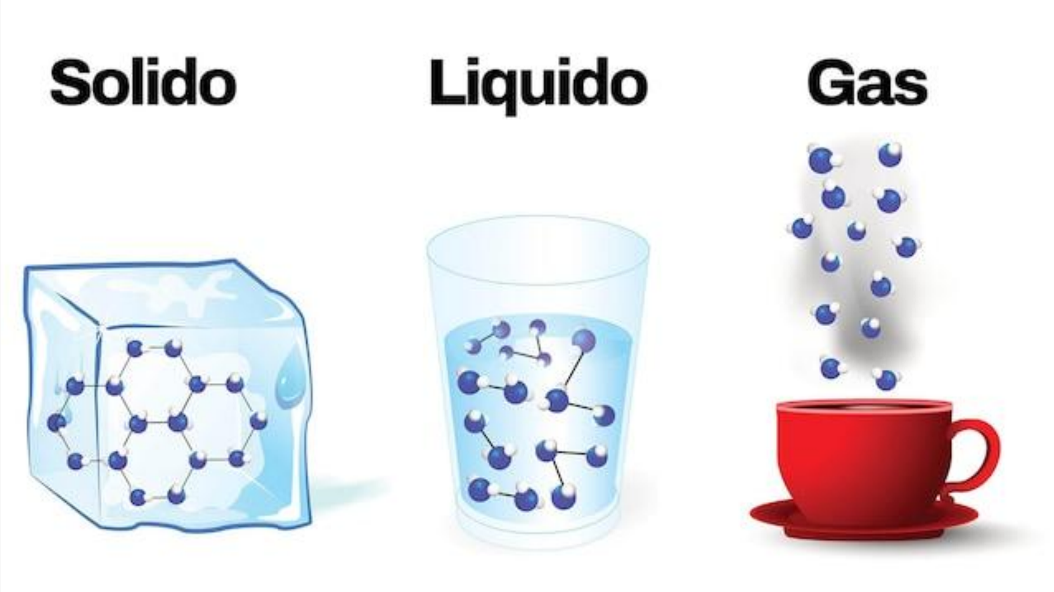
FLUIDI

- ☞**FLUIDOSTATICA**
- ☞**FLUIDODINAMICA**

STATI DELLA MATERIA

La materia viene classificata in tre stati di aggregazione o fasi: SOLIDO, LIQUIDO E GASSOSO.

SOLIDI: conservano la loro forma, sono rigidi e difficilmente deformati a causa delle elevate forze interne che si esercitano tra atomi e molecole adiacenti. Tali atomi oscillano attorno a queste posizioni di equilibrio



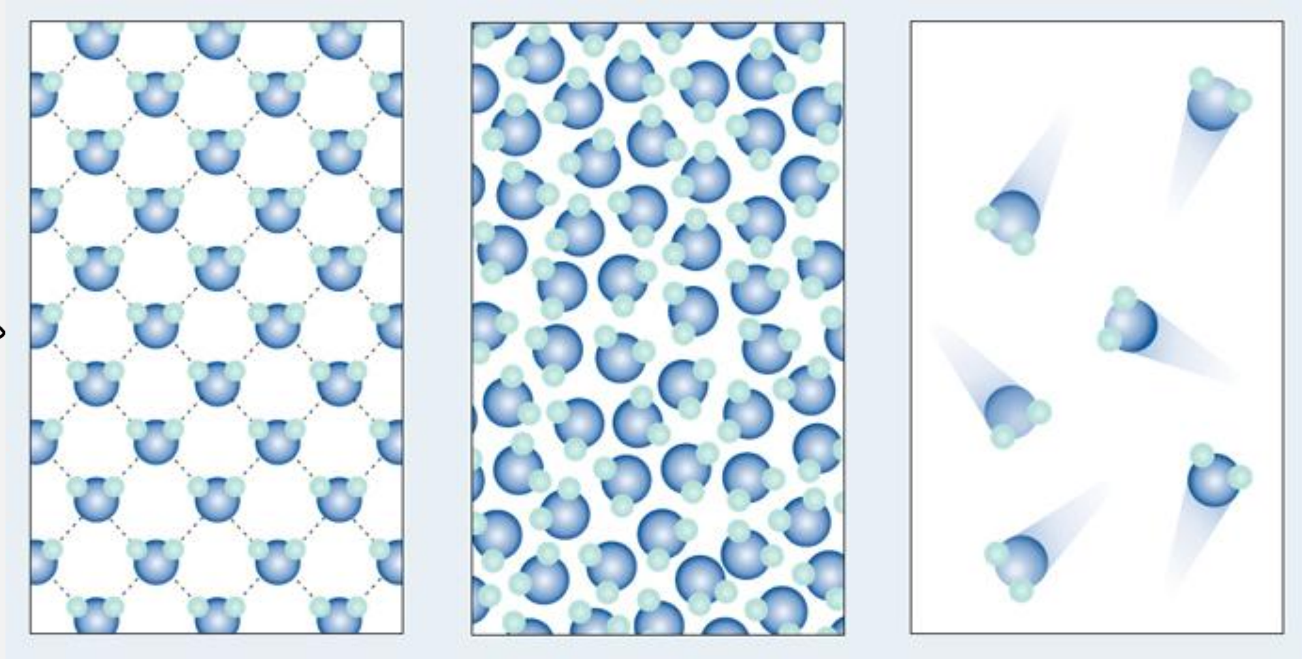
LIQUIDI e GAS **(FLUIDI):** non hanno una forma propria, perché le molecole che li costituiscono non occupano una posizione fissa. Sono facilmente deformati da forze esterne.

LIQUIDI: incomprimibili, cioè il loro «volume» non può essere modificato. La forma del liquido può essere modificata, in base al contenitore nel quale è posto. Le forze intermolecolari sono meno intense tra quelle presenti in un solido, quindi le molecole non occupano posizioni fisse e il loro volume può restare invariato.

GAS: non hanno né volume né forma propria. Può essere facilmente compresso. Le molecole/atomi sono molto lontani tra di loro, dotati di elevata K, quindi le loro interazioni possono essere trascurate.

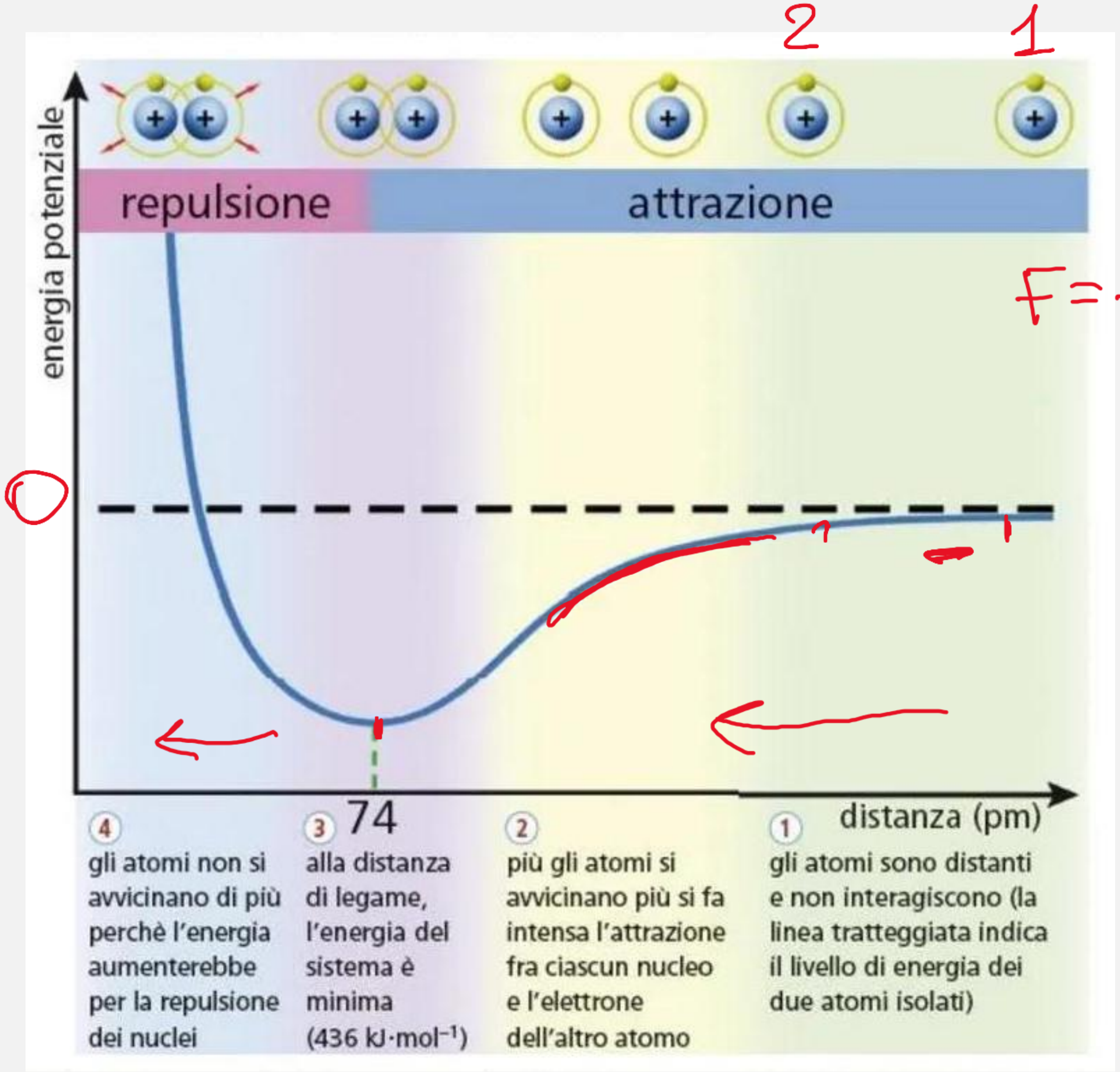
FLUIDI

FLUIDO: materiale che non ha una forma propria, ma assume quella del recipiente che lo contiene → gas e liquidi



I fluidi sono sistemi con un numero molto grande di molecole

Interazione tra molecole dei liquidi: forze conservative di natura elettromagnetica



$L_{P_0} = U_p \iff L = -\Delta U$

$-F \cdot \Delta x = \Delta U$

$\boxed{F = -\frac{\Delta U}{\Delta x}}$

$F = -\frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{0}{\Delta x}$

Alla distanza alla quale attrazione e repulsione si bilanciano si ha una situazione di equilibrio e stabilità, che corrisponde a un minimo di energia (potenziale) del sistema costituito dalle due particelle.

La distanza tra due particelle alla quale il sistema da loro costituito assume la minima energia si chiama **distanza di legame**.

PROPRIETÀ DEI FLUIDI

DENSITÀ: grandezza fisica che indica quanta massa è contenuta in un certo spazio (volume)

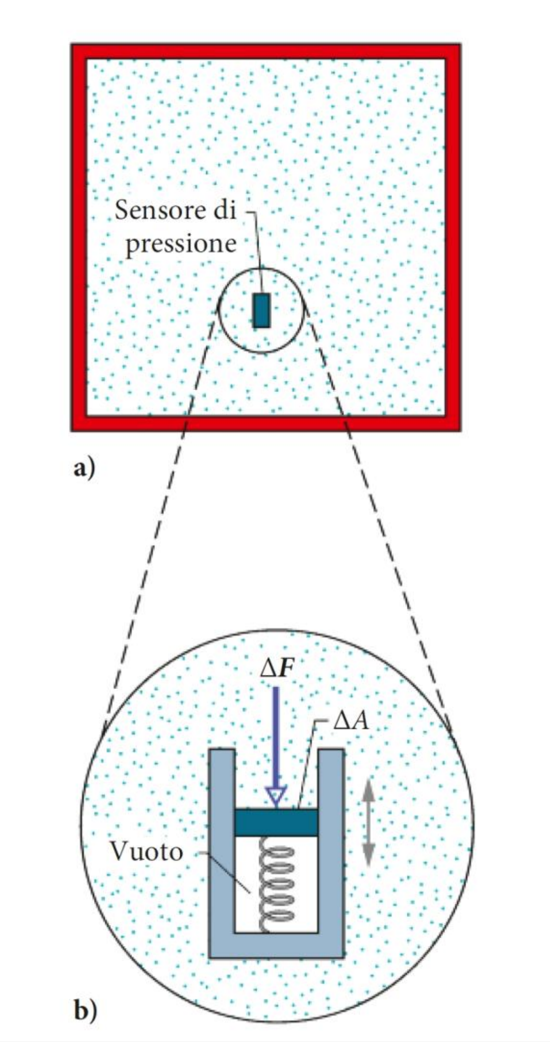
TENSIONE SUPERFICIALE: forza per unità di lunghezza che la superficie libera del liquido esercita sul bordo di contatto del recipiente

VISCOSITÀ: Quando due strati di fluido sono sollecitati a muoversi parallelamente l'uno sull'altro, nasce fra loro una **forza di attrito interno** che tende a ridurre la velocità relativa. In ciò consiste la viscosità del fluido.

DENSITÀ

Tabella 1. Densità di alcune sostanze comuni (kg/m³)

Sostanza	Densità (kg/m³)
Aria	1,29
Ossigeno	1,43
Polistirolo espanso	100
Legno di balsa	120
Legno di ciliegio	800
Alcool etilico	806
Olio d'oliva	920
Ghiaccio	917
Acqua dolce	1000
Acqua di mare	1025
Legno d'ebano	1220
Alluminio	2700
Ferro	7860
Argento	10 500
Piombo	11 300
Mercurio	13 600
Oro	19 300



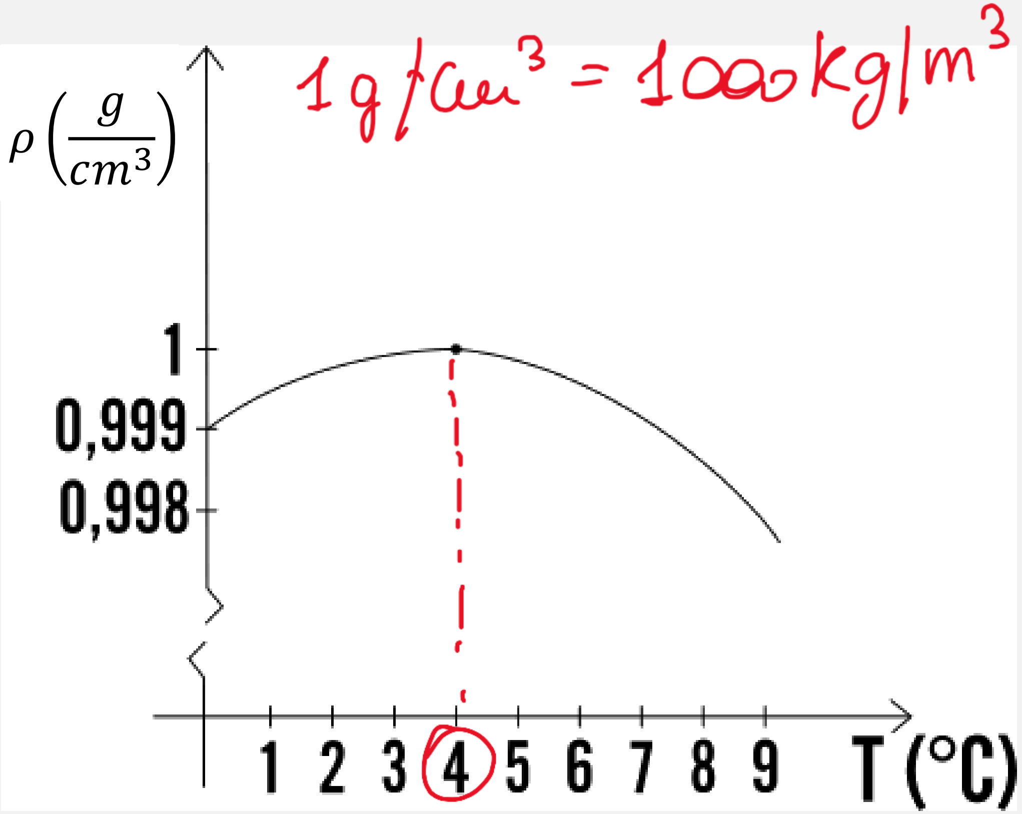
$$\boxed{\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{m}{V}}$$

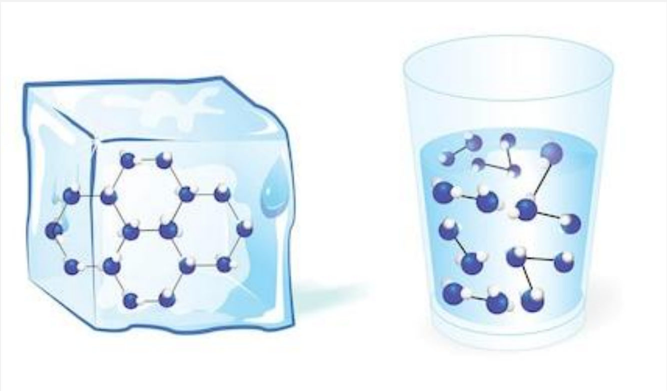
densità uniforme

$$\boxed{[\rho] = \frac{Kg}{m^3}} \quad o \quad \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_{H_2O} = 1000\,\frac{Kg}{m^3} = 1000\,\frac{10^3 g}{(10^2 cm)^3} = 1000\;10^{-3}\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 1\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$$

Il volume di un LIQUIDO varia molto poco, quindi la sua densità può essere considerata costante.
Il GAS è fortemente comprimibile, quindi la sua densità varia in base alla diversa situazione sperimentale.





Densità allo stato solido > densità allo stato liquido

ECCEZIONE: **ACQUA**!

Fra 0°C e 4°C l'acqua assume un comportamento peculiare:

- Al punto di congelamento di 0°C, le molecole d'acqua ghiacciata sono più distanti fra loro, rendendo il ghiaccio più leggero e voluminoso
- Aumentando la temperatura, il reticolo cristallino si rompe → non c'è più il reticolo, ma le molecole sono organizzate in strutture più disomogenee
- A 4°C le molecole d'acqua si trovano strette al massimo fra loro → maggiore densità
- Sopra i 4°C, le molecole si muovono molto rapidamente, come in altri liquidi → la densità diminuisce

TENSIONE SUPERFICIALE

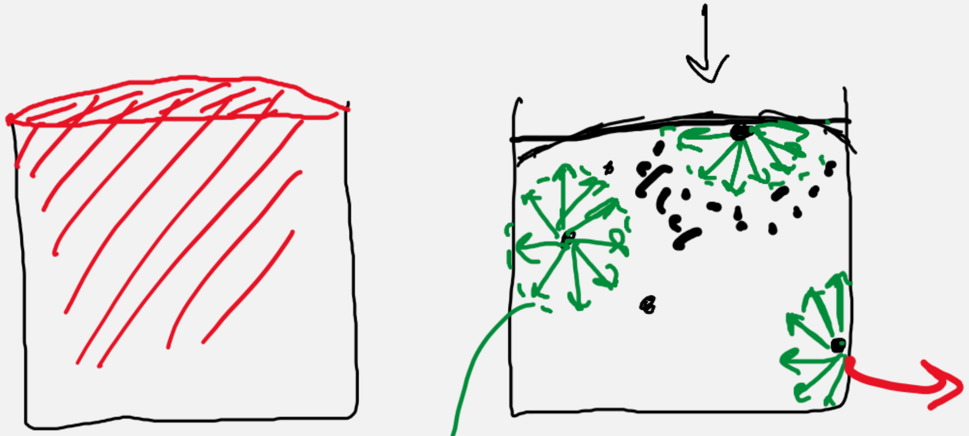
La superficie libera di un liquido possiede particolari proprietà che non si osservano all'interno del liquido, poiché tale superficie si comporta come una membrana elastica in tensione.

La tensione superficiale di un liquido rappresenta il **lavoro richiesto per aumentarne la superficie libera**.
Tale lavoro può essere espresso in termini della forza di contrazione esercitata su una linea ipotetica di lunghezza L posta sulla superficie:

$$\boxed{\gamma = \frac{\vec{F}}{L}}$$

Nel SI γ si misura in N/m o J/m^2

L'effetto della tensione superficiale è quello di ridurre la superficie esposta. La forza che si esercita sulla superficie libera è parallela alla superficie stessa.



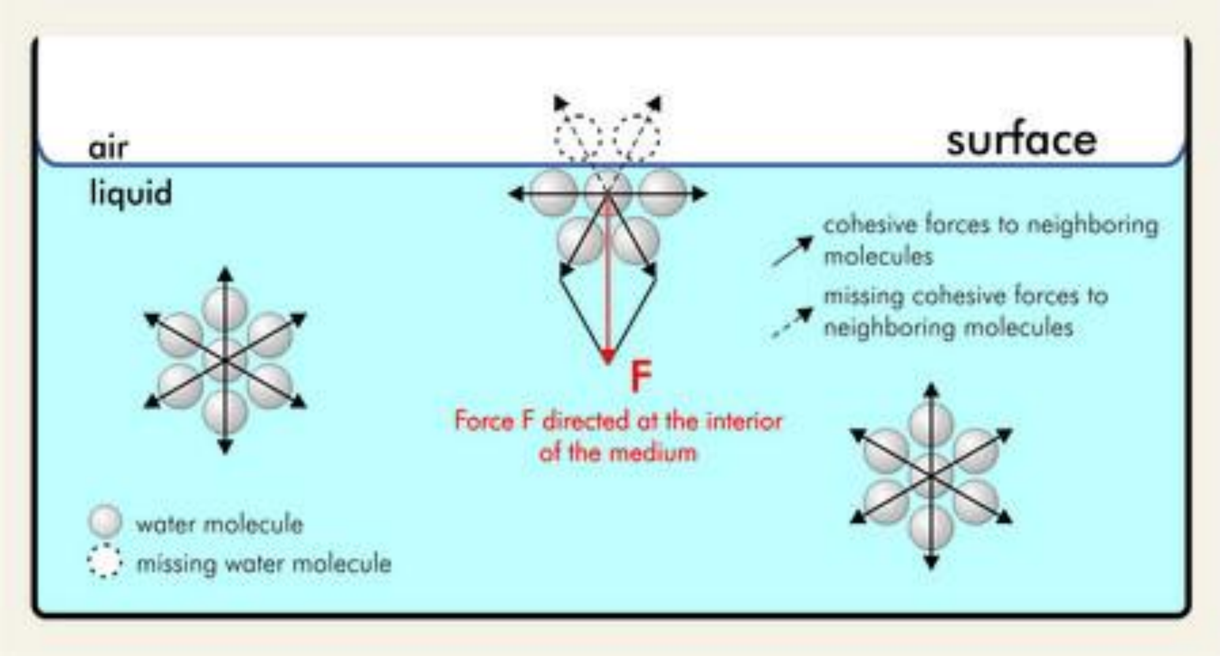
$\sum \vec{F} = 0$

FORZE DI <u>COESIONE</u>

FORZE DI ADESIONE

SFERA DI AZIONE

TENSIONE SUPERFICIALE

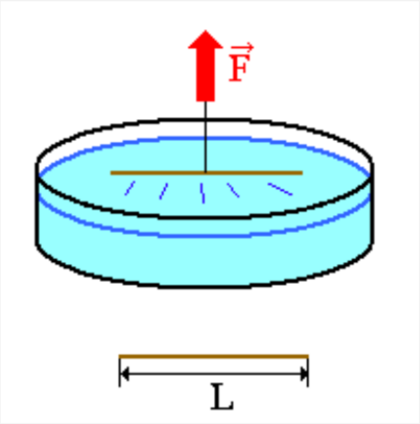


La tensione superficiale di un liquido rappresenta il **lavoro richiesto per aumentarne la superficie libera**.
Tale lavoro può essere espresso in termini della forza di contrazione esercitata su una linea ipotetica di lunghezza L posta sulla superficie:

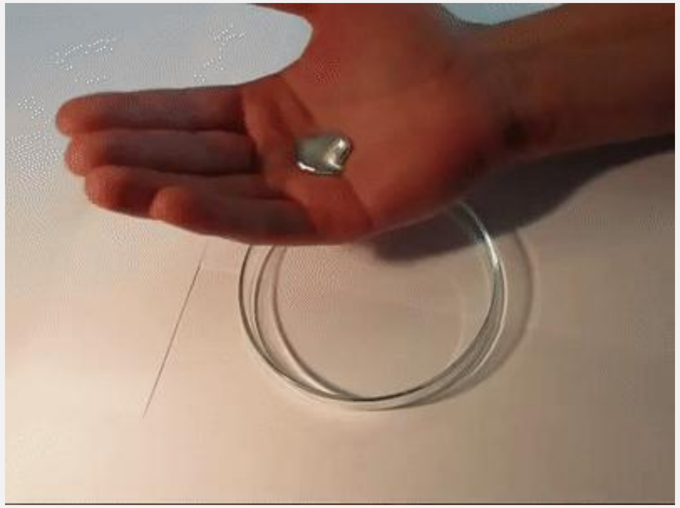
$$\gamma = F/L$$

Nel SI γ si misura in N/m o J/m^2

Hg



Liquido	Temperatura (°C)	Tensione superficiale (N/m)
Acqua	0 20 50 100	0.076 0.073 ~~0.068~~ 0.059
Olio d'oliva	18	0.032
Mercurio	20	0.436
Sangue intero	37	0.058
Plasma sanguigno	37	0.073



TENSIONE SUPERFICIALE

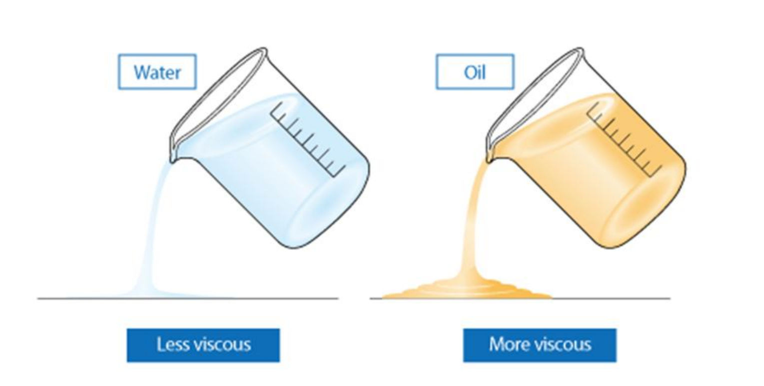
FORZE DI COESIONE: forze attrattive che si instaurano tra le molecole dei liquidi, impedendone la dispersione

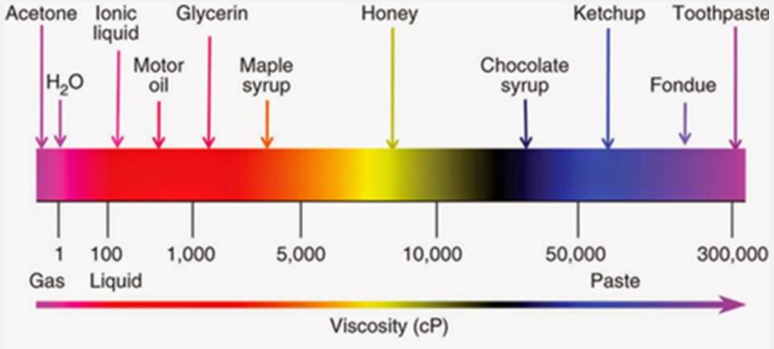
FORZE DI ADESIONE: forze attrattive tra materiali diversi, ad esempio tra le molecole del liquido e quelle del contenitore

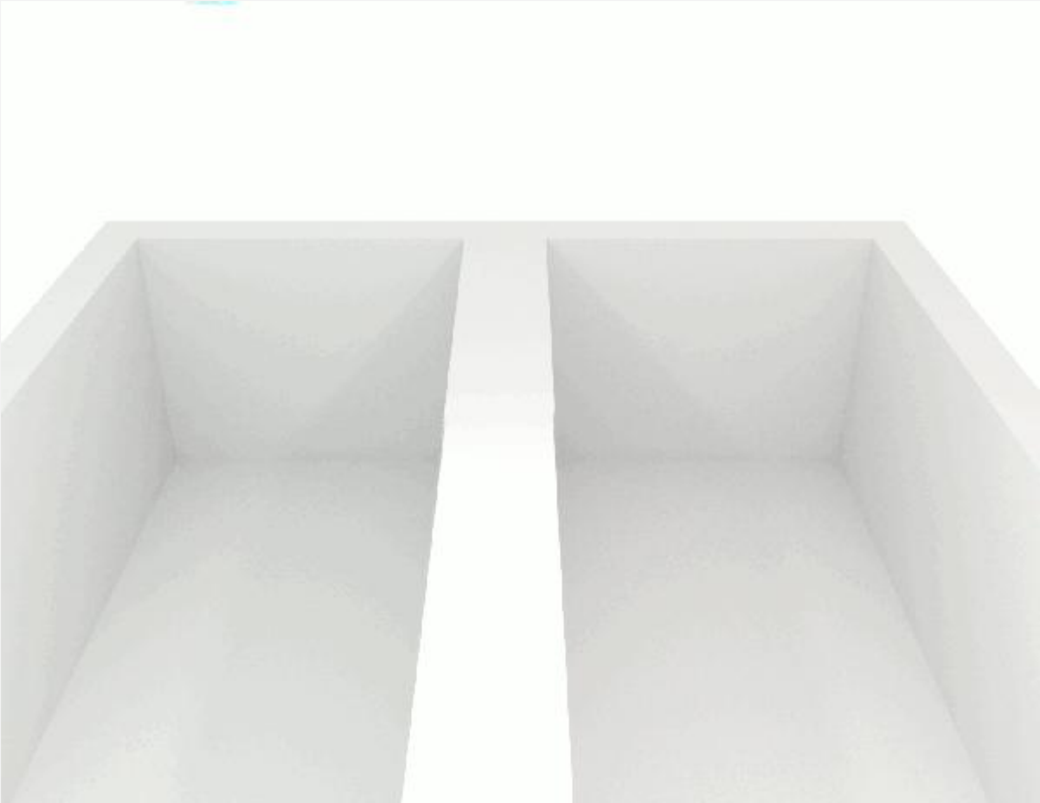
F coesione > F adesione → LIQUIDO CHE NON BAGNA (es. Hg)

F coesione < F adesione → LIQUIDO CHE BAGNA

VISCOSITÀ

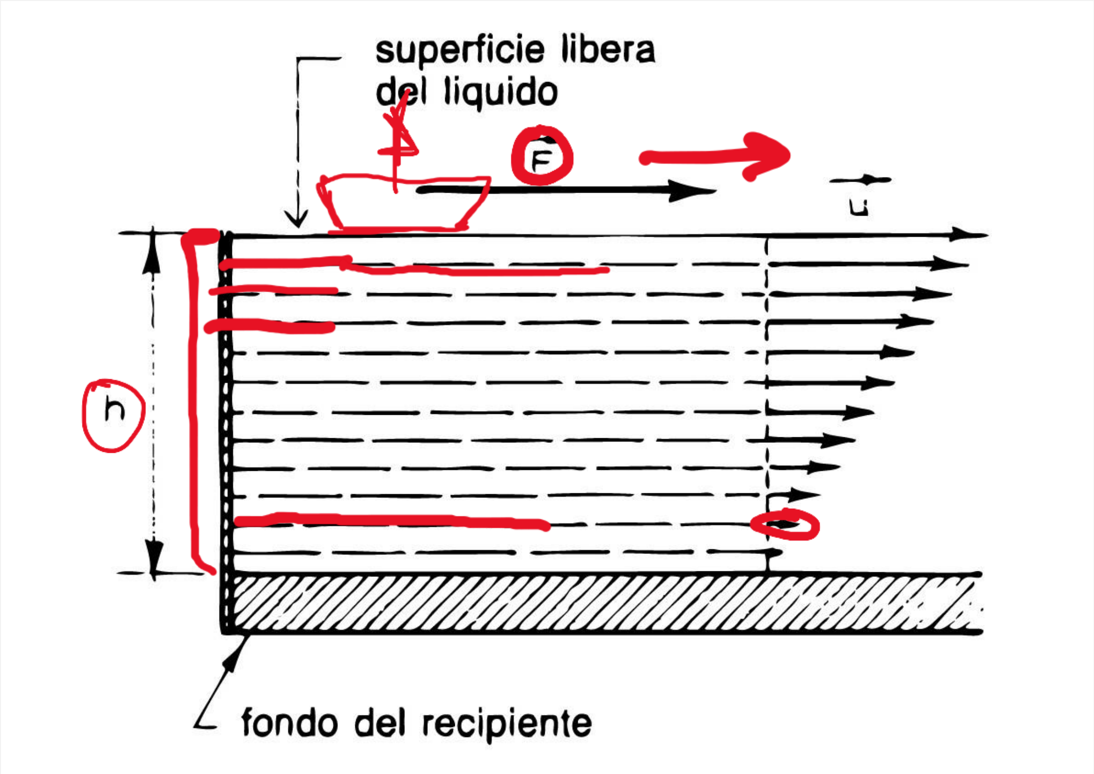


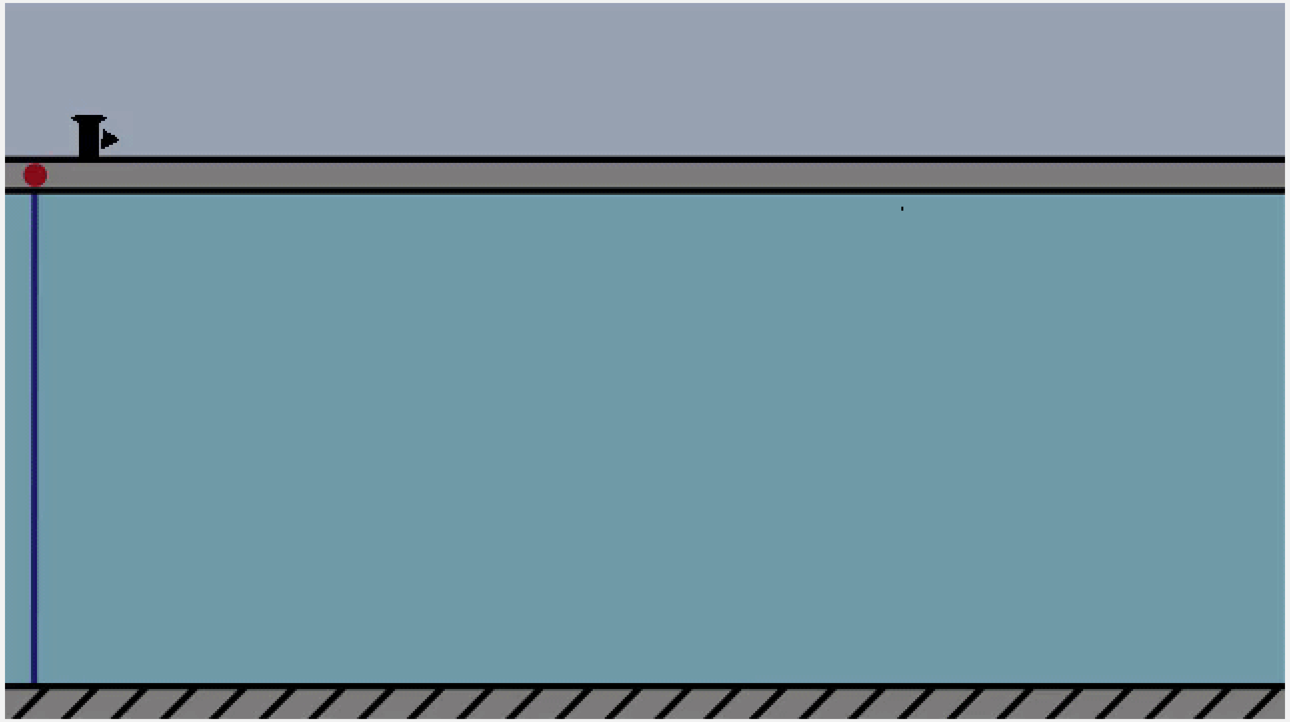




<u>Attrito interno</u> → maggiore o minore facilità di scorrimento di uno strato del liquido rispetto a uno strato adiacente

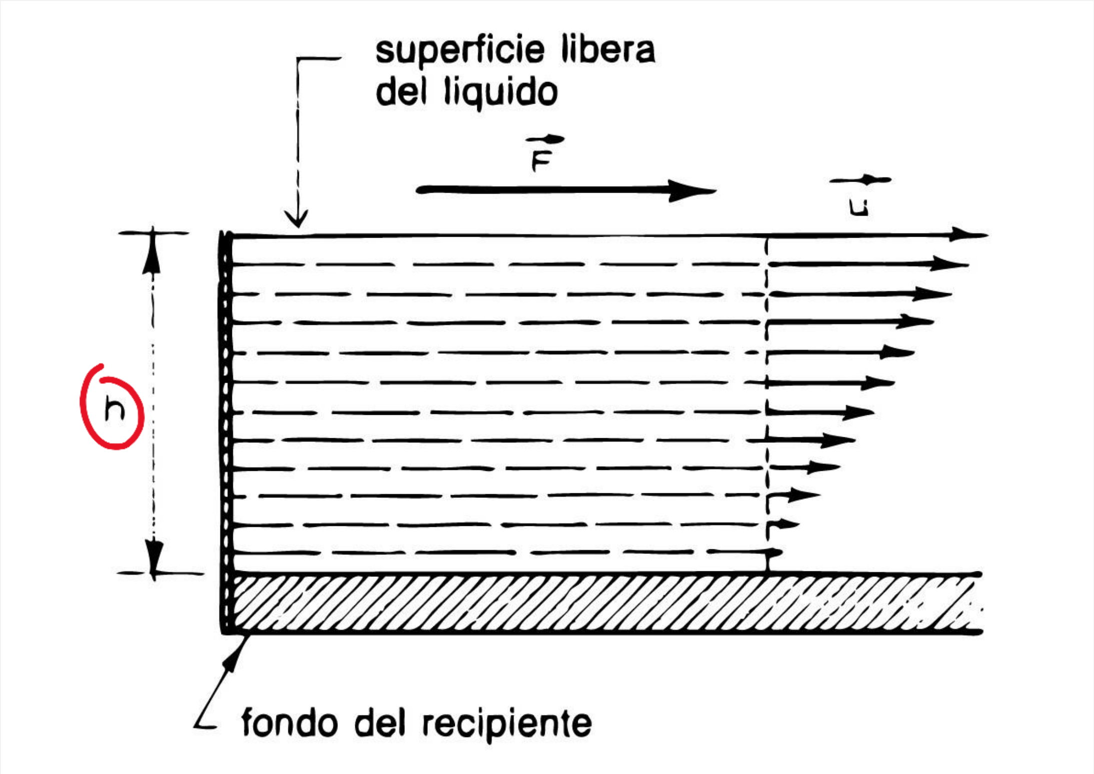
VISCOSITÀ





Per esprimere quantitativamente la viscosità, consideriamo un liquido in <u>quiete</u> contenuto all'interno di un recipiente e supponiamo di applicare una <u>forza F tangenzialmente alla superficie</u> libera del liquido: la lamina superficiale del liquido inizierà a muoversi con una certa velocità (che indichiamo con u) trasmettendo il suo movimento alle lamine sottostanti che inizieranno a muoversi con velocità via via decrescenti.

VISCOSITÀ



$$\eta = \frac{Fh}{uA} \qquad \frac{F}{A} \cdot \frac{h}{u}$$

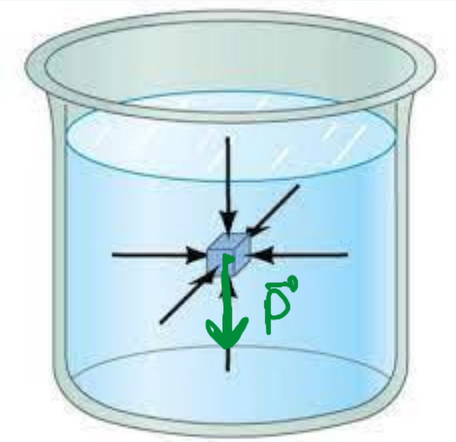
$u = v$

- F = modulo della forza applicata tangenzialmente al liquido (N);
- A = area della lamina superficiale del liquido (m^2);
- u = velocità della lamina superficiale del liquido (m/s);
- h = distanza tra la lamina superficiale e la lamina aderente al fondo del recipiente (m)

La viscosità può essere vista come la forza che occorrerebbe applicare a un piccolo strato di fluido appartenente al piano fisso per raggiungere la velocità dello strato di fluido posto a una distanza fissa (h).
Un fluido in un tubo scorre a velocità diverse: la velocità minima è nel bordo della sezione (a causa dell'attrito) e la velocità massima è al centro.
La viscosità è quella pressione che esercitata sulla parete permette una velocità costante su tutta la sezione.

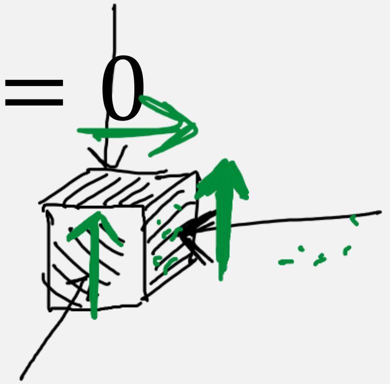
FLUIDOSTATICA

Fluidostatica: branca della fisica che studia i fluidi in stato di quiete e le leggi che governano il loro equilibrio.



Consideriamo un fluido racchiuso in un contenitore e suddiviso in piccole porzioni (es. cubo)

Per ogni volumetto del fluido : $\overrightarrow{F_{TOT}} = \sum_i \overrightarrow{F_i} = 0$



$\boxed{V = A \cdot h}$

Le forze che agiscono su un volumetto di fluido sono:

= 30 miliardi H_2O

1 µm

Forze di volume

= sono proporzionali al volume della porzione di fluido considerata

Es. forza peso, $\boxed{\vec{P} = m\vec{g} = \rho V g}$

$\rho = \frac{m}{V}$; $m = \rho \cdot V$

Forze di superficie

= agiscono sulla superficie che limita la porzione di fluido considerata. In condizioni di equilibrio statico, sono $\overrightarrow{F_\perp}$ alla superficie della porzione di fluido su cui agiscono.

$$\boxed{P = \frac{\overrightarrow{F_s}}{S}}$$

volumetto in equilibrio → la somma di tutte le forze di volume e di tutte le forze di superficie è uguale a 0

PRESSIONE

$$P = \frac{\overrightarrow{F_s}}{S}$$

La pressione rappresenta la forza applicata per unità di superficie.

$$\vec{F} = P \cdot S$$

- La pressione è una grandezza scalare: in un certo punto del fluido, l'intensità della forza per unità di area è la stessa per qualsiasi orientazione della superficie.

- La forza che agisce sull'oggetto immerse è <u>sempre</u> perpendicolare ad esso, e mai parallela!

- La pressione di un fluido dipenderà dal punto in cui ci troviamo → dalla profondità a cui ci troviamo!

$$[P] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

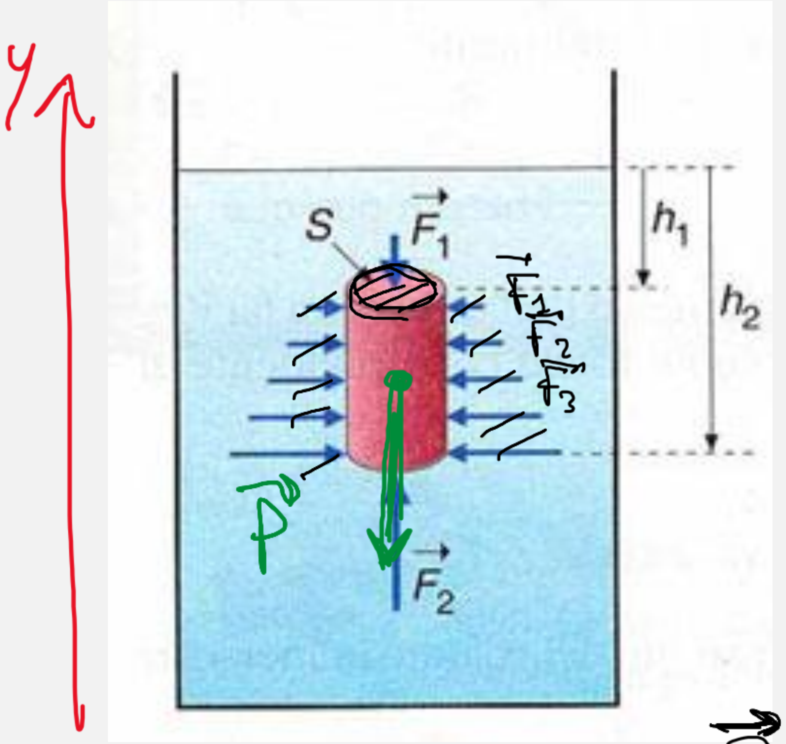
Tabella di conversione

	Atm	Bar	mbar	mmHg	Pa	MPa
Atm	1	1.013	1013	760	101325	0.1013
Bar	1.013	1	10^{-3}	750.062	10^{5}	10
mbar	1013	10^{3}	1	0.75006	10^{2}	10^{-4}
mmHg	760	0.00133	1.3322	1	133.222	7500.62
Pa	101325	10^{5}	10^{2}	0.0075	1	10^{6}
MPa	0.1013	10^{-1}	10^{-4}	7500.6	10^{6}	1

$\Sigma \vec{F} = 0$

LEGGE DI STEVINO

IN UN FLUIDO IN EQUILIBRIO LA VARIAZIONE DI PRESSIONE È PROPORZIONALE ALLA VARIAZIONE DI PROFONDITÀ E ALLA DENSITÀ DEL FLUIDO



Fluido in equilibrio → $\overrightarrow{F_{TOT}} = \sum_i \vec{F_i} = 0$

FORZE di VOLUME → $\vec{P}$

FORZE DI SUPERFICIE ($\vec{F_L}$)

$\vec{F_L}$ = RISULTANTE delle F. laterali

$\vec{F_1}$ = RISULTANTE delle F. sup. superiore

F_2 = RISULTANTE delle F. sup. inferiore

$\Sigma \vec{F} = 0$

$\vec{P} + \vec{F_1} + \vec{F_2} + \cancel{\vec{F_L}} = 0$

$\vec{P} = m \cdot g \quad (\rho = \frac{m}{V}) \Rightarrow \vec{P} = \rho \cdot V \cdot g$

$p = \frac{F}{S} \; ; \; F = p \cdot S$

$V = S \cdot h$

$-P - F_1 + F_2 = 0$

$-\rho \cdot V \cdot g - p_1 \cdot S + p_2 \cdot S = 0$

$-\rho \cdot \cancel{S} \cdot h \cdot g - p_1 \cdot \cancel{S} + p_2 \cdot \cancel{S} = 0$

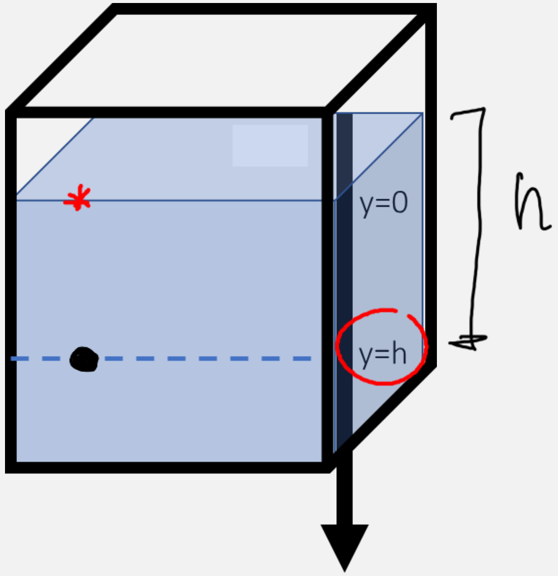
$$\boxed{p_2 = p_1 + \rho g h}$$

$p_2 - p_1 = \rho \cdot g h$

LEGGE DI STEVINO

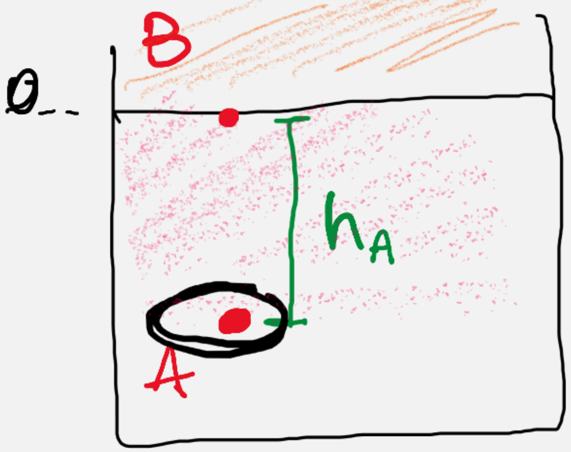
IN UN FLUIDO IN EQUILIBRIO LA VARIAZIONE DI PRESSIONE È PROPORZIONALE ALLA VARIAZIONE DI PROFONDITÀ E ALLA DENSITÀ DEL FLUIDO

- Questa è una legge generale valida per i fluidi (quindi anche per l'atmosfera terrestre)!
- <u>La pressione in un punto di un fluido in equilibrio statico dipende solo dalla profondità di quel punto</u>
- La pressione non dipende da nessuna delle dimensioni orizzontali del fluido o del suo contenitore



$$\boxed{p(h) = p_{ext} + \rho g h}$$

OSSERVAZIONE ①

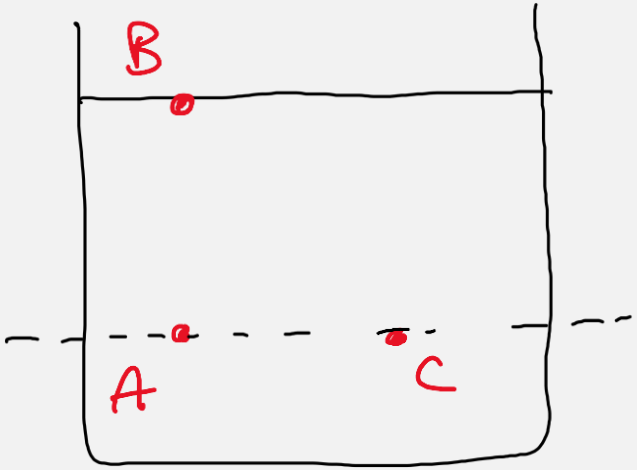


$$P_A = P_B + \rho \cdot g h_A$$

$$P_B = P_0 = P_{atm}$$

$$P_A = \underbrace{P_0}_{P_{ex}} + \underbrace{\rho \cdot g h_A}$$

OSSERVAZIONE 2



Ⓐ $P_A = P_0 + \rho g h_A$

Ⓒ $P_C = P_0 + \rho \cdot g h_C$

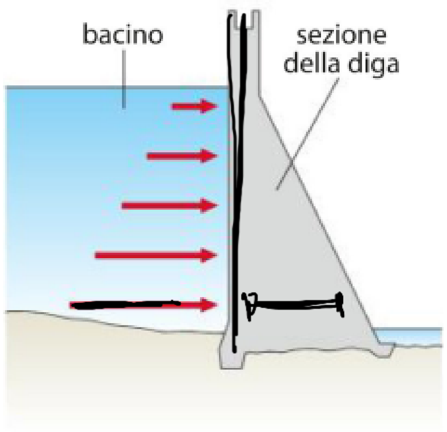
$h_A = h_C \Rightarrow P_A = P_C$

LEGGE DI STEVINO

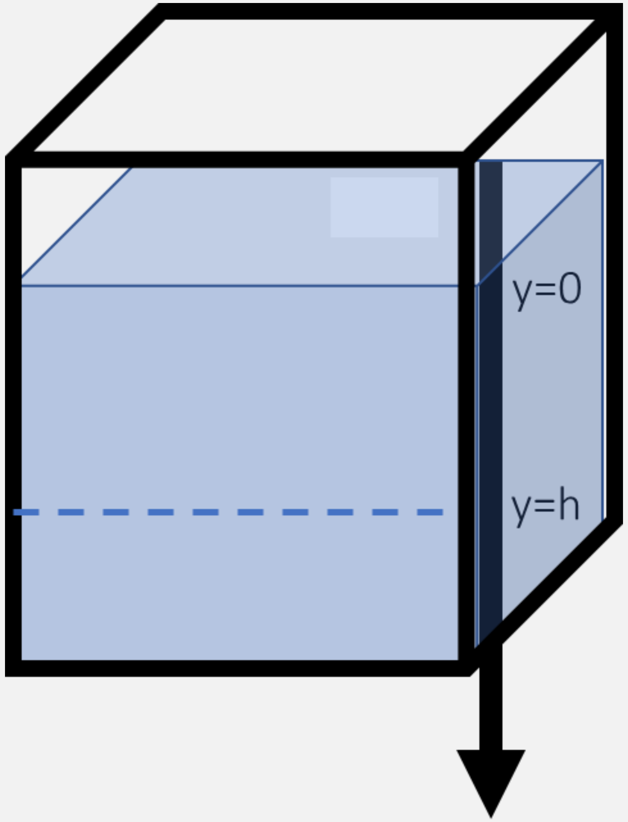
IN UN FLUIDO IN EQUILIBRIO LA VARIAZIONE DI PRESSIONE È PROPORZIONALE ALLA VARIAZIONE DI PROFONDITÀ E ALLA DENSITÀ DEL FLUIDO

$$P = \frac{F}{S}$$

La **pressione esercitata da un liquido** si trasmette sulle **pareti del recipiente** che lo contengono. La **pressione**, e quindi la **forza sulle pareti**, **aumenta con la profondità.**



Sulle pareti di una diga si esercitano forze che sono tanto più intense quanto maggiore è la profondità. Per questo motivo, lo spessore della diga deve aumentare verso il fondo.

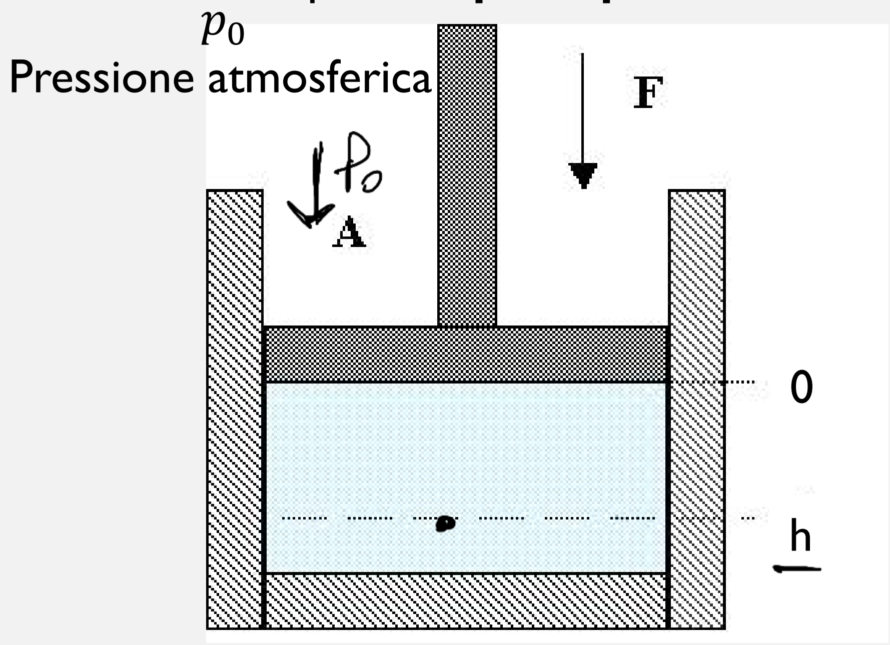


$$\boxed{p(h) = p_{ext} + \rho g h}$$

PRINCIPIO DI PASCAL

UN CAMBIAMENTO DI PRESSIONE APPLICATO A UN FLUIDO INCOMPRIMIBILE CONFINATO VIENE TRASMESSO INALTERATO A OGNI PORZIONE DI FLUIDO E ALLE PARETI DEL RECIPIENTE CHE LO CONTIENE

Per un fluido in condizioni di equilibrio e il cui peso è *trascurabile*, la pressione è la stessa in tutti i punti all'interno del fluido stesso.
Quando il peso *non è trascurabile*, la pressione non è la stessa in tutti i punti. L'analisi delle forze porta al **principio di Pascal.**



Questa è una immediata conseguenza della legge di Stevino

Senza pistone: $p(h) = p_0 + \rho g h$

Con pistone:

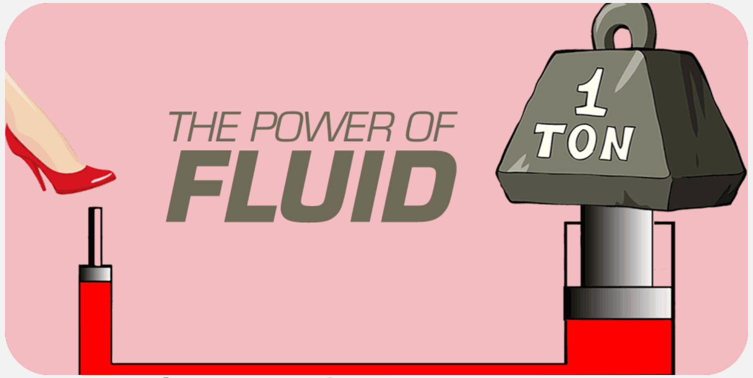
$$p(h) = p_{ext} + \rho g h = p_0 + \frac{F}{A} + \rho g h$$

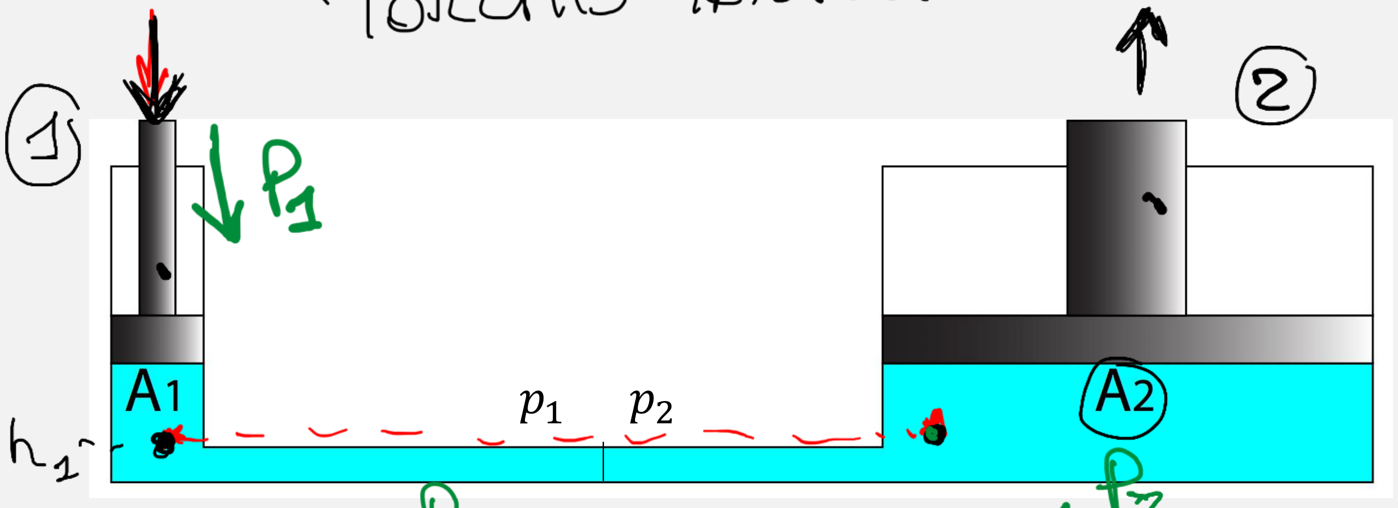
PRESSIONE DEL PISTONE

PRINCIPIO DI PASCAL

UN CAMBIAMENTO DI PRESSIONE APPLICATO A UN FLUIDO INCOMPRIMIBILE CONFINATO VIENE TRASMESSO INALTERATO A OGNI PORZIONE DI FLUIDO E ALLE PARETI DEL RECIPIENTE CHE LO CONTIENE

TORCHIO IDRAULICO





$P_1 = P_2$

$h_1 = h_2$

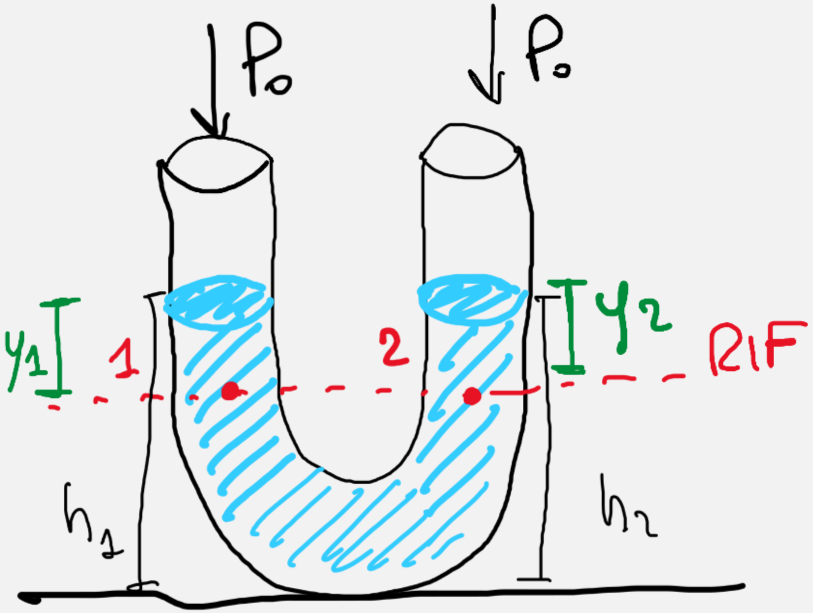
$$\begin{cases} P_1 = P_0 + \dfrac{F_1}{A_1} + \rho g h_1 \\ P_2 = P_0 + \dfrac{F_2}{A_2} + \rho g h_2 \end{cases}$$

$$\left[\overbrace{\cancel{p_0} + \frac{F_1}{A_1} + \cancel{\rho g h_1}}^{P_1} = \overbrace{\cancel{p_0} + \frac{F_2}{A_2} + \cancel{\rho g h_2}}^{P_2} \right]$$

Nel caso in cui $h_1 = h_2$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \qquad F_1 = \frac{F_2 A_1}{A_2} \qquad \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_1}{A_2}$$

VASI COMUNICANTI



CONSEGUENZA della LEGGE DI STEVINO

$$P_1 = P_2$$

$$\cancel{P_0} + \cancel{\rho} \cdot \cancel{g}\, y_1 = \cancel{P_0} + \cancel{\rho} \cdot \cancel{g} \cdot y_2$$

$$y_1 = y_2$$

VASI COMUNICANTI

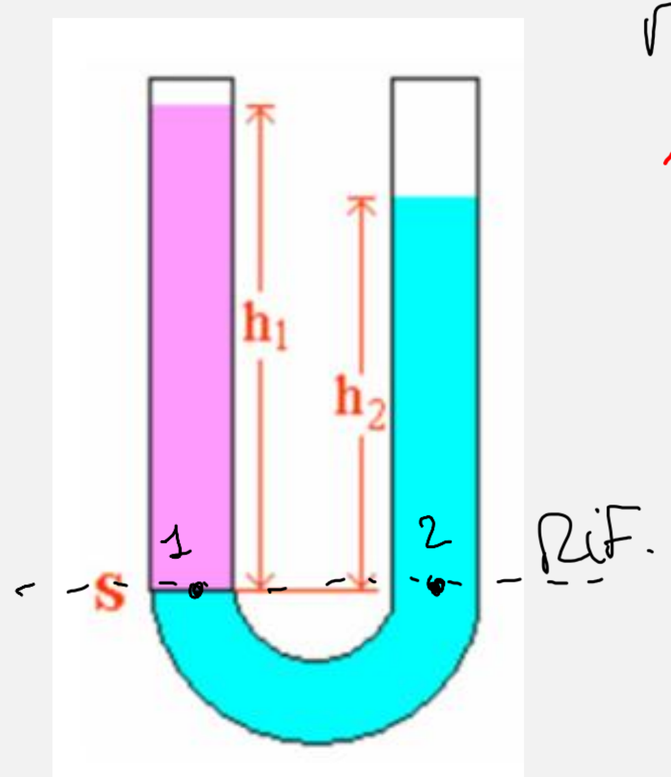
DUE LIQUIDI NON MISCIBILI (CON DIVERSA DENSITÀ) IN VASI COMUNICANTI

RAGGIUNGONO ALTEZZE INVERSAMENTE PROPORZIONALI ALLE PROPRIE DENSITÀ

Conseguenza della legge di Stevino → $P_1 = P_2$

$$\cancel{P_0} + \rho_1 \cancel{g} h_1 = \cancel{P_0} + \rho_2 \cancel{g} h_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_2}$$

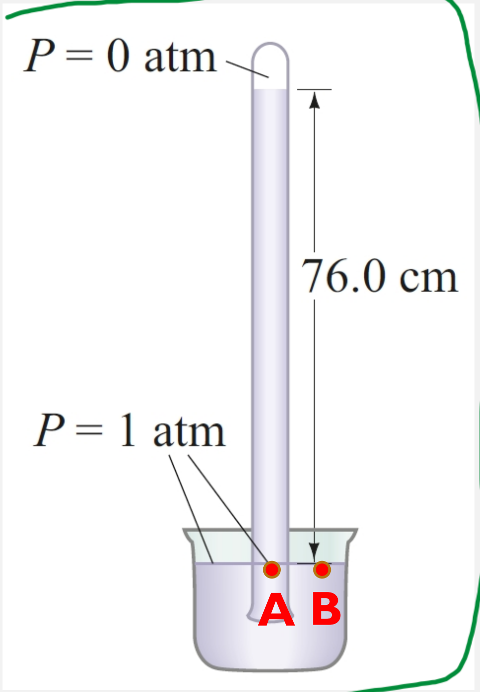
$\rho_2 \uparrow \qquad h_2 = \downarrow$



ESPERIENZA DI TORRICELLI

Kg/m³

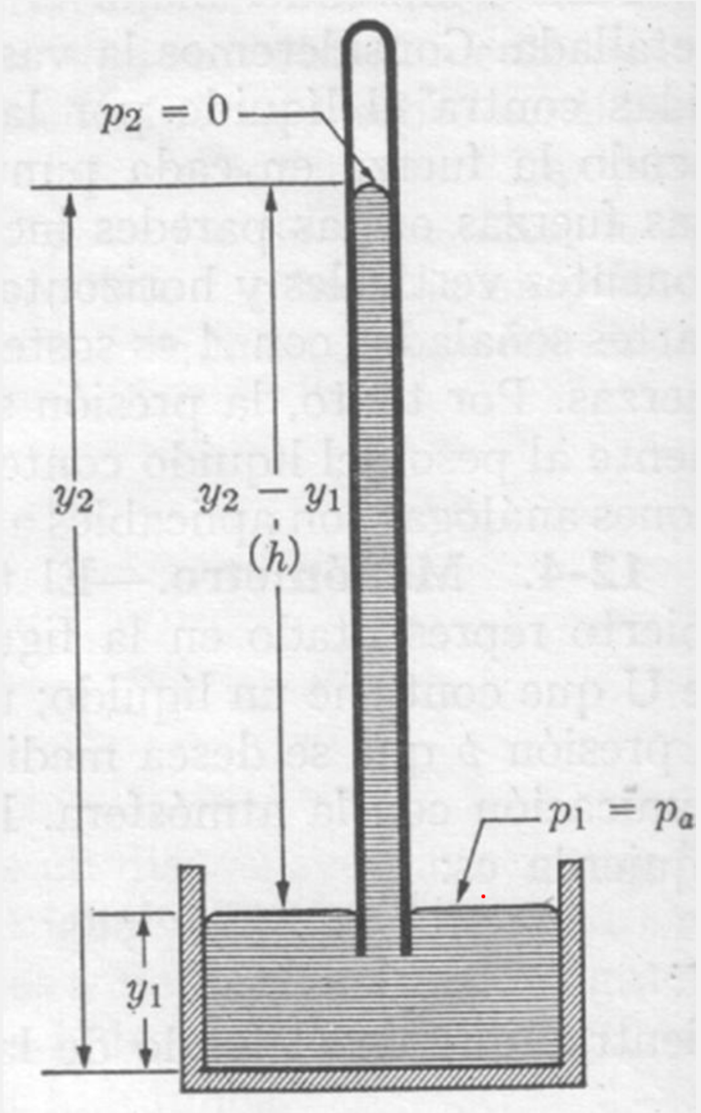
$$p = \rho g h = (13590 \bullet 9.8 \bullet 0.76)\ Pa \approx 101300\ Pa = $$
$$= 1.013 \bullet 10^5\ Pa = 1\ atm$$

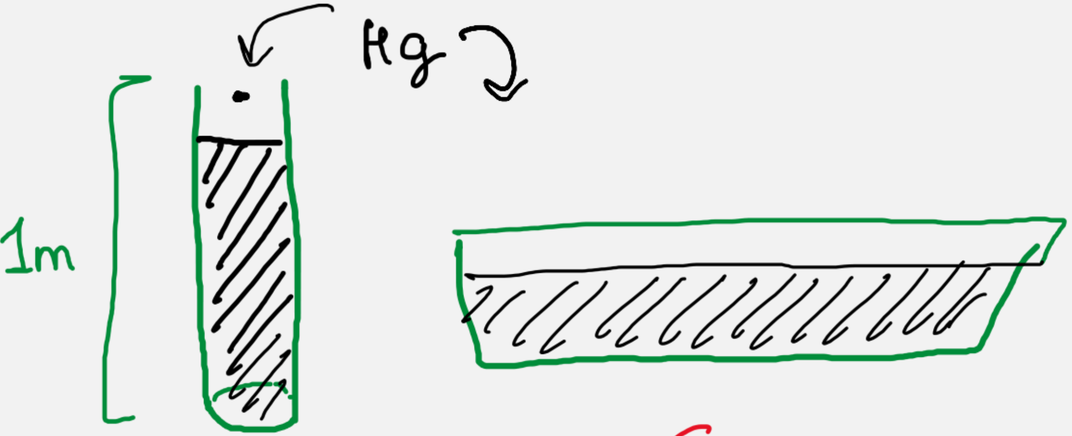


I due punti A e B si trovano alla stessa altezza nel mercurio e quindi devono avere la stessa pressione. Il punto B si trova alla pressione atmosferica perché la bacinella è aperta ($P_B = P_{atm}$). Il punto A si trova ad una pressione che è invece definita dalla legge di Stevino $P_A = \rho g d$. La distanza dal punto A al punto B è la pressione atmosferica:

$$p_{atm} = P_B = P_A = \rho g d$$

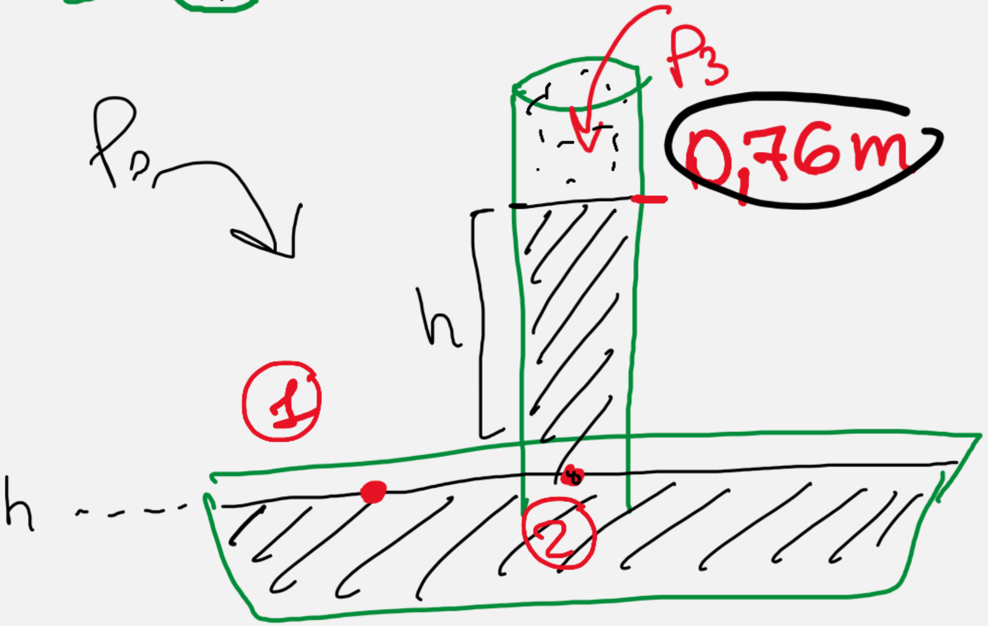
$$h_{H_2O} = \frac{1.013 \cdot 10^5}{9.8 \cdot 10^3} = 10.337\ m$$





$$P_0 > P_{H_2O}$$

$$P_0 < P_{Hg}$$

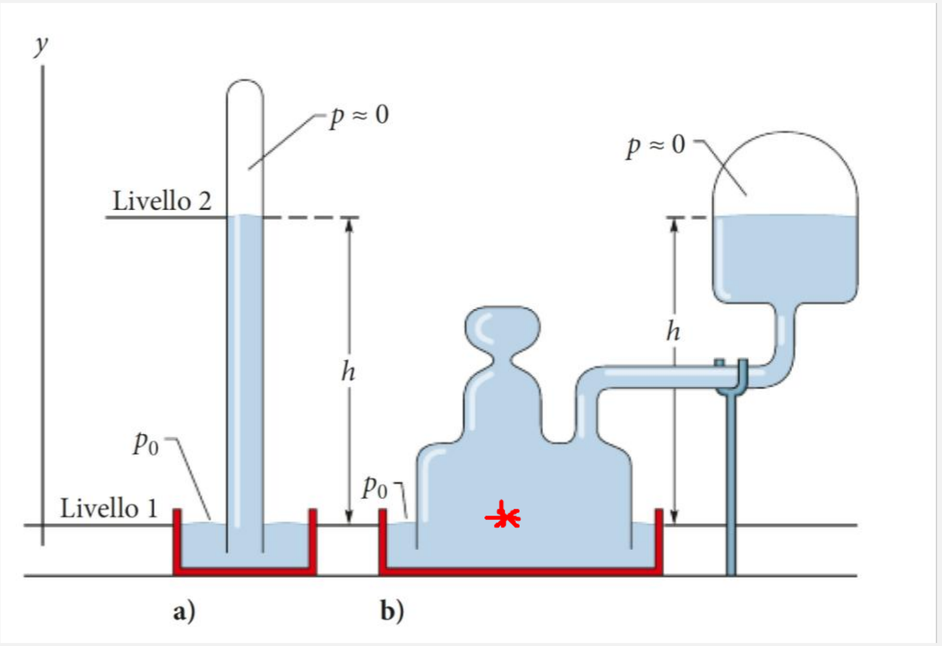


$$\left.\begin{array}{l} P_1 = P_2 \\ P_1 = P_0 \end{array}\right\} P_2 = P_0$$

$$P_2 = \underline{P_0} = \cancel{P_3} + \rho \cdot g \cdot h$$

$$P_0 = \rho \cdot g h \quad = 1 \text{ atm}$$

MISURA DELLA PRESSIONE

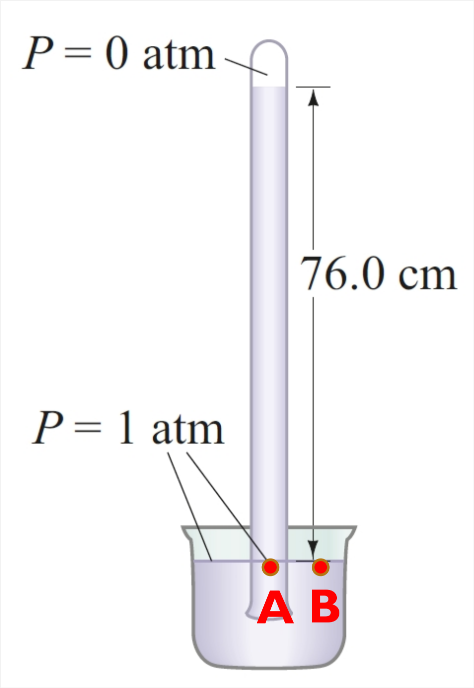


Barometro a mercurio

$y_1 = 0$ $\qquad y_2 = h$

$p_1 = p_0$ $\qquad p_2 = 0$

$$p_0 = \rho g h$$

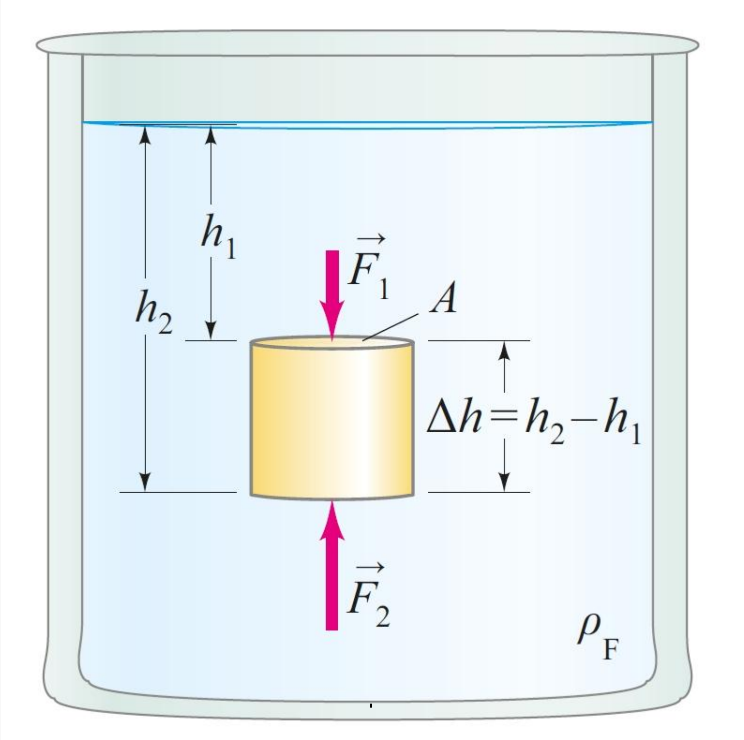


I due punti A e B si trovano alla stessa altezza nel mercurio e quindi devono avere la stessa pressione. Il punto B si trova alla pressione atmosferica perché la bacinella è aperta ($P_B = P_{atm}$). Il punto A si trova ad una pressione che è invece definita dalla legge di Stevino $P_A = \rho g d$. La distanza dal punto A al punto B è la pressione atmosferica:

$$p_{atm} = P_B = P_A = \rho g d$$

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

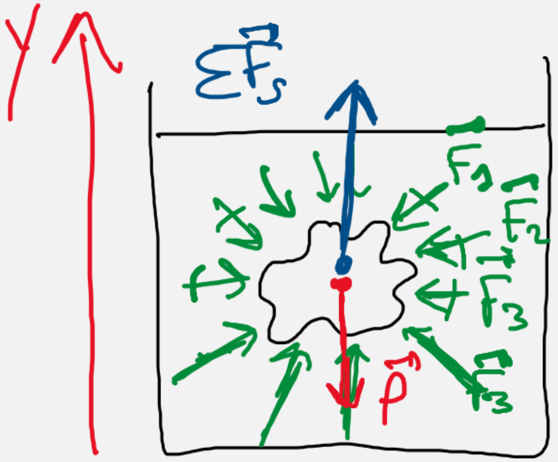
Un fluido esercita una forza di galleggiamento verso l'alto su un oggetto sommerso uguale in intensità al peso del volume del fluido spostato dall'oggetto



Il fluido esercita una pressione $p_1 = \rho_F g h_1$ contro la superficie superiore del cilindro

La forza dovuta a questa pressione → $F_1 = p_1 A = \rho_F g h_1 \mathrm{A}$ → verso il basso

Il fluido esercita una forza diretta verso l'alto sulla superficie inferiore del cilindro →$F_2 = p_2 A = \rho_F g h_2 \mathrm{A}$



→ elemento di volume

→ EQUILIBRIO $\quad \Sigma\vec{F} = 0$

FORZE DI VOLUME $(\vec{P})$

FORZE DI SUPERFICIE (Pressione, $\vec{F}_\perp$) $(\vec{F}_s)$

$$\Sigma\vec{F} = 0$$

$$\vec{P} + \underbrace{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots}_{\Sigma\vec{F}_s} = 0 \longrightarrow \vec{P} + \Sigma\vec{F}_s = 0 \quad \text{(eq. vettoriali)}$$

$$-P + \Sigma F_s = 0 \quad \text{(eq. scalari)}$$

$$P = \Sigma F_s = m \cdot g$$

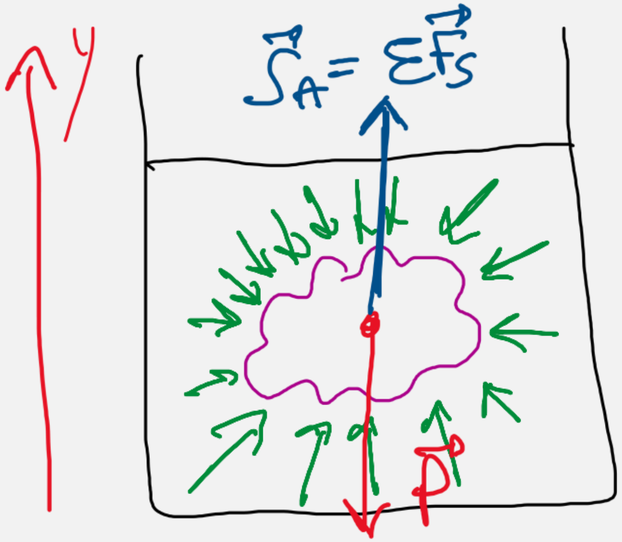
↓

SPINTA (o FORZA) di ARCHIMEDE $(\vec{S}_A, \vec{F}_A)$

$$m = \rho \cdot V$$

$$\boxed{P = S_A = \rho_f \cdot V_f \cdot g}$$

→ VOLUME IMMERSO!



– CORPO (forma e dimensione ≡ elem. di fluido)

$\Sigma \vec{F} = 0$

FORZE DI VOLUME $(\vec{P})$

FORZE DI SUPERFICIE $(\vec{F}_\perp \Rightarrow \vec{S}_A)$

$\boxed{m_c > m_f}$ $\quad \rho = \frac{m}{V}$

$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Elem. di fluido

Corpo

V_f	m_f	ρ_f
$=$	$\neq$	$\neq$
V_c	m_c	ρ_c

$\Sigma F_s = \vec{S}_A$

$\vec{P} + \Sigma \vec{F}_S = m \cdot \vec{a}$

$-P + S_A = -m a$

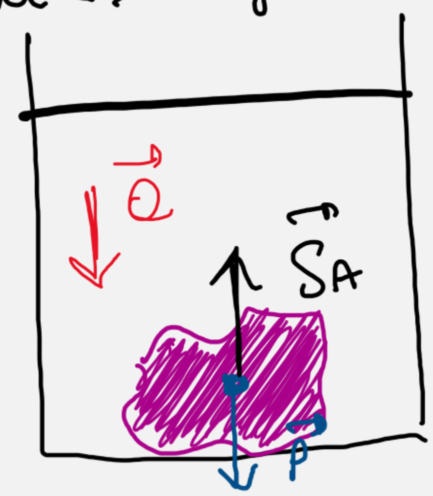
$-(m_c \cdot g) + \rho_f \cdot V_f \cdot g = -m \cdot a$

$-(\rho_c \cdot V_c \cdot g) + \rho_f \cdot V_f \cdot g = -m \cdot a$

$V_c = V_f = V$

$V \cdot g(-\rho_c + \rho_f) = -m \cdot a \Rightarrow V \cdot g(\rho_f - \rho_c) = -m \cdot a$

$m_c > m_f$

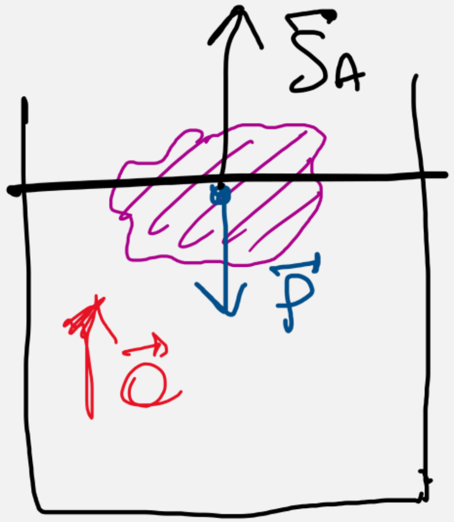


$\rho_f - \rho_c < 0$

$\rho_c > \rho_f$

$Q < 0$

SPROFONDA

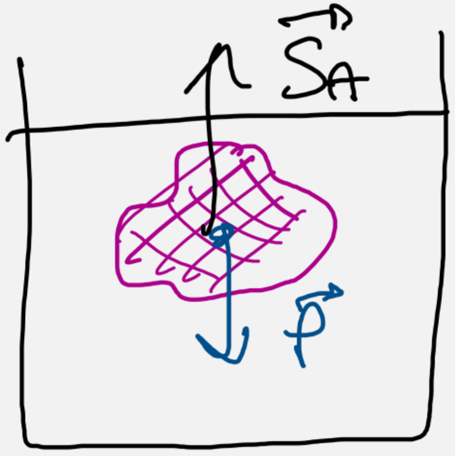


$\rho_c < \rho_f$

$\rho_f - \rho_c > 0$

$Q > 0$

GALLEGGIA



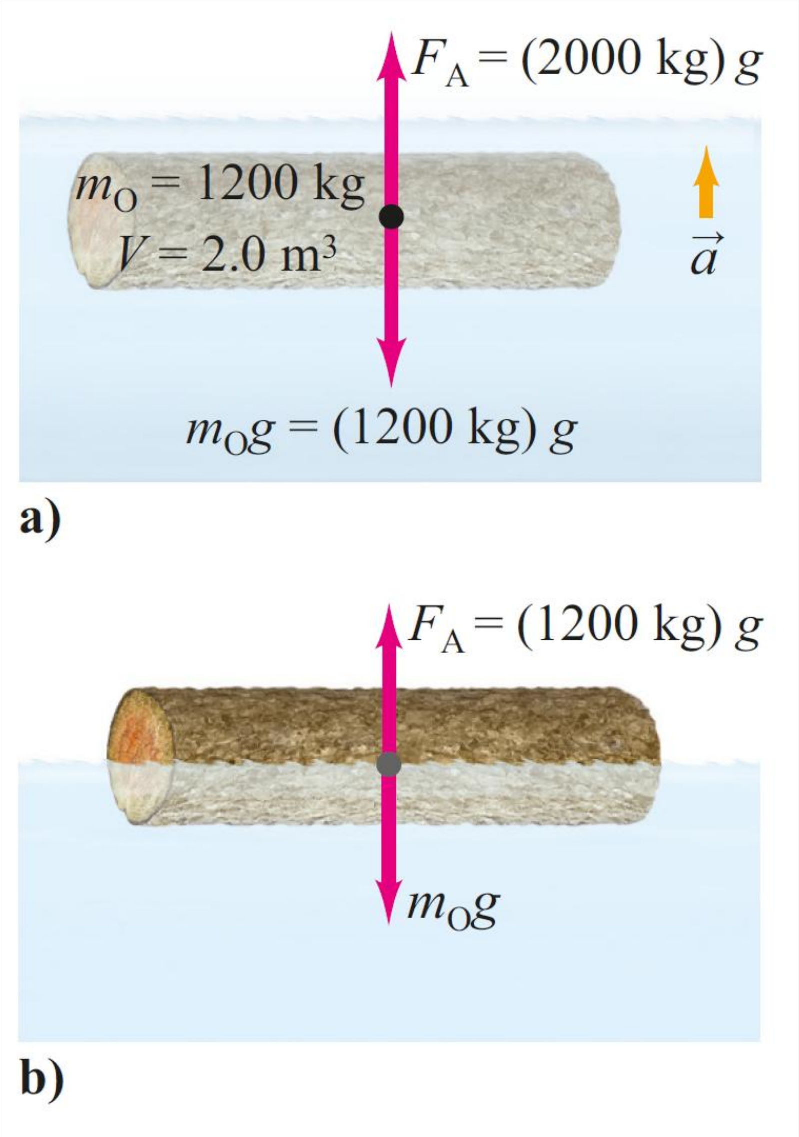
$\rho_c = \rho_f$

$\rho_f - \rho_c = 0$

$Q = 0$

FLUTTA

GALLEGGIAMENTO



Tronco completamente immerso:

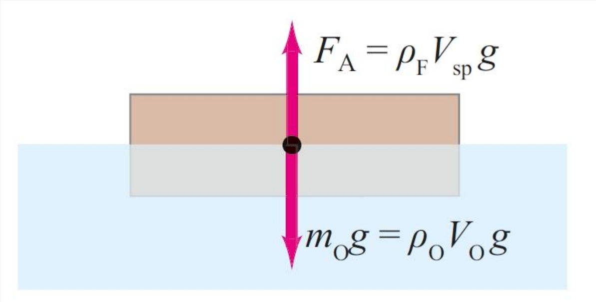
$$F_A > m_o g \ \rightarrow\ \rho_F V g > \rho_o V g \ \rightarrow\ \rho_F > \rho_o$$

Tronco che galleggia:

$$F_A = m_o g \ \rightarrow\ \rho_F V_{f.sp} g = \rho_o V_o g \ \rightarrow\ \frac{V_{f.sp}}{V_o} = \frac{\rho_o}{\rho_F}$$

La percentuale di un oggetto immerso è data dal rapporto tra densità dell'oggetto e densità del fluido

FORZA DI ARCHIMEDE E DENSITÀ



$$F_P = m_{corpo} \cdot g = \rho_{corpo} \cdot V_{corpo\ tot} \cdot g$$

$$F_A = \rho_{fluido} \cdot V_{corpo\ imm} \cdot g$$

1. Se $F_P > F_A$ $\rightarrow$ $\rho_{corpo} \cdot V_{corpo\ tot} \cdot g > \rho_{fluido} \cdot V_{corpo\ imm} \cdot g$

$$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} > \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}}$$

Il corpo affonda! $\rightarrow$ $V_{corpo\ imm} = V_{corpo\ tot}$

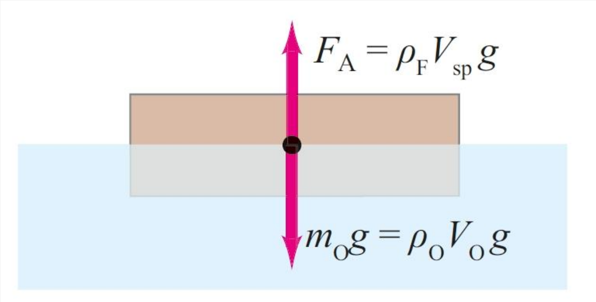
$$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} > \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}} = 1$$

$a \neq 0$

$$\boxed{\rho_{corpo} > \rho_{fluido}}$$

Il corpo affonda

FORZA DI ARCHIMEDE E DENSITÀ



$$F_P = m_{corpo} \cdot g = \rho_{corpo} \cdot V_{corpo\ tot} \cdot g$$

$$F_A = \rho_{fluido} \cdot V_{corpo\ imm} \cdot g$$

2. Se $F_P = F_A$ $\rightarrow$ $\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} = \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}}$

Equilibrio e completamente immerso:

$$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} = \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}} = 1$$

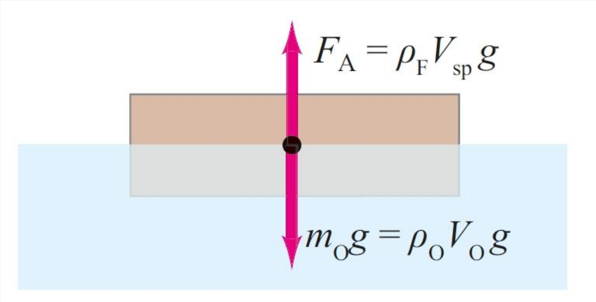
$\boxed{\rho_{corpo} = \rho_{fluido}}$ Corpo immerso in equilibrio

Equilibrio e parzialmente immerso:

$$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} = \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}} < 1$$

$\boxed{\rho_{corpo} < \rho_{fluido}}$ Corpo galleggia in equilibrio

FORZA DI ARCHIMEDE E DENSITÀ



$$F_P = m_{corpo} \cdot g = \rho_{corpo} \cdot V_{corpo\ tot} \cdot g$$

$$F_A = \rho_{fluido} \cdot V_{corpo\ imm} \cdot g$$

3. Se $F_P < F_A$ → $\dfrac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} < \dfrac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}}$

Poiché il corpo immerso tende a risalire, avremo $V_{corpo\ imm} = V_{corpo\ tot}$ finché non emerge:

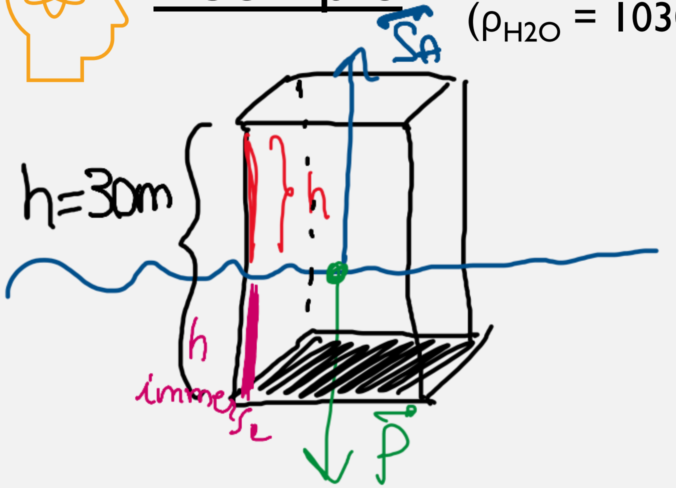
$$\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} < \frac{V_{corpo\ imm}}{V_{corpo\ tot}} = 1$$

$$\boxed{\rho_{corpo} \lessdot \rho_{fluido}}$$

Corpo immerso emerge

Esempio

Un blocco di ghiaccio (ρ_{ice} = 920 kg/m^3) a forma di parallelepipedo di altezza pari a 30 m galleggia in acqua di mare (ρ_{H2O} = 1030 kg/m^3). Quanto è lunga la parte emersa del parallelepipedo al di fuori dell'acqua?



$h = 30\,m$

$h_{emersa} = ?$

$\rho_{ice} = 920\ kg/m^3 \rightarrow$ corpo

$\rho_{H_2O\,m.} = 1030\ kg/m^3 \rightarrow$ fluido

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$

GALLEGGIA $\Rightarrow \Sigma \vec{F} = 0$

$\vec{P} + \vec{S_A} = 0$

$-P + S_A = 0 \qquad P = S_A$

$P = m \cdot g = \rho_c \cdot V_c \cdot g$

$S_A = \rho_f \cdot V_f \cdot g$

$V = A \cdot h$

$\rho_c \cdot V_c \cdot \cancel{g} = \rho_f \cdot V_f \cdot \cancel{g}$

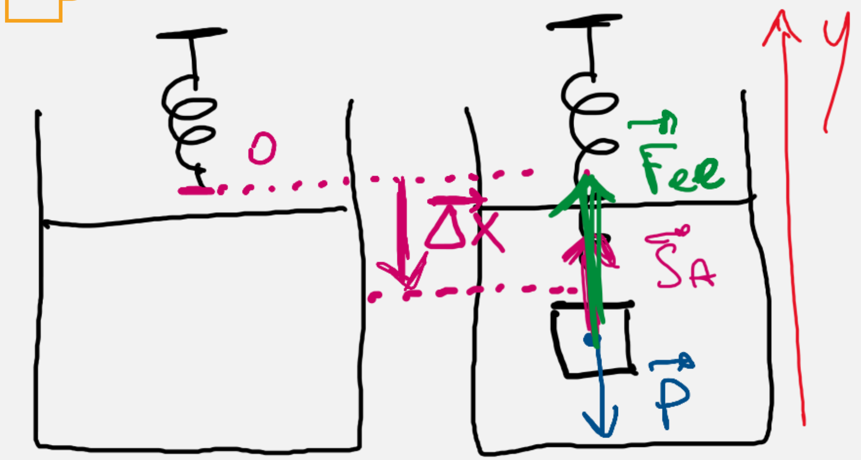
$\rho_c \cdot \cancel{A_c} \cdot h_c = \rho_f \cdot \cancel{A_{IMMERSA}} \cdot h_{immersa}$

$h_{imm} = \frac{\rho_c \cdot h_c}{\rho_f} = \frac{920 \cdot 30}{1030} = \underline{26{,}8\,m}$

$h_{emerse} = h - h_{imm} =$
$= 30 - 26{,}8 = 3{,}2\ m$

Esempio

Un corpo di rame (ρ_{Cu} = 8900 kg/m^3) di massa 3 Kg viene completamente immerso in acqua (ρ_{H2O} = 1000 kg/m^3) ed appeso a una molla di massa trascurabile che risulta deformata di 3 cm. Calcolare la costante elastica della molla.



$\rho_{Cu} = 8900\ kg/m^3$

$k = ?$

$m_c = 3\ kg$

$\rho_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$

$\Delta x = 3\ cm$ (Allungamento) $= 0{,}03\ m$

$\vec{F}_{el} = -k \cdot \vec{\Delta x}$

$F_{el} = k \Delta x \quad \left(k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{N}{m}\right)$

$\Sigma \vec{F} = 0$ (equilibrio)

$\vec{P} + \vec{S}_A + \vec{F}_{el} = 0$

$-P + S_A + F_{el} = 0$

$F_{el} + S_A = P$

$P = m g = \rho_c \cdot V_c \cdot g$

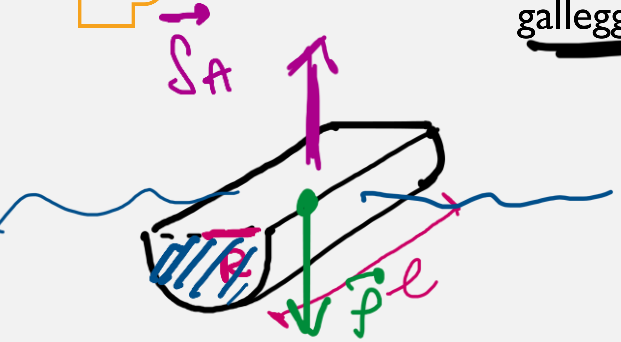
$V_f = V_c = V \rightarrow \rho_c = \frac{m_c}{V}$; $V = \frac{m_c}{\rho_c} = \frac{3}{8900} = 3{,}37 \times 10^{-4}\ m^3$

$k \Delta x + \rho_f \cdot g \cdot V_f = m_c \cdot g$

$k = \frac{m_c \cdot g - \rho_f \cdot g \cdot V}{\Delta x} = \frac{(3 \cdot 10) - (1000 \cdot 10 \cdot 3{,}37 \times 10^{-4})}{0{,}03} = 887{,}6\ N/m$

Esempio

Una canoa di 85 kg fatta di alluminio sottile ha la forma di mezzo tronco scavato di raggio 0.475 m e lungo 3.23 m. A) Quando la canoa è posta in acqua, quale percentuale di volume della canoa è al di sotto della linea di galleggiamento? B) Quanta massa si può aggiungere a questa canoa prima che cominci ad affondare?



$R = 0{,}475\ m$

$\ell = 3{,}23\ m$

$m = 85\ kg$

$\%\ V_{IMMERSA} = ?$ $\rho_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$

$m' = ?$

$\sum \vec{F} = 0$

$\vec{P} + \vec{S}_A = 0$ $\quad -P + S_A = 0$ $\quad P = S_A$

$m_c \cancel{g} = \rho_f \cdot V_f \cdot \cancel{g}$ VOLUME IMMERSO

$V = \frac{m_c}{\rho_f} = \frac{85}{1000} = 0{,}085\ m^3$ V. IMMERSO

$V_{\substack{MEZZO \\ TRONCO}} = V_{\substack{MEZZO \\ CILINDRO}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \ell}{2} = 1{,}145\ m^3$

$\frac{V_{imm}}{V_{tot}} \times 100 = \frac{1{,}145}{0{,}085} \times 100 = 74\%$ % Volume immerso

(2) $P = S_A$

$$\underbrace{\rho_C \cdot V_C}_{m} \cdot \cancel{g} = \rho_f \cdot V_f \cdot \cancel{g} \qquad V_f = V_{COTOLE}$$

$$m' = \rho_f \cdot V_f = 1000 \cdot 1{,}145 = \underline{\underline{1145\ kg}}$$ → MASSA TOTALE SUPPORTATA

$$\Delta m = m' - m = 1145 - 85 = 1060\ kg$$ → MASSA DA AGGIUNGERE

Esempio

Un oggetto di forma cubica e di lato $l=0.2$ m e massa 0.5 kg è immerso in acqua (ρ_{H2O} = 1000 kg/m^3) e tenuto fermo grazie ad una fune fissata al fondo del recipiente. Si determini: A) la tensione della fune; B) il volume della parte immersa quando, dopo che la fune si è spezzata, l'oggetto galleggia in equilibrio sulla superficie del liquido.

Esempio

Un corpo di ferro (ρ_{Fe} = 7800 kg/m^3) presenta una cavità al suo interno. Sapendo che la massa del corpo è 780 g e che una volta immerso in acqua di mare viene rilevato un peso inferiore rispetto a quello misurato fuori dall'acqua di 1.56 N, determinare il volume della cavità interna.

Esempio

Una sfera di rame (ρ_{Cu} = 8900 kg/m^3) galleggia sul mercurio (ρ_{Hg} = 13600 kg/m^3). Si valuta che emergono i 5/6 della sfera dal mercurio. Verificare se la sfera è piena o se presenta una cavità, e in tal caso determinare la percentuale di cavità rispetto al volume totale.

Esempio

Un blocco di alluminio (ρ_{Al} = 2.65 g/cm^3) di massa 1kg è sospeso a un filo con il quale viene immerso completamente in un contenitore pieno di acqua. Calcolare la tensione della fune quando il blocco è completamente immerso.