

ESERCIZIO DEL 18 MARZO 2026 SLIDE 12

1. Impostiamo il problema con i dati forniti:

$$\max_{A,B} U = A^{0,8} B^{0,2}$$

$$\text{sub } 10 \cdot A + 20 \cdot B = 5000$$

La condizione del primo ordine nel problema può essere sintetizzata nelle seguenti relazioni nominali:

$$SMS = \frac{P_B}{P_A} \quad \text{dove } SMS \equiv \frac{U_B}{U_A} \quad \text{dopo calcolando:}$$

$$U_B \equiv \frac{dU}{dB}; \quad U_B = 0,2 A^{0,8} B^{-0,8} \quad \left. \vphantom{U_B} \right\} \text{ da cui}$$

$$U_A \equiv \frac{dU}{dA}; \quad U_A = 0,8 A^{-0,2} B^{0,2}$$

$$SMS = \frac{0,2 A^{0,8} B^{-0,8}}{0,8 A^{-0,2} B^{0,2}}; \quad SMS = \frac{A^{0,8} A^{0,2}}{4 B^{0,8} B^{0,2}}$$

$$SMS = \frac{A}{4B}; \quad \text{sostituito nella condizione del 1° ordine}$$

$$\frac{A}{4B} = \frac{20}{10} \quad \text{da cui}$$

$A = 8B$ combinazione ottimale di consumo che soddisfa nel vincolo di bilancio:

$$10 \cdot (8 \cdot B) + 20 \cdot B = 5000; \quad 80B + 20B = 5000;$$

$$B = \frac{5000}{100}; \quad B^* = 50; \quad A = 8 \cdot (50); \quad A^* = 400;$$

$$U^* = (400)^{0,8} \cdot (50)^{0,2}; \quad U^* \approx 263,9$$

2. Se cambia il solo reddito massimo cambiamento nelle condizioni del primo ordine si presenteranno. Dopo, dato il rapporto ottimale di consumo definito nel punto 1, basterà semplicemente modificare il reddito nel vincolo di bilancio:

$$10 \cdot (8B) + 20 \cdot B = 2500; \quad 100B = 2500;$$

$$B = \frac{2500}{100}; \quad B^{**} = 25; \quad A = 8 \cdot 25; \quad A^{**} = 200$$

$$U^{**} = (200)^{0,8} (25)^{0,2}; \quad U^{**} \approx 131,95; \quad \text{BENI NORMALI (PERCHÉ?)}$$

3. Nel caso in cui cambiano il prezzo di uno dei beni, il SRS è sempre lo stesso, ma cambia il rapporto tra i prezzi, per cui anche la nuova regola ottimale data da:

$$\frac{A}{4B} = \frac{20}{40^2} \quad A = 2B \quad \text{nuova condizione price ottimale di consumo}$$

Sostituisco nel nuovo vincolo (2500)

$$40A + 20B = 2500; \quad 40(2B) + 20B = 2500$$

$$100B = 2500; \quad B' = 25; \quad A' = 50; \quad U' = (50)^{0,8} (25)^{0,2}; \quad U' \approx 43,53$$

Qualche tipo di bene sostituito?

Per stabilirlo dobbiamo calcolare le quantità compensate.

Il prezzo di A sale da 10 a 40, la quantità domandata (ottimale) scende da 200 a 50. La quantità compensate è quella che "il consumatore avrebbe acquistato se, dati i nuovi prezzi relativi, l'RS fosse collocato sulla vecchia curva di indifferenza".

Con i "nuovi" prezzi relativi, il rapporto ottimale di consumo è $[A = 2B]$. Quali sarebbero state le quantità consumate sulla vecchia curva di indifferenza con questo rapporto di consumo?

Sostituisco "non" nel vincolo di bilancio, ma nella funzione di utilità, il cui livello era $U \approx 131,95$.

Avremo:

$$(A)^{0,8} (B)^{0,2} = 131,95 \quad \text{ma} \quad A = 2B \quad \text{or} \quad B = \frac{1}{2} A;$$

Sostituendo

$$(A^{0,8}) \left(\frac{1}{2} A\right)^{0,2} = 131,95; \quad 0,87 A = 131,95$$

$$A^c = 151,67 \quad \text{Quantità compensate di A}$$

EFFETTO DI SOSTITUZIONE (o PREZZO):

$$A^{COT} - A^{INIZIALI}; \quad 151,67 - 200 = -48,33$$

EFFETTO DI REDDITO:

$$A^{FINALI} - A^{COT}; \quad 50 - 151,67 = -101,67$$

NB. l'effetto è negativo, come deve essere visto che $P_A \uparrow$

VARIAZIONE COMPLESSIVA:

$$\text{EFF. REDDITO} + \text{EFF. SOST.}; (-101,67) + (-48,33) = -150 \text{ CVD}$$

IL SOST. È NEGATIVO PERCHÉ GLI EFFETTI SONO CONTRARI!

4. Se la struttura delle preferenze si modifica, ovvero le funzioni di utilità cambiano, le sue forme dovranno risolvere il SRS. Ricorda: $U_A = 4$;

$$\text{SRS} \equiv \frac{U_B}{U_A}; \quad U_B = 1; \quad U_A = 4;$$

$$\text{Impone la "massa" reale: } \frac{U_B}{U_A} = \frac{P_B}{P_A};$$

$$\frac{1}{4} = \frac{20}{P_A};$$

In questo caso, di fronte a un SRS costante, conviene esprimere le scelte ottimali di consumo nelle forme alternative:

$$\frac{U_A}{P_A} = \frac{U_B}{P_B}; \quad \frac{4}{40} = \frac{1}{20};$$

Possiamo sempre esprimere le scelte ottimali:

$$\frac{1}{10} > \frac{1}{20}; \quad \text{perché } \frac{U_A}{P_A} > \frac{U_B}{P_B} \text{ (SOST. POS.)}$$

Il consumatore sarà portato a consumare solo il bene A e

$$\text{ovvero: } \hat{A} = \frac{R}{P_A}; \quad \hat{B} = 0; \quad \hat{A} = \frac{2500}{40}; \quad \hat{A} = 62,5$$

