenere una molla allungata o compressa di un tratto x rispetto alla sua posizione di equilibrio, occorre applicare una forza $\overrightarrow{F_P} \propto x$

$$F_P = kx$$

La molla esercita una forza nella direzione opposta (FORZA DI RICHIAMO, o FORZA ELASTICA), che tende a far tornare la molla alla sua lunghezza di equilibrio:

Legge di Hooke $\longrightarrow$ $\overrightarrow{F_e} = -k \cdot \vec{x}$

(il segno meno si indica solo a livello vettoriale, per indicare che il vettore Forza elastica e il vettore spostamento hanno sempre direzione opposta!!)

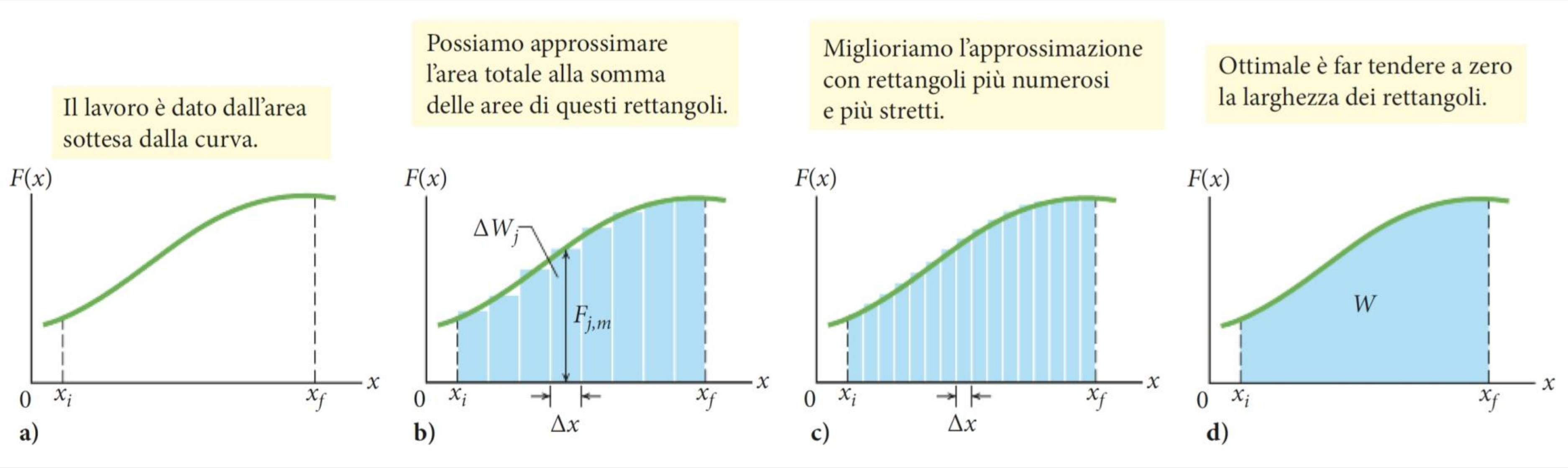
La Forza Elastica è <u>conservativa</u>: $\longrightarrow$ <u>Energia potenziale elastica</u>

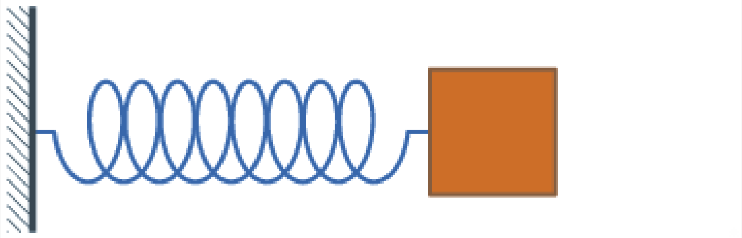
1. L_{AB} è indipendente dal percorso
2. $L_{AB} = -L_{BA}$
3. $L_{ABA} = 0$

ENERGIA POTENZIALE ELASTICA

La forza per comprimere/allungare la molla <u>non è costante</u>:

$$\Delta L_i = F_{i,x} \Delta x_i$$



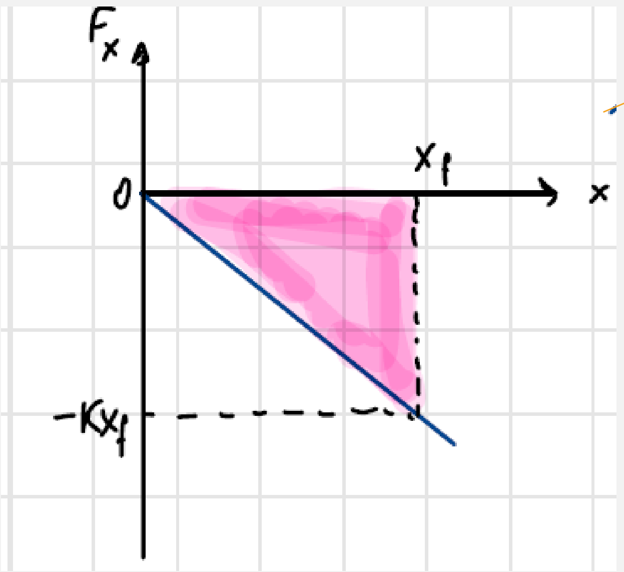


Il lavoro compiuto da una forza <u>non costante</u> $\vec{F}$ che agisce su un corpo il cui spostamento è $\Delta\vec{x}$:

$$\mathrm{L} = \lim_{\Delta x \to 0} \sum F_{x,i} \Delta x_i = \int F_x dx$$

ENERGIA POTENZIALE ELASTICA

$F = -Kx$



Il lavoro è pari all'area sottesa alla curva fra x_i e x_f → area del triangolo → $base = x_f = x, altezza = -kx_f = -kx$:

$$W = \frac{1}{2} base \times altezza = -\frac{1}{2}kx^2$$

$$W = \int F_x dx \longrightarrow W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_{x_i}^{x_f} \overset{F}{\boxed{-kx}} dx = -k \int_{x_i}^{x_f} x dx$$

Dato che: $\int x dx = \frac{1}{2}kx^2,$

$W = -\frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2)$ con $x_i = 0, x_f = x$

$$\boxed{W = -\frac{1}{2}kx^2}$$

In generale: $W_{elast} = \left(-\frac{1}{2}kx_f^2\right) - \left(-\frac{1}{2}kx_i^2\right) = \boxed{-\frac{1}{2}kx_f^2 + \frac{1}{2}kx_i^2}$

ENERGIA POTENZIALE ELASTICA

Si tratta dell'energia immagazzinata dalla molla deformata che, quindi, ha il potenziale di trasferire energia al corpo, cioè di fare lavoro attraverso la forza elastica.

La variazione dell'ENERGIA POTENZIALE ELASTICA è pari al lavoro compiuto dalla molla cambiato di segno:

$$\boxed{\Delta U_{elast} = -W_{elast}}$$

$W_{gravit.} = -mg\Delta y$

$\Delta U_{gravit.} = mg\Delta y$

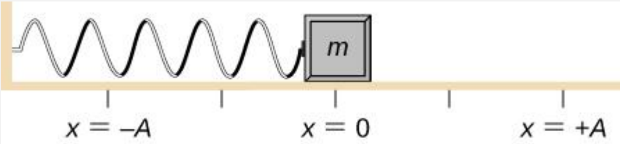
$$\Delta U_{elast} = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

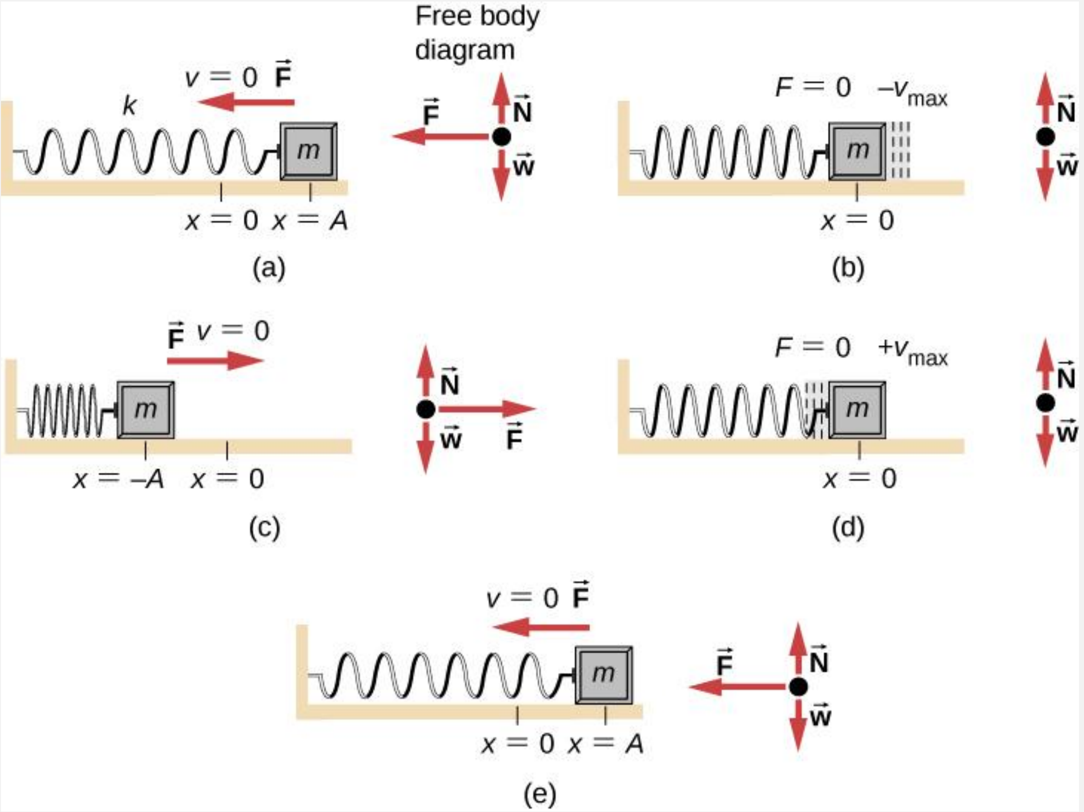
Considerando $U = 0$ alla posizione di equilibrio ($x = 0$):

$$U_{elast} = \frac{1}{2}kx^2$$

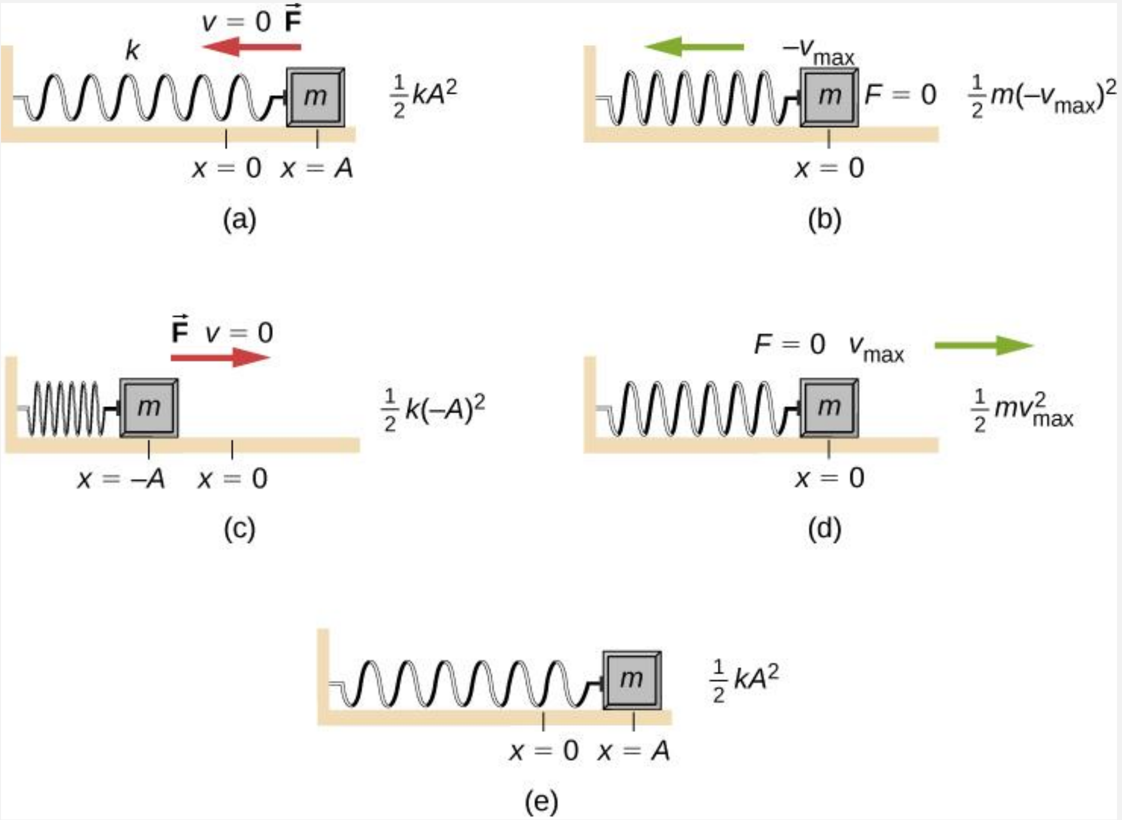
Energia potenziale elastica immagazzinata in una molla ideale

FORZA ELASTICA E ENERGIA POTENZIALE ELASTICA





Analisi della forza elastica



Analisi dell'energia potenziale elastica

POTENZA

POTENZA (P): rapidità con cui viene trasferita l'energia, o con cui viene compiuto lavoro.
Lavoro compiuto nell'unità di tempo.

POTENZA MEDIA: $P_m = \frac{\Delta L}{\Delta t}$ Unità di misura nel SI: $\frac{J}{s} = \text{watt (W)}$

POTENZA ISTANTANEA: $\mathrm{P} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta L}{\Delta t}$

Il lavoro compiuto da una forza in un breve intervallo di tempo: $\mathrm{L} = F \Delta r \cos\theta$

L'ampiezza dello spostamento: $\Delta r = v \Delta t$

$$P = \frac{\mathrm{L}}{\Delta t} = \frac{F \Delta r \cos\theta}{\Delta t} = Fv \cos\theta$$

θ angolo compreso fra $\vec{v}$ e $\vec{F}$

POTENZA ISTANTANEA (rapidità con cui una forza compie un lavoro)

Esempio

Tiriamo lungo un piano orizzontale un corpo tramite una fune. La massa del corpo è $26\ kg$. La fune forma un angolo di $20°$ con il piano orizzontale. Assumiamo che il coefficiente d'attrito tra corpo e piano sia $\mu_D = 0.16$. Il corpo si muove a velocità costante $v = 3\ km/h$ e percorre $120\ m$: A) qual è il lavoro compiuto nel tirare il corpo? B) qual è il lavoro compiuto dalle forze esercitate dal piano? C) qual è il lavoro totale compiuto sul corpo?

Esempio

Un corpo di peso $1400N$ deve essere spostato su un piano a 1m da terra. Possiamo alzarlo direttamente, oppure spingerlo tramite un piano inclinato di $4m.$ Assumiamo l'attrito tra corpo e piano inclinato trascurabile: A) determinare il lavoro compiuto nel sollevare il corpo di 1m verticalmente (verso l'alto e a velocità costante); B) determinare il lavoro compiuto nello spingere il corpo per $4m$ sul piano inclinato (forza applicata parallela al piano inclinato); C) determinare il lavoro fatto dalla forza normale esercitata sul corpo dalla superficie della rampa. Assumere tutte le forze costanti.

Esempio

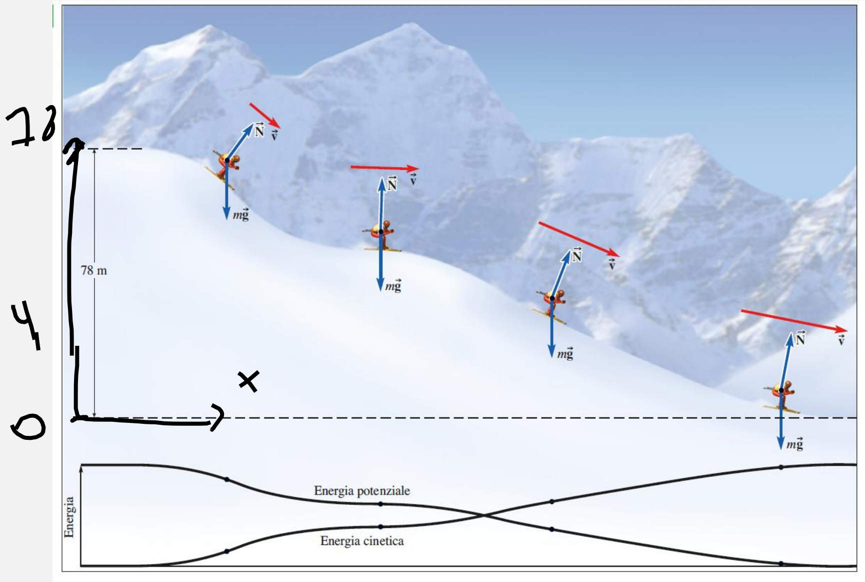
Un bungee jumper si lancia nel vuoto legato a una fune. La piattaforma di lancio è a $182\ m$ rispetto al fondo della gola e il saltatore pesa $780\ N$. Se il saltatore nel punto più basso della caduta si trova a un'altezza di $68\ m$ dal fondo della gola, quale lavoro è stato compiuto dalla fune sul saltatore durante la sua discesa?

Esempio

Uno scalatore si cala da un dirupo di $12m$. Lo scalatore ha massa $60kg$ e si cala partendo da fermo, scivolando lungo una fune verticale. Arriva a terra con una velocità di $2m/s$: determinare l'energia dissipata dall'attrito nel contatto con la fune (il valore locale di g è $9.78\ N/kg$; ignorare la resistenza dell'aria).

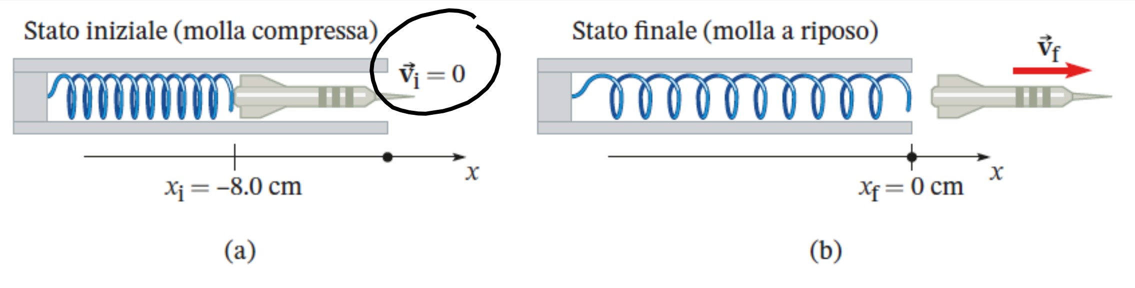
Esempio

Una pista da sci ha un dislivello di $78\ m$. Uno sciatore inesperto, incapace di controllare la sua velocità, scende su questa pista. Trascurando le forze d'attrito e di resistenza dell'aria, quale sarà la sua velocità alla fine della pista?



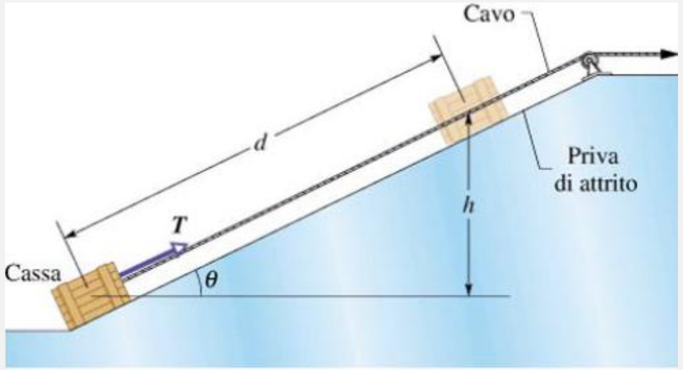
Esempio

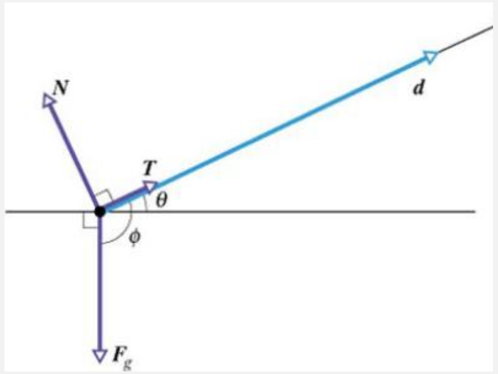
In un fucile a molla che lancia freccette, la molla con $k = 400.0\ N/m$ viene compressa di $8.0\ cm$ quando viene inserita la freccetta (di massa $20.0\ g$). Qual è la velocità di uscita della freccetta quando al molla viene lasciata libera? Trascurare le forze d'attrito.



Esempio

Una cassa di $15\ kg$ è trascinata in salita a velocità costante su una rampa priva di attrito per una distanza $d = 5.70\ m$, fino a un'altezza $h = 2.50\ m$ rispetto al suo punto di partenza, quindi si arresta. A) quanto lavoro viene svolto dalla forza gravitazionale? B) quanto lavoro viene compiuto sulla cassa dalla tensione T del cavo che tira su la cassa per il piano inclinato? C) cosa succede se sollevo la cassa della stessa quota h ma con rampa più lunga?



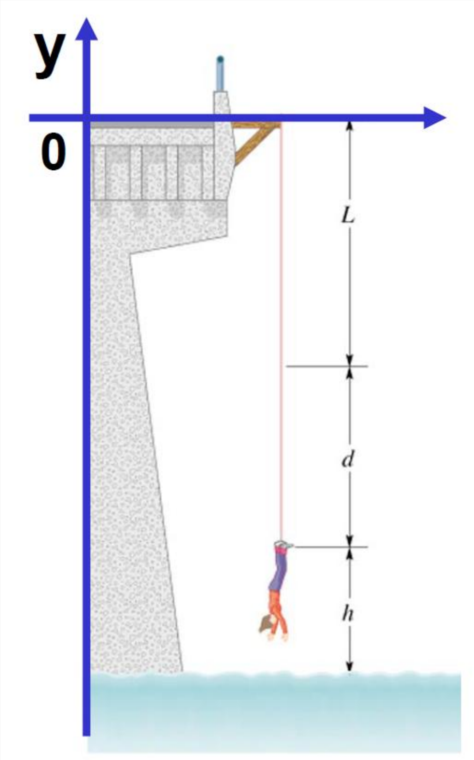


Esempio

La cabina di un ascensore di massa $m = 500\ kg$ sta scendendo alla velocità $v_i = 4.0\ m/s$, quando il sistema di argani che ne controlla la discesa comincia a slittare, lasciandolo cadere con accelerazione costante $a = g/5$. a) determinare il lavoro fatto dalla forza peso durante la caduta di un tratto $d = 12\ m$; b) determinare, lungo il medesimo tratto, il lavoro svolto dalla forza di trazione T. c) determinare il lavoro totale sviluppato sulla cabina durante la caduta di $12\ m$. d) calcolare la variazione di energia cinetica della cabina alla fine della caduta di $12\ m$.

Esempio

Una praticante di Bungee Jumping si trova su un ponte alto 45.0 m sul livello del fiume. La ragazza ha una massa di 61.0 kg . Allo stato di riposo la corda elastica ha una lunghezza di 25.0 m. Supponiamo che la corda segua la legge di Hooke, con costante elastica k = 160 N/m. Se la saltatrice si arresta prima di avere raggiunto l'acqua, a quale quota h si trova al di sopra del livello del fiume ?



Esempio

Una massa m=2Kg è ancorata ad una molla ideale di costante elastica K=3 N/m. La molla viene compressa di 10 cm. Quale sarà la velocità della massa quando passerà per la configurazione di riposo della molla?
Immaginando che in quell'istante la massa venga staccata dalla molla e che il coefficiente d'attrito fra la massa e il piano sia μd=0.7, calcolate lo spazio percorso da m prima di fermarsi.