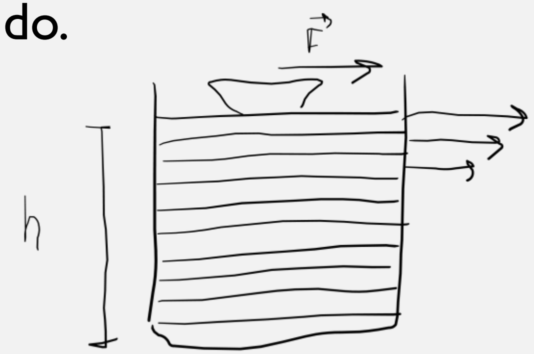
# FLUIDI

☞FLUIDOSTATICA

☞FLUIDODINAMICA

# FLUIDODINAMICA

La fluidodinamica si occupa dello studio del *movimento* del fluido (es. Emodinamica: studio della circolazione del sangue). Le proprietà del condotto influiscono sulla dinamica del fluido.




Condotto →
- Rigido (sezione costante)
- Liscio (no attrito)
- Variazione di sezione

Un fluido in moto esercita una forza in direzione parallela a ogni superficie sulla quale o attraverso la quale esso scorre.

Anche la superficie esercita una forza sul fluido: **forza viscosa** che si oppone al flusso del fluido (= forza di attrito!)

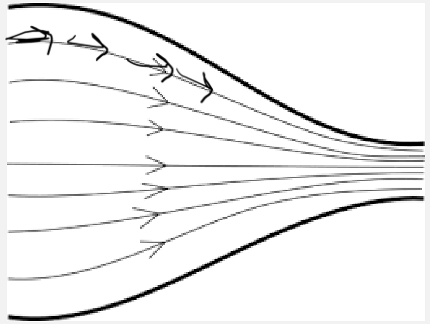
Agisce una forza esterna per mantenere il fluido in movimento (= forza che compie lavoro!)

# FLUIDODINAMICA

$v = \text{cost.}$

Flusso

STAZIONARIO: moto stazionario, ovvero <u>la velocità del fluido in ogni punto è costante nel tempo</u>. Anche densità e pressione del fluido sono costanti.



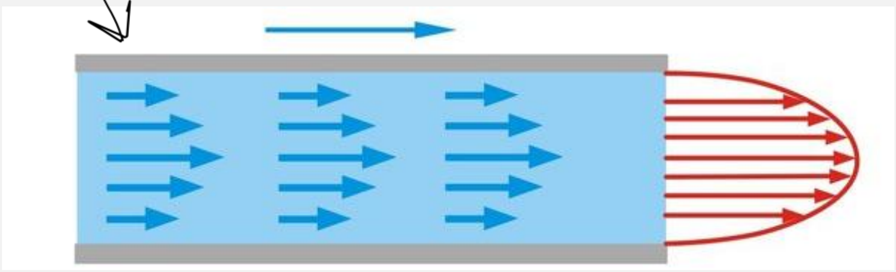
La velocità può essere diversa passando da un punto a un altro, ma in ogni punto non cambia nel tempo.

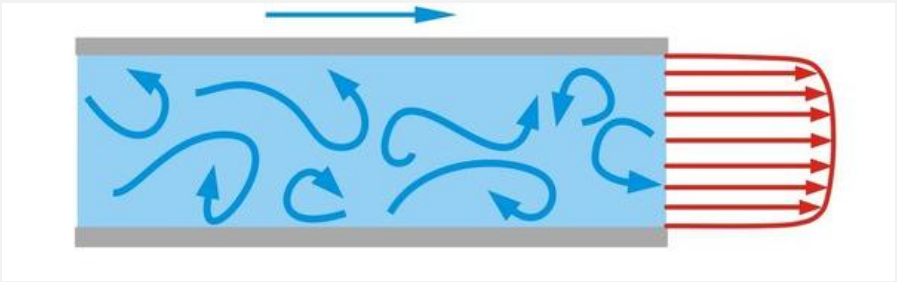
LINEE DI CORRENTE: percorso seguito da un elemento di volume piccolissimo. La velocità è tangente in ogni sua parte del percorso.

Es. <u>moto laminare</u>: il fluido scorre in strati ordinati, ogni porzione che attraversa un punto segue la stessa traiettoria di ogni altra porzione.

$v \neq \text{cost}$

NON STAZIONARIO: <u>la velocità in ogni punto cambia con il tempo</u> e le linee di corrente assumono configurazioni variabili. Si parla anche di <u>moto turbolento</u>





# FLUIDODINAMICA

Fluidi

- IDEALI
  - Flusso laminare ($\vec{v} = \text{cost.}$)
  - $\eta = 0$
  - Incomprimibile ($P_A = P_B$)
  - No forze di coesione
  - No attrito

  $\rho = \text{cost.}$

- REALI
  - Flusso laminare ($\vec{v} = \text{variabile}$)
  - $\eta \neq 0$
  - $\Delta P = P_A - P_B$
  - Forze di attrito

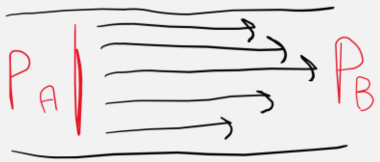
- Equazione di continuità
(= conservazione della massa)

$\rho = \frac{m}{V}$

- Equazione di Bernoulli
(= conservazione dell'energia)

$\Delta E = 0 \quad E_i = E_f$

REALI



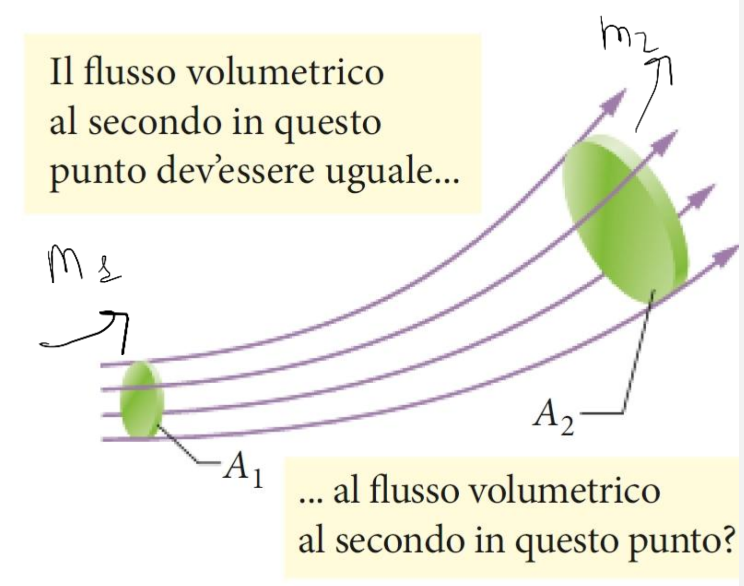

IDEALI

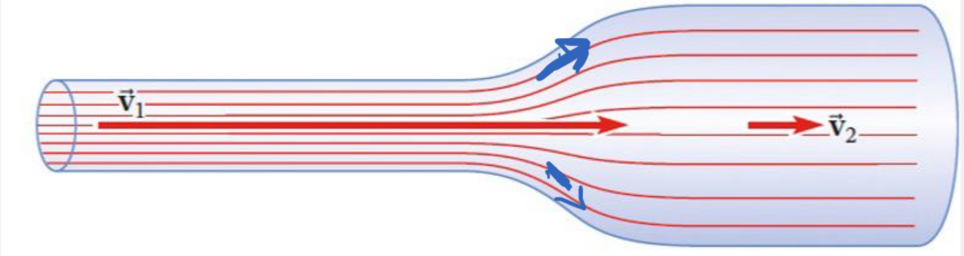
# EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

Lo stesso volume di fluido che entra in un condotto in un dato $\Delta t$ deve uscire dal condotto nello stesso intervallo di tempo.

La velocità del fluido è piccola quando il raggio del condotto è grande e viceversa

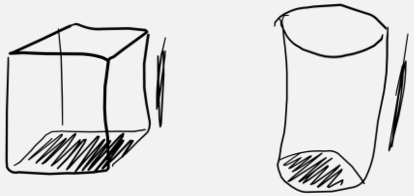
$\frac{m_1}{\Delta t}$ $\frac{m_2}{\Delta t}$




In un condotto a sezione variabile, vediamo le linee di flusso più ravvicinate dove il fluido scorre più velocemente

# EQUAZIONE DI CONTINUITÀ



$V = A \cdot h$

$$\frac{m_1}{\Delta t} \qquad \frac{m_2}{\Delta t}$$

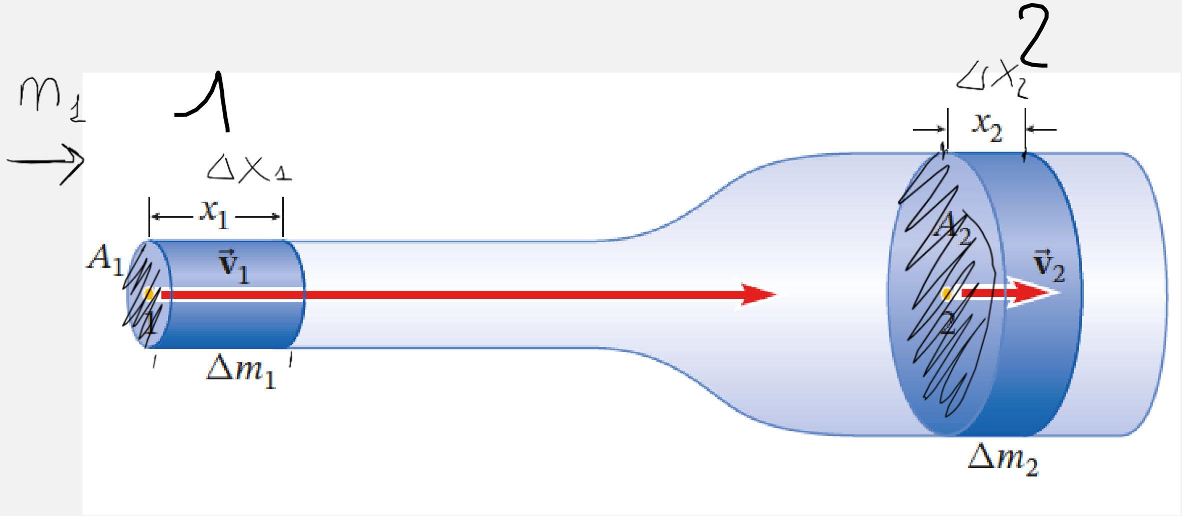
$$\rho = \frac{m_1}{V} \qquad \rho = \frac{m_2}{V}$$

$$\frac{m_1}{\Delta t} = \frac{m_2}{\Delta t}$$

$$\frac{\cancel{\rho} V_1}{\Delta t} = \frac{\cancel{\rho} \cdot V_2}{\Delta t} \qquad V = A \cdot h$$

$$\frac{A_1 \cdot \overbrace{\Delta x_1}^{v_1}}{\Delta t} = \frac{A_2 \cdot \overbrace{\Delta x_2}^{v_2}}{\Delta t}$$

$$\boxed{A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2}$$




$A_1 \cdot v_1 \Rightarrow Q$ PORTATA

$A \cdot v =$ costante

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

# EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

La portata in massa del fluido è:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v \qquad (unità\ SI: \frac{kg}{s})$$

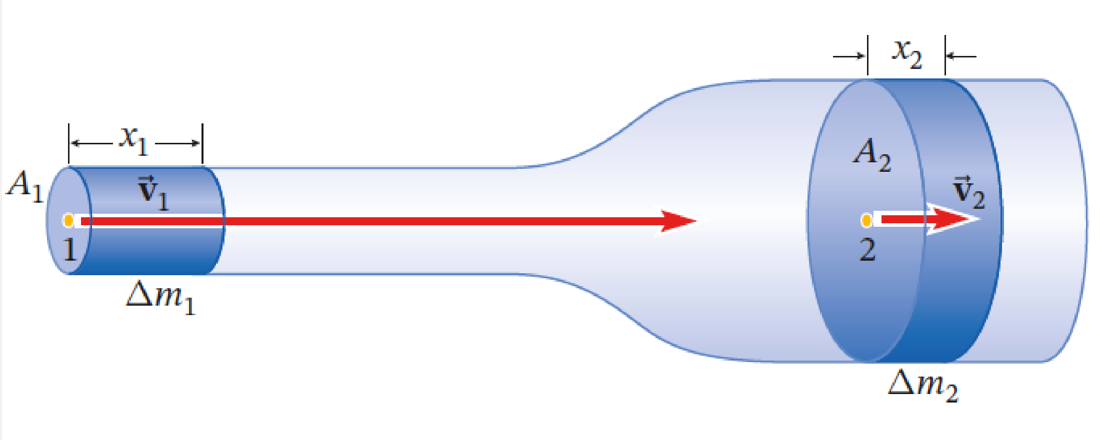
La portata in volume è:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = A v \qquad (unità\ SI: \frac{m^3}{s})$$

$$Av = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\rho A v = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

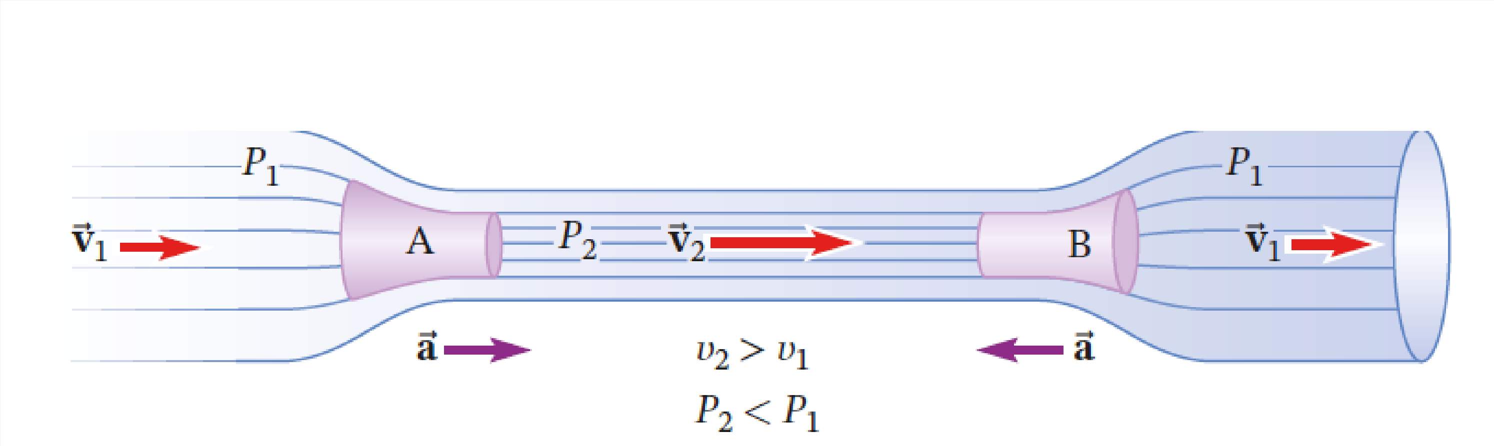
$$\cancel{\rho} \underbrace{A_1 v_1}\cancel{\Delta t} = \cancel{\rho} \underbrace{A_2 v_2}\cancel{\Delta t}$$

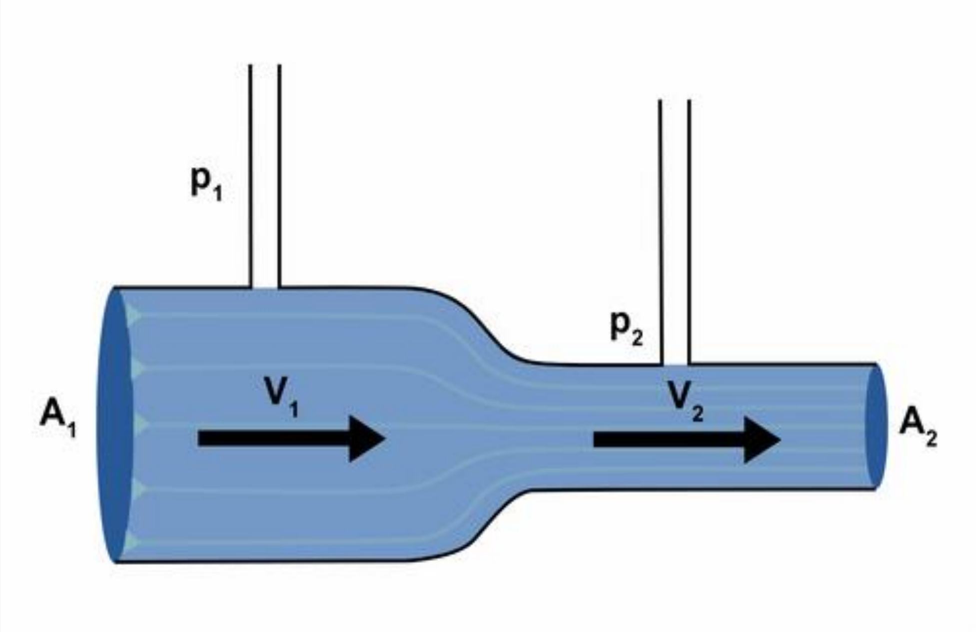



Equazione di continuità per un fluido incomprimibile:

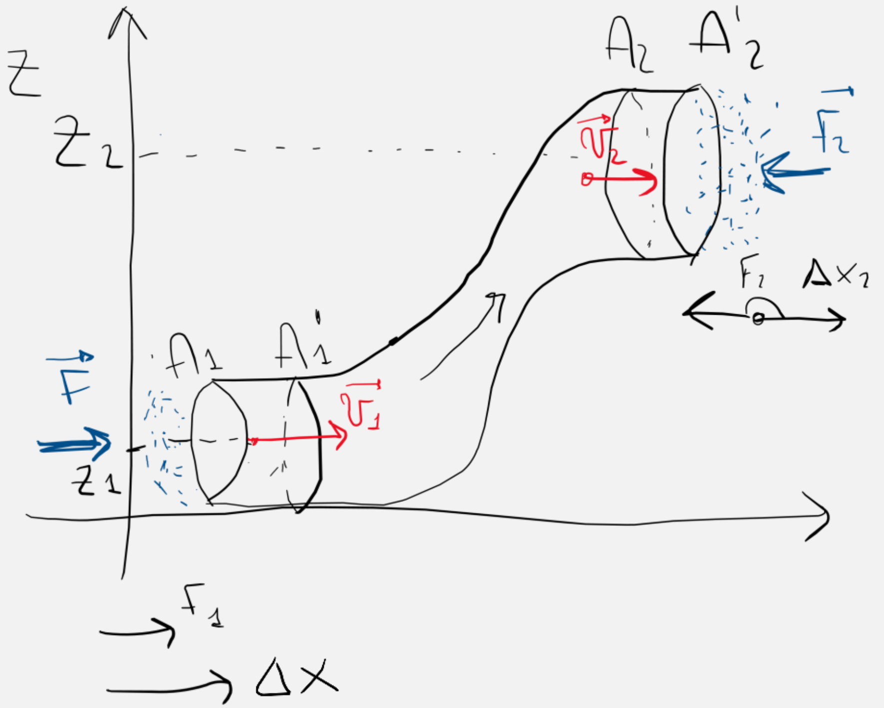
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad A \cdot v = cost.$$

# EQUAZIONE DI BERNOULLI




La pressione del fluido nella strozzatura (P2) non può essere uguale a quella prima o dopo la strozzatura (P1) → nel caso di un flusso orizzontale, la velocità è maggiore dove la pressione è minore → EFFETTO BERNOULLI / PRINCIPIO DI BERNOULLI




$$L = \Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$L_g = -\Delta U = -(\underbrace{m g z_2}_{U_f} - \underbrace{m g z_1}_{U_i}) = m g z_1 - m g z_2$$

$$= m g (z_1 - z_2)$$

$$L = \vec{F}_1 \times \vec{\Delta x}_1 + \vec{F}_2 \times \vec{\Delta x}_2 = F_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \underbrace{\cos 0}_{1} + F_2 \cdot \Delta x_2 \cdot \underbrace{\cos 180°}_{-1}$$

$$= F_1 \cdot \Delta x_1 - F_2 \cdot \Delta x_2 =$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \cdot A$$

$$= P_1 \cdot \underbrace{A_1 \cdot \Delta x_1}_{V} - P_2 \cdot \underbrace{A_2 \cdot \Delta x_2}_{V}$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = m g (z_1 - z_2) + P_1 \cdot V_1 - P_2 \cdot V$$ (Moltiplico ambo i membri per $\rho$)

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

$$\frac{1}{2} \rho \cdot \cancel{m} \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \rho \cancel{m} \cdot v_1^2 = \rho \cdot \cancel{m} \cdot g (z_1 - z_2) + P_1 \cdot \underbrace{\cancel{V \cdot \rho}}_{m} - P_2 \cdot \underbrace{\cancel{V \cdot \rho}}_{m}$$

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = \rho g z_1 - \rho g z_2 + P_1 - P_2 \; ; \; \boxed{P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} m v_2^2}$$

$P_1 + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{cost.}$ $\rho = \frac{m}{V}$

$$P + \underbrace{\frac{m}{V} g h}_{\text{ENERGIA POTENZIALE}_g} + \underbrace{\frac{1}{2}\frac{m}{V} \cdot v^2}_{\text{ENERGIA CINETICA}} = \text{cost.}$$

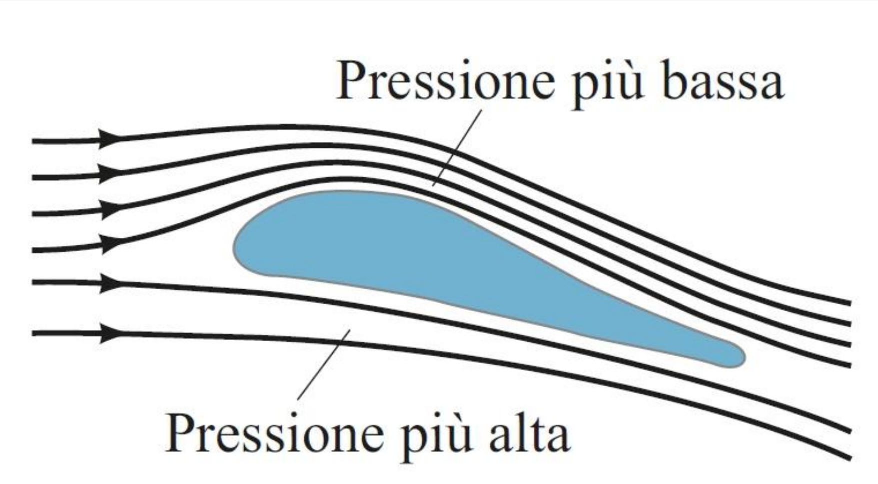
F. IDEALI $\rightarrow$ $\underline{\eta = 0}$ (NO ATTRITO)

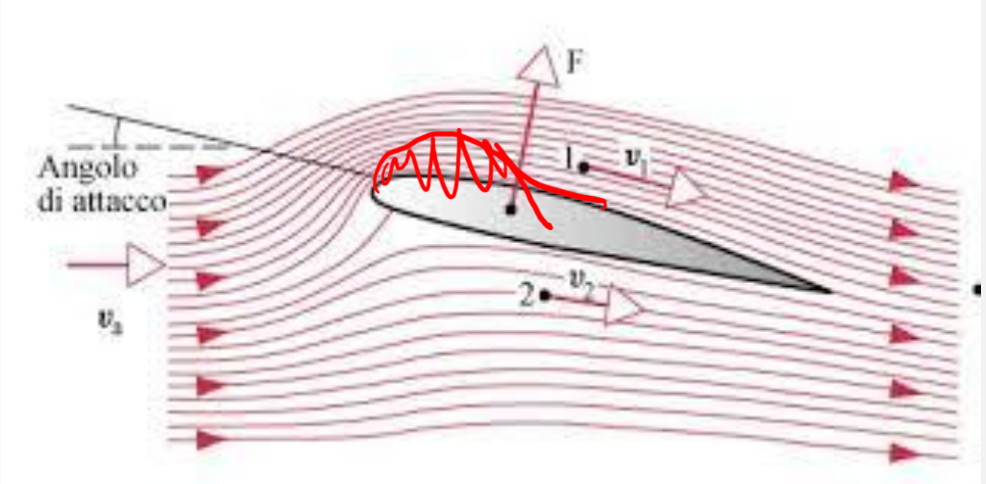
NO F. ATTRITO

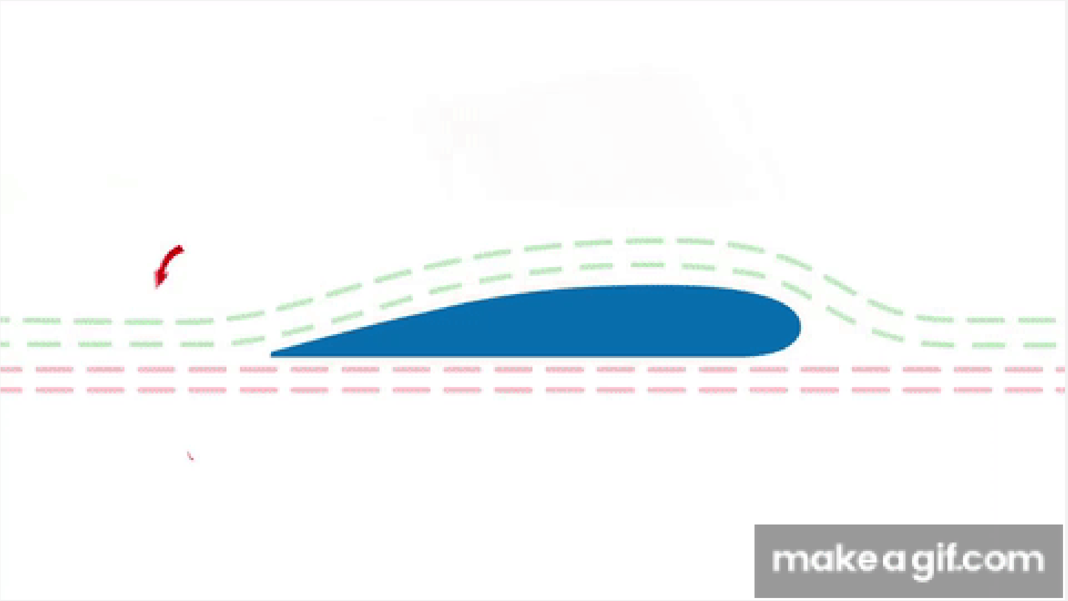
NO. F. $\underline{\text{NON CONSERVATIVE}}$

$\Delta E = 0$ } CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

$$P + \underbrace{\rho g h}_{\text{P. IDROSTATICA}} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v^2}_{\text{P. IDRODINAMICA}} = \text{cost}$$




FORZA AERODINAMICA / PORTANZA

→ forza risultante rivolta verso l'alto

# EQUAZIONE DI BERNOULLI

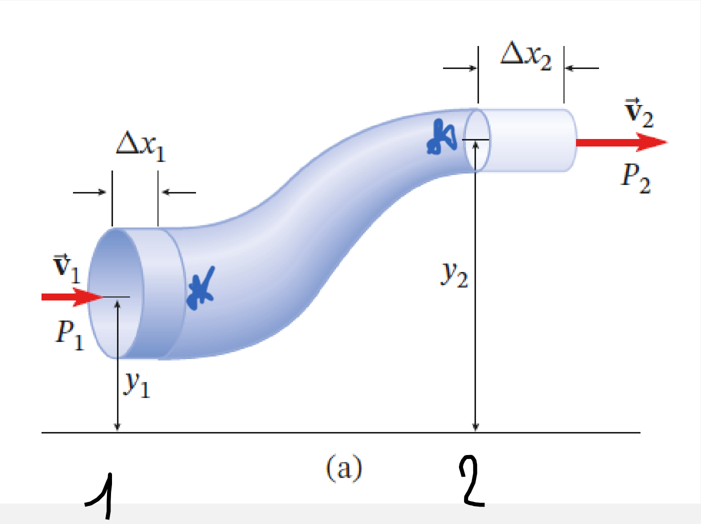
$$A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2 = V$$

$$W_1 = F_1 \Delta x_1 \cos \overset{0^\circ}{\alpha_1} \; e \; W_2 = F_2 \Delta x_2 \cos \overset{180^\circ}{\alpha_2}$$

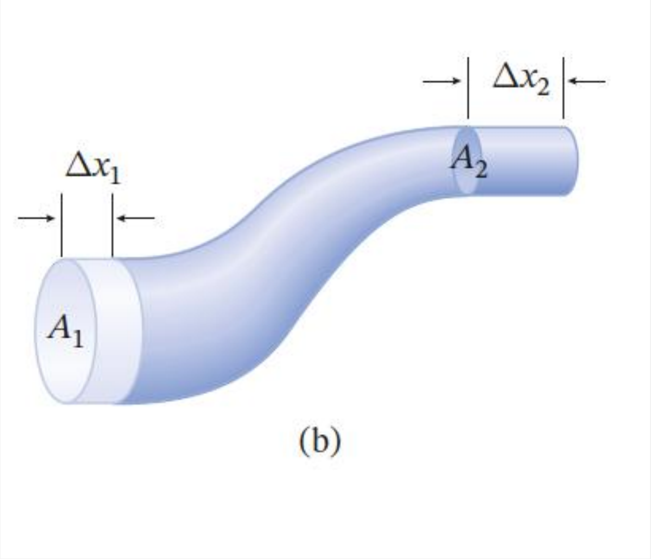
$$W = W_1 + W_2 = +P_1 A_1 \Delta x_1 - P_2 A_2 \Delta x_2 = (\mathrm{P}_1 - \mathrm{P}_2)\mathrm{V}$$

$$\underset{W}{\Delta E} = \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) + m g (y_2 - y_1)$$

$$(P_1 - P_2)V = \frac{1}{2} \rho V (v_2^2 - v_1^2) + \rho V g (y_2 - y_1)$$



(a)



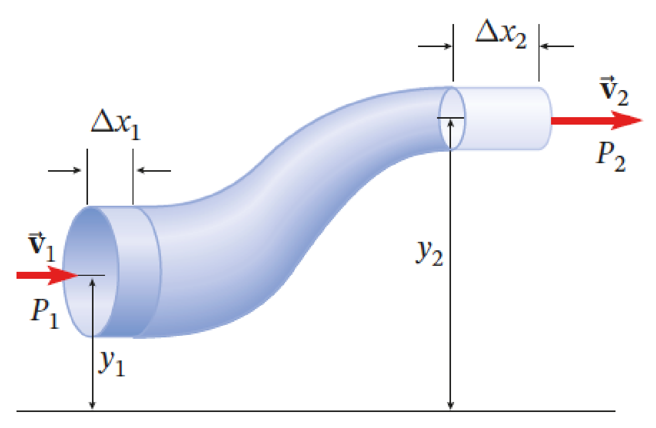
(b)

# EQUAZIONE DI BERNOULLI

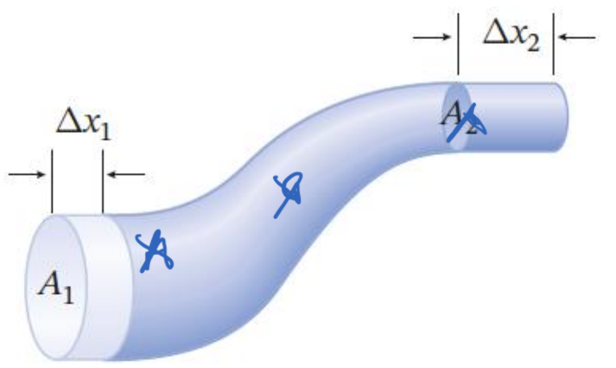
$$(P_1 - P_2)V = \frac{1}{2}\rho V(v_2^2 - v_1^2) + \rho V g(y_2 - y_1)$$

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

ovvero $$P + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = costante$$

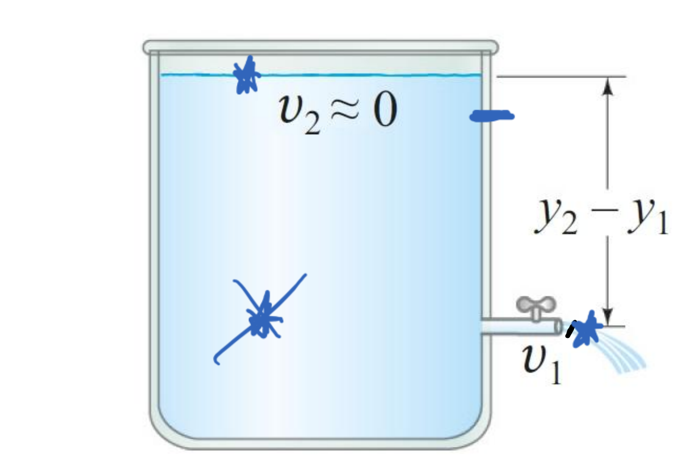


(a)



(b)

# TEOREMA DI TORRICELLI




$$\cancel{P_2} + \rho g y_2 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_2^2} = \cancel{P_1} + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$A_2 \gg A_1 \;\rightarrow\; v_2 = trascurabile\ (A_1 v_1 = A_2 v_2)$

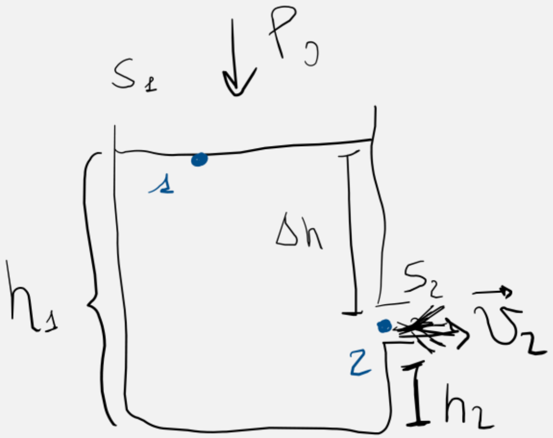
$P_1 = P_2 = P_{atm}$

$v_2 \approx 0$

$$\cancel{P_2} + \rho g y_2 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_2^2} = \cancel{P_1} + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$\cancel{\rho} g y_2 = \cancel{\rho} g y_1 + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_1^2$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{2g(y_2 - y_1)} = \sqrt{2gh}}$$




## F. IDEALE

- $S_1 v_1 = S_2 \cdot v_2$

$S_1 >> S_2$

$v_1 << v_2 \quad v_1 \simeq 0$

- $P_1 + \rho g h_1 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_1^2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

$P_1 = P_2 = P_0 \quad (P_{atm})$

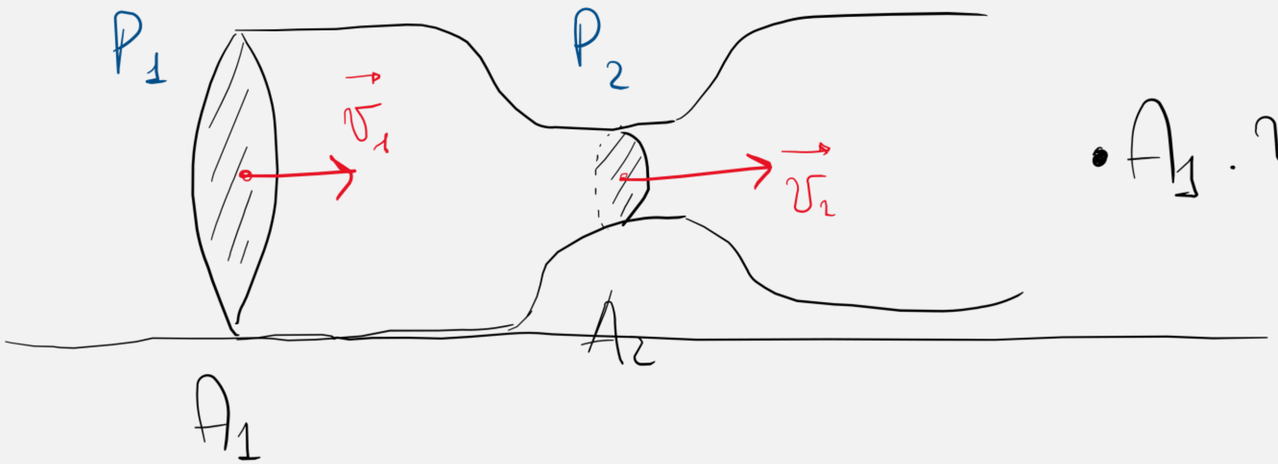
$\cancel{P_0} + \cancel{\rho} g h_1 = \cancel{P_0} + \cancel{\rho} g h_2 + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_2^2$

$\frac{1}{2} v_2^2 = g h_1 - g h_2$

$v_2^2 = 2 \cdot g (h_1 - h_2)$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2 g \Delta h}}$$

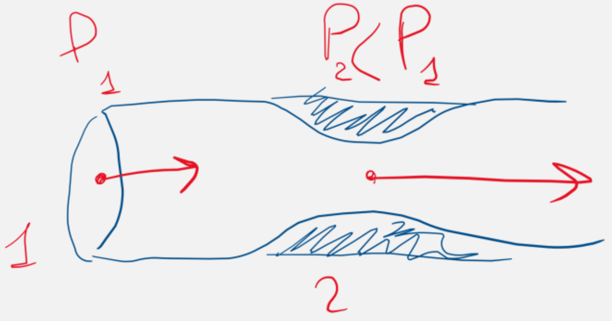
# EFFETTO VENTURI




- $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$

$h_1 = h_2$

$$v_2 = \frac{A_1 \cdot v_1}{A_2}$$




- $P_1 + \cancel{\rho g h_1} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \cancel{\rho g h_2} + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

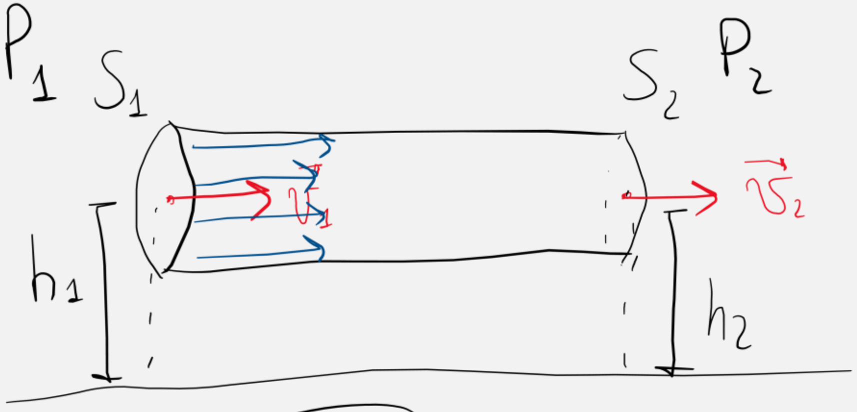
$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{A_1^2 \cdot v_1^2}{A_2^2} - v_1^2\right); \quad P_1 - P_2 = \overbrace{\frac{1}{2}\rho\frac{v_1^2}{A_2^2}\left(A_1^2 - A_2^2\right)}^{>0}$$

$P_1 - P_2 > 0$

$$\boxed{P_1 > P_2}$$

# FLUIDI REALI




IDEALE $\Delta E = 0$

$h_1 = h_2$

$S_1 = S_2$ $\quad S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow v_1 = v_2$

$$P_1 + \cancel{\rho g h_1} + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_1^2} = P_2 + \cancel{\rho g h_2} + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_2^2}$$

$P_1 = P_2$


REALE

$h_1 = h_2$

$\eta \neq 0$ F. ATTRITO VISCOSO

$\Delta P = P_1 - P_2$ $\quad \Delta E = L_{F.\ NON\ CONSERV.}$

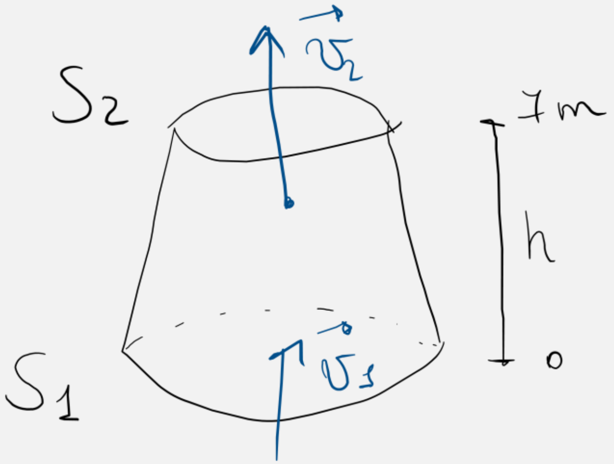
$$\left(P_1 + \cancel{\rho g h_1} + \underbrace{\cancel{\frac{1}{2}\rho v_1^2}}_{\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\alpha\cdot v_m^2}\right) - \left(P_2 + \cancel{\rho g h_2} + \underbrace{\cancel{\frac{1}{2}\rho v_2^2}}_{\frac{1}{2}\rho\cdot\alpha\cdot v_m^2}\right) = \rho g h^*$$

$\alpha$ FATTORE CORRETTIVO

$P_1 - P_2 = \rho g h^*$

## Esempio

Abbiamo un tubo verticale a forma di tronco di cono, alto 7m e con sezione pari a 30cm$^2$ all'estremità più bassa e 10cm$^2$ all'estremità più alta. L'acqua esce dalla parte alta con una velocità di 1m/s ad una pressione di 10$^5$Pa. Quanto vale la pressione alla base del tubo?




$S_1 = 30\ cm^2 =$

$S_2 = 10\ cm^2 =$

$h = 7\ m$

$v_2 = 1\ m/s$

$P_2 = 10^5\ Pa$

$P_1 = ?$

$\rho_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$30\ cm^2 \cdot v_1 = 10\ cm^2 \cdot 1\ m/s$$

$$v_1 = \frac{10\ \cancel{cm^2} \cdot 1\ m/s}{30\ \cancel{cm^2}} = 0{,}33\ m/s$$

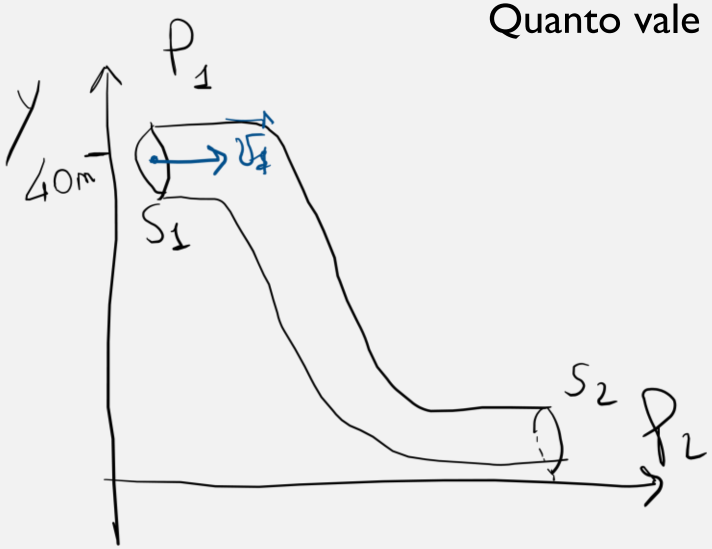
$$P_1 + \underbrace{\cancel{\rho g h_1}}_{h_1=0} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$P_1 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 = 10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 7 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0{,}33^2 =$$

$$= 170445{,}5\ Pa = 170{,}5\ kPa$$

## Esempio

Un condotto di sezione costante scende da una montagna con un dislivello pari a 40 m. La pressione del fluido in cima alla montagna è pari alla pressione atmosferica e quella a valle è p1=5atm. La velocità del fluido a monte è pari a 5m/s. Si assuma che il fluido nel condotto sia ideale. A) Calcolare la velocità del fluido nei tratti del condotto. B) Quanto vale la densità del fluido? Che fluido potrebbe essere?



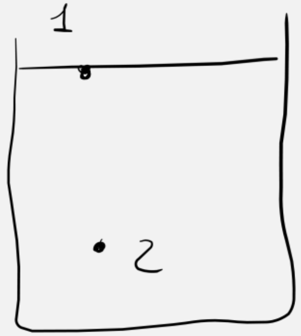

$h = 40\ m$

$P_1 = P_0 = 1\ atm = 10^5\ Pa$

$\vec{v}_1 = 5\ m/s$

$\vec{v}_2 = ? \quad \rho = ?$

$S_1 = S_2 \quad P_2 = 5\ atm$




$P_2 = P_1 + \rho g h$

$\cancel{S_1} \cdot v_1 = \cancel{S_2} \cdot v_2$

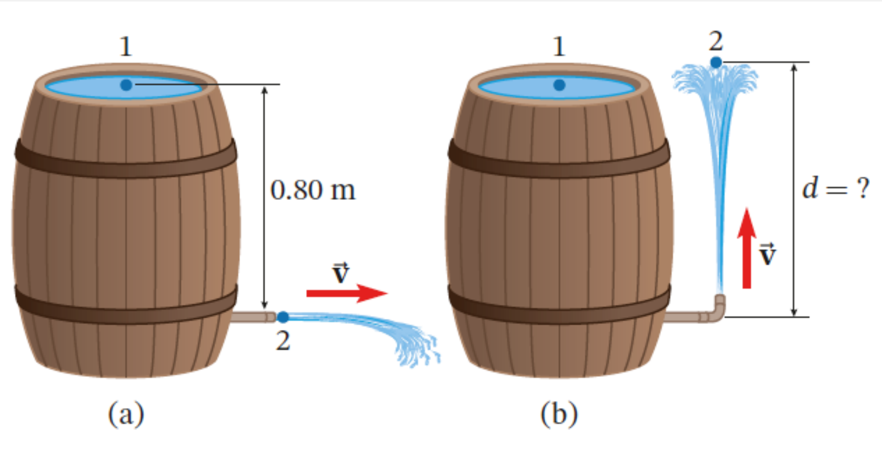
$v_1 = v_2 = 5\ m/s$

$P_2 = P_1 + \rho g h$

$\rho = \frac{P_2 - P_1}{gh} = \frac{5-1}{10 \cdot 40} = 1033\ kg/m^3$ (ACQUA SALATA)

## Esempio

Una botte piena di acqua ha un rubinetto in prossimità del fondo, a una profondità di 0.80 m al di sotto della superficie libera dell'acqua. A) Con quale velocità esce l'acqua se il rubinetto è orientato orizzontalmente? B) Quale altezza raggiunge lo zampillo, se l'apertura è orientata verso l'alto?




$$\cancel{P_1} + \rho g h_1 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_1^2} = \cancel{P_2} + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$P_1 = P_2$

$v_1 \approx 0$

$$\cancel{\rho} g h_1 = \cancel{\rho} g h_2 + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_2^2$$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2gh} = 4\ m/s}$$

$$\rho g h_1 = \rho g h_2 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_2^2}$$

$$\cancel{\rho g} h_1 = \cancel{\rho g} h_2 \longrightarrow h_1 = h_2$$

## Esempio

In un tubo orizzontale, scorre dell'acqua a una velocità di 4m/s e alla pressione di $10^5$Pa. Ad un certo punto, il tubo si restringe di sezione e la pressione dell'acqua scende a $0.2 \times 10^5$Pa. Determinare qual è la velocità dell'acqua nella strozzatura e determinare il rapporto fra le due sezioni del tubo.

## Esempio

Un fluido ideale scorre lungo un condotto. In un certo punto X, il fluido si muove a 40 cm/s. Se la sezione del condotto si restringe passando dai 3 $cm^2$ del punto X ai 2 $cm^2$ di un altro punto Y, quale sarà la nuova velocità del fluido nella strozzatura?