

Lezione #4

24/03/2026

$$\vec{F}_{EST}^{RIS} = M_{TOT} \vec{a}_{CDM}$$

↑
centro di massa

$$\vec{r}_{CDM} = \frac{\sum_1^N m_i \vec{r}_i}{M_{TOT}}$$

Condizione di equilibrio

$$\vec{F}_{EST}^{RIS} = M_{TOT} \vec{a}_{CDM} = \vec{0} \quad (\text{moto traslatorio})$$

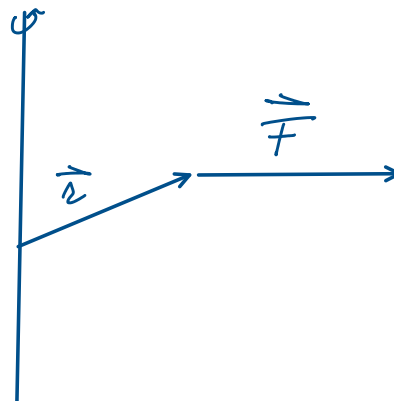
Per quanto riguarda le rotazioni:



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

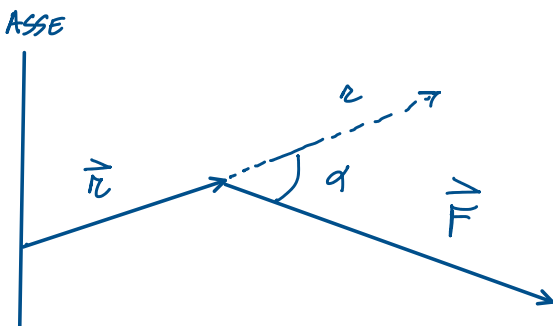
↓
prodotto vettoriale

ASSE DI ROTAZ.

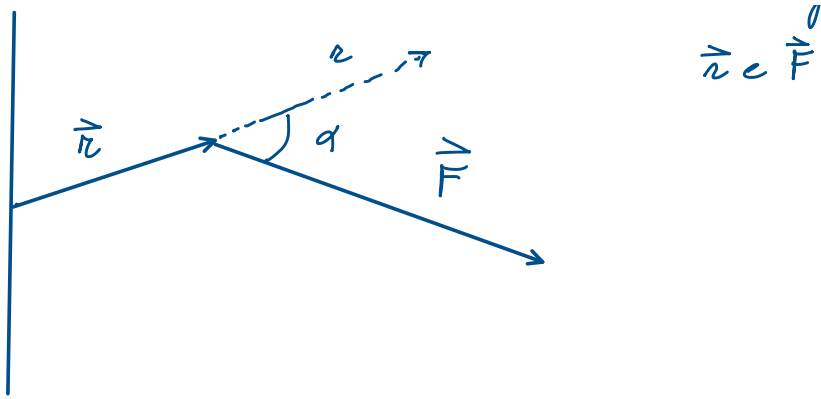


$$M = r F \sin \alpha$$

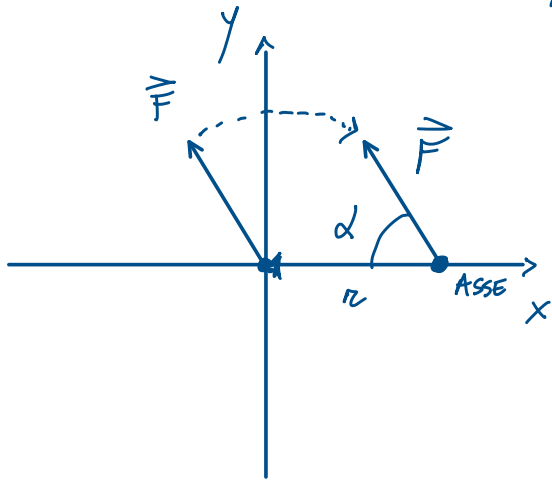
Come calcolare \vec{M} :



α è l'angolo tra \vec{r} e \vec{F}



1) Traslare \vec{r} su \vec{F} (\vec{r} ed \vec{F} devono avere lo stesso pto di applicazione)

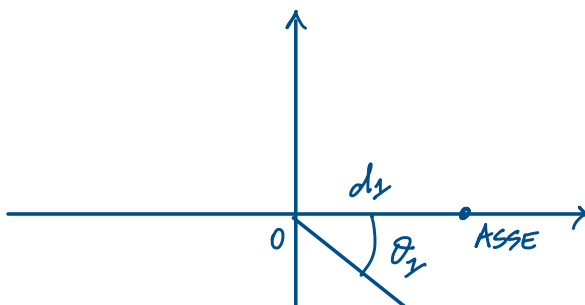
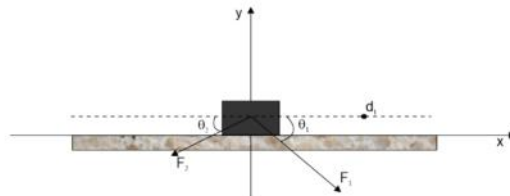


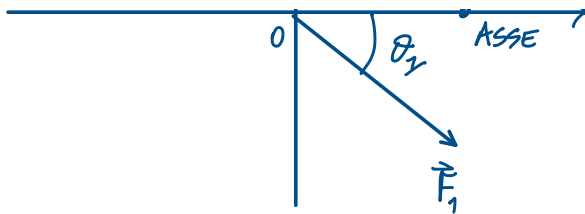
- a) disegnare \vec{r} (dall'asse $\rightarrow \vec{F}$)
- b) $\vec{F} \rightarrow \vec{r}$
- c) calcolo α ($\vec{r} \cap \vec{F}$)
- d) $\vec{r} \cap \vec{F}$ senso orario?
" antiorario?

Concludiamo esercizio precedente:

Un blocco di massa $m = 6 \text{ kg}$ e' sottoposto (oltre che alla sua forza peso) a due forze F_1 ed F_2 che lo spingono su un piano orizzontale privo di attrito. Sapendo che $F_1 = 15 \text{ N}$, $\theta_1 = 40^\circ$, $F_2 = 3 \text{ N}$, $\theta_2 = 30^\circ$, calcolare:

1. Il modulo della risultante delle forze;
2. Il modulo, direzione e verso dell'accelerazione del blocco;
3. Supponendo ora che ci sia un attrito dinamico con $\mu_d = 0.05$, quanto vale la forza di attrito dinamico;
4. E quanto vale il modulo della accelerazione del blocco in questo caso;
5. Il momento di F_1 rispetto ad un asse perpendicolare al foglio e posto ad una distanza $d_1 = 2 \text{ m}$ (indicato in figura)





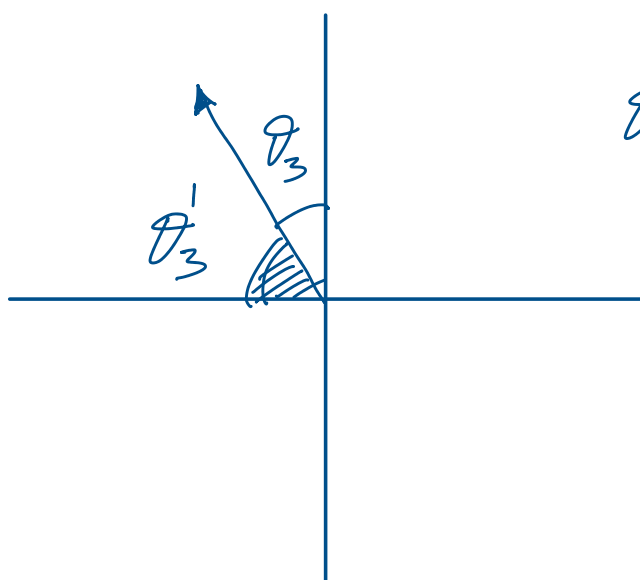
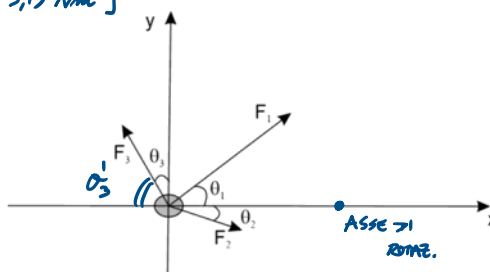
Un disco da hockey di massa $m=0.32$ kg scorre su una superficie orizzontale (priva di attrito) di una pista di ghiaccio. Esso è colpito simultaneamente da tre diverse mazze da hockey come mostrato in figura. La forza F_1 ha modulo 8.5 N, F_2 ha modulo 3.1 N e F_3 ha modulo 5.3 N. Gli angoli ~~sono rispettivamente~~ sono rispettivamente $\theta_1=45^\circ$, $\theta_2=31^\circ$ e $\theta_3=32^\circ$. Calcolare:

1. Il modulo della risultante delle forze agenti sul disco nel piano xy; $[F_{RS} = 10,66\text{ N}]$ $\left\{ \begin{array}{l} F_x = 5,85\text{ N} \\ F_y = 8,90\text{ N} \end{array} \right.$
2. Modulo direzione e verso della sua accelerazione; $[a = 33,31\text{ m/s}^2; \theta' = 54^\circ]$
3. Il momento risultante di F_1 ed F_2 rispetto a un asse perp. al piano xy e posto a distanza di +2 m sull'asse x; $[M_1 = -12,02\text{ Nm}; M_2 = 3,19\text{ Nm}]$
4. Se ora sul piano fosse presente attrito dinamico con $\mu_k = 0.04$, calcolare di quanto varia l'accelerazione del disco.

$$[a' = 32,91\text{ m/s}^2]$$

$$[\Delta a = 0,39\text{ m/s}^2]$$

$$[\frac{\Delta a}{a} = 1\%]$$



$$\theta'_3 = 90 - \theta_3 = 58^\circ$$



1) Del momento che θ_3 non è riferito all'asse x $\Rightarrow \theta'_3 = 90^\circ - \theta_3$

$$\theta_3' = 58^\circ$$

$$\begin{cases} F_x = F_1 \cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2 - F_3 \cos \theta_3' = 5,8591 \text{ N} \\ F_y = F_1 \sin \theta_1 - F_2 \sin \theta_2 + F_3 \sin \theta_3' = 8,9084 \text{ N} \end{cases}$$

$$|\vec{F}^{\text{ris}}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 10,66 \text{ N}$$

$$F^{\text{ris}} \cong 11 \text{ N} \quad (2 \text{ c.s.})$$

2)

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad |\vec{a}| = \frac{|\vec{F}|}{m} = \frac{10,66}{0,32} = 33,31 \text{ m/s}^2$$

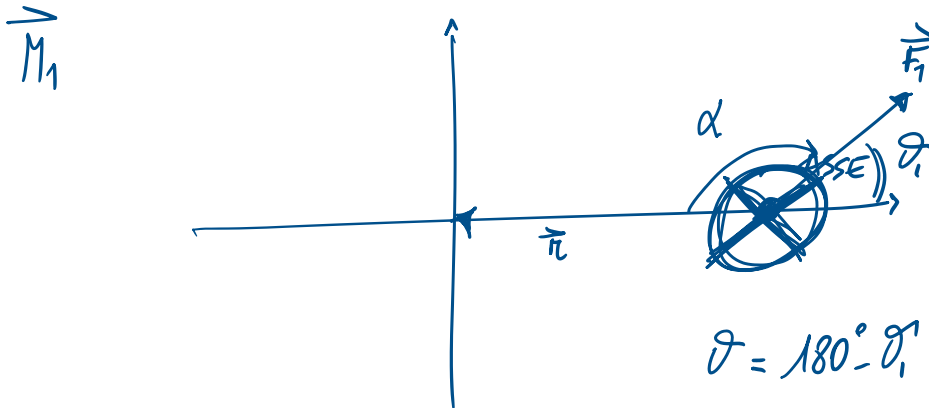
$$|\vec{a}| \cong 33 \text{ m/s}^2 \quad (2 \text{ c.s.})$$

Direzione e verso $\theta = \arctg\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \arctg\left(\frac{F_y/m}{F_x/m}\right)$

$$= \arctan\left(\frac{\bar{F}_y}{\bar{F}_x}\right) = \arctan\left(\frac{8,9089}{5,8591}\right)$$

$$\vartheta = 56,9^\circ \approx 57^\circ \quad (2 \text{ c.s.})$$

2)



$$\vartheta = 180^\circ - \vartheta' = 135^\circ$$

$\vec{\pi} \curvearrowright \vec{F}_1$ senso orario

$$M_1 < 0$$

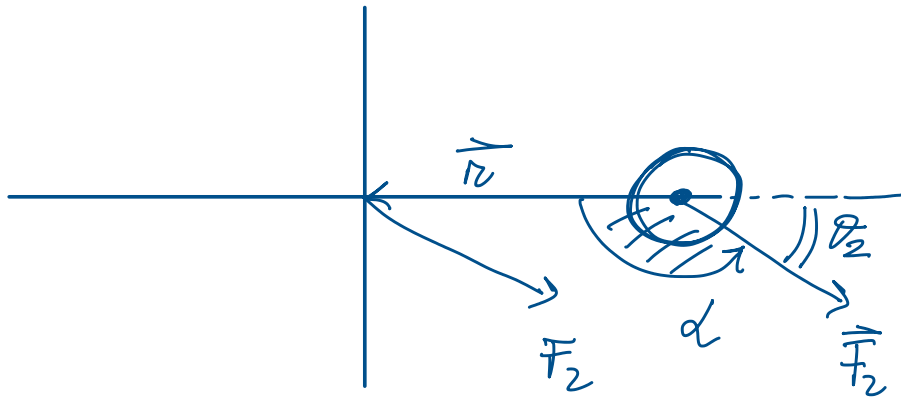


$$M_1 = - 2 \cdot 8,5 \cdot \sin(135^\circ) =$$

$$M_1 = - 12,0208 \text{ Nm}$$

$$M_1 \approx - 10 \text{ Nm (c.s.)}$$

\vec{M}_2 :



$$\vec{r} \wedge \vec{F}_2$$

s. antiorario

$$\vec{M}_2 > 0$$



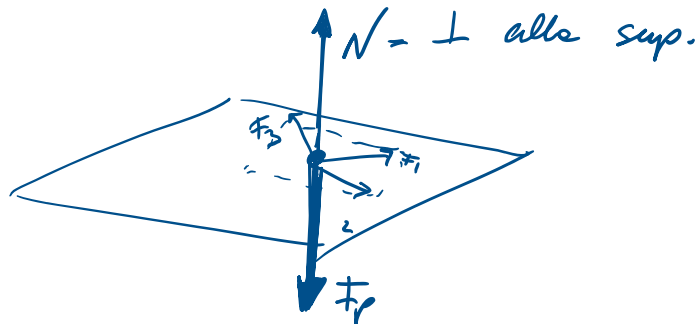
$$\theta = 180^\circ - \theta_2 = 149^\circ$$

$$M_2 = 2.31. \sin 149^\circ = 3.1932 \text{ Nm}$$

$$M_2 \hat{=} 3 \text{ Nm (c.s.)}$$

3)

Forza attrito $\Rightarrow \vec{a}'$



ia \vec{F}_1, \vec{F}_2 e \vec{F}_3 sono tutte contenute nel piano xy, nessuna \perp alla superficie.

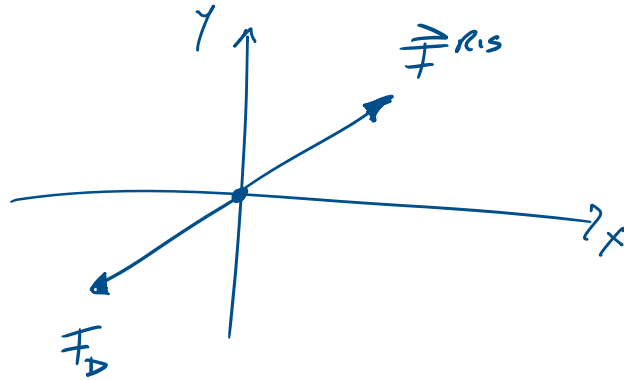
in questo caso

$$N = F_p = mg = 0.32 \cdot 9.81 = 3.1392 \text{ N}$$

$$F_D = \mu_D N = 0.04 \cdot 3.1392 = 0.1256 \text{ N}$$

$$F_D = m_D a = 0,09 \cdot 3,1392 = \underline{0,1256 \text{ N}}$$

$$a' = \frac{F'^{ris}}{m} =$$



$$F'^{ris} = (F^{ris} - F_D)$$

$$F'^{ris} = m a'$$

$$a' = \frac{F'^{ris}}{m} = \frac{F^{ris} - F_D}{m} =$$

$$= \frac{10,66 - 0,1256}{0,32} = 32,9201 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta a = (a - a') = 0,39 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta a \approx 0,4 \text{ m/s}^2 \text{ (1 c.s.)}$$