ESERCIZI DELLA LEZIONE DELL'11 MARZO 2026

1. Impostiamo il problema:

$$\max_{A,B} U = A \cdot B$$

sub $2 \cdot A + 3 \cdot B = 150$

La condizione del primo ordine per questo problema impone che $SMS = \frac{P_B}{P_A}$ che possiamo scrivere, alternativamente come:

$$\frac{U_A}{P_A} = \frac{U_B}{P_B} \quad \text{oppure} \quad \frac{U_B}{U_A} = \frac{P_B}{P_A}$$

dove $U_A = \frac{dU}{dA}$; $U_B = \frac{dU}{dB}$ che calcoliamo:

$$\frac{dU}{dA} \equiv U_A = B; \quad \frac{dU}{dB} \equiv U_B = A$$

Sostituendo nelle condizioni del primo ordine avremo:

$$\frac{B}{2} = \frac{A}{3}$$ da cui

$$B = \frac{2}{3} A \quad \text{oppure} \quad A = \frac{3}{2} B$$ rapporto ottimale di consumo

2. sostituiamo il rapporto ottimale di consumo nel vincolo di bilancio:

$$2 \cdot A + 3 \cdot \left(\frac{2}{3} A\right) = 150; \quad 2A + 2A = 150; \quad 4A = 150;$$

$$A^* = 37{,}5; \quad B = \frac{2}{3} \cdot 37{,}5; \quad B^* = 25$$

3. Per calcolare l'utilità conseguita sostituiamo nella relativa funzione i valori di A e B:

$$U^* = A^* \cdot B^*; \quad U^* = 37{,}5 \cdot 25; \quad U^* = 937{,}5$$

4. Nel caso in cui le funzioni di utilità cambiano le sue forme dobbiamo calcolare il "nuovo" SMS associato alle "nuove" preferenze. In questo caso abbiamo:

$U_A = 1$; $U_B = 1$

La condizione dell'ottimo ora diventa

$$\frac{U_A}{P_A} = \frac{U_B}{P_B} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

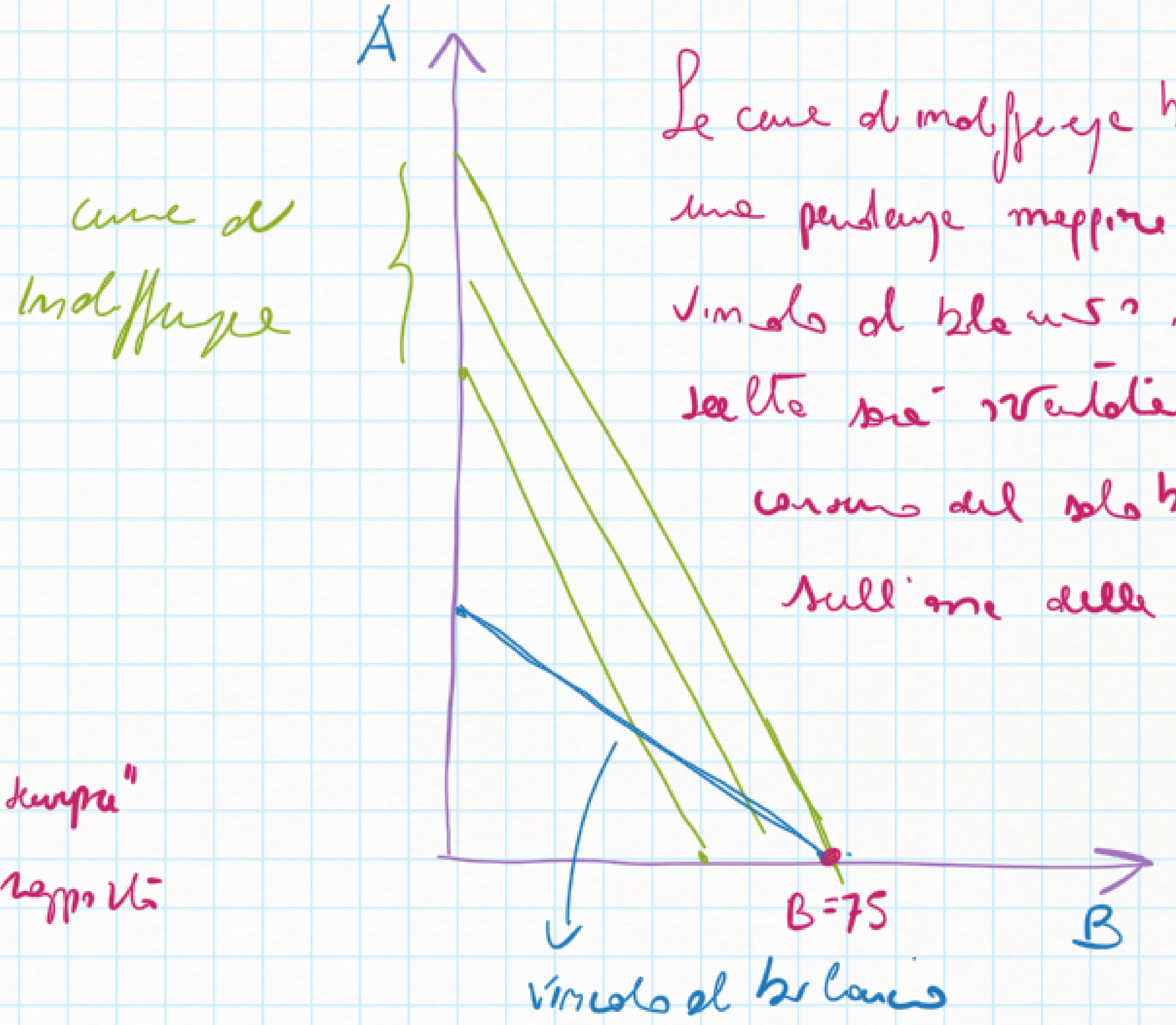
che non è mai verificata!!!

In questo caso, infatti, vale la seguente relazione

$$\frac{U_A}{P_A} < \frac{U_B}{P_B}$$ che implica anche che $$\frac{U_B}{U_A} > \frac{P_B}{P_A}$$

il SMS è "sempre" maggiore del rapporto tra i prezzi!!!

il valore dell'utilità marginale del bene B ponderata al prezzo è sempre maggiore del valore dell'utilità marginale del bene A ponderata al prezzo.



Le curve di indifferenza hanno una pendenza maggiore del vincolo di bilancio, la scelta sarà vincolata al consumo del solo bene sull'asse delle ascisse

In questo caso abbiamo una "corner solution". Dato che $\frac{U_B}{P_A} > \frac{U_A}{P_B}$ il consumatore sceglie di consumare "solo" B, con $B^{**} = \frac{R}{P_B}$

ovvero $A^{**} = 0$ e $B^{**} = \frac{150}{2}$; $B^{**} = 75$

ESERCIZIO PAG. 8 Scheda del 11 MARZO 2020

1) Impostiamo il problema:

$$\max_{A,B} \; U = A^{0,5} \cdot B^{0,5}$$

$$\text{sub} \quad 10 \cdot A + 20 \cdot B = 5000$$

Le condizioni del primo ordine (FOC) impone che $\frac{U_A}{P_A} = \frac{U_B}{P_B}$ quindi calcoliamo:

$$U_A = 0,5\, A^{-0,5} B^{0,5} \; ; \quad U_B = 0,5\, B^{-0,5} A^{0,5}$$

quindi sostituendo avremo:

$$\frac{\cancel{0,5}\, A^{-0,5} B^{0,5}}{\cancel{10}} = \frac{\cancel{0,5}\, B^{-0,5} A^{0,5}}{2\cancel{0}}$$

moltiplichiamo per $B^{0,5} A^{0,5}$

$B = \frac{1}{2} A$ che definisce il rapporto ottimale di consumo da sostituire nel vincolo: $10 \cdot A + 20 \cdot \left(\frac{1}{2} A\right) = 5000$

$10\, A + 10\, A = 5000$; $20\, A = 5000$; $A^* = 250$

$B^* = \frac{1}{2}(250)$; $B^* = 125$ da cui $U^* = (250)^{0,5} \cdot (125)^{0,5}$ $U^* \cong 176,78$

2) Se cambiano i prezzi il nuovo problema sarà la seguente forma

$$\max_{A,B} \; U = A^{0,5} B^{0,5}$$

$$\text{sub} \quad 15A + 15B = 5000$$

Se a cambiare sono solo i prezzi, il SMS è sempre uguale, per cui le condizioni del primo ordine $SMS = \frac{P_B}{P_B}$ vede modificato solo il lato destro.

Possiamo scrivere

$$\frac{U_A}{P'_A} = \frac{U_B}{P'_B} \; ; \quad \frac{0,5\, A^{-0,5} B^{0,5}}{15} = \frac{0,5\, B^{-0,5} A^{0,5}}{}$$

da cui, facendo dei calcoli e delle semplificazioni, avremo:

$B = A$ che sostituita nel nuovo vincolo definirà i nuovi livelli ottimali di consumo

$15 \cdot A + 15 \cdot (A) = 5000$

$30A = 5000 \; | : 30 \quad A^{**} \approx 166{,}67 \approx B^{**}$

3) $U^{**} = (A^{**})^{0,5} \cdot (B^{**})^{0,5}$;

$U^{*} = (166{,}67)^{0,5} \cdot (166{,}67)^{0,5}$

$U^{**} \approx 166{,}67$