

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TERAMO

Fisica

Medicina Veterinaria — Semestre Aperto
2026

Prof. Francesco de Pasquale

Lezioni 17 e 18

Outline

Lezione 17

- Quantità di moto: introduzione al concetto di quantità di moto e di impulso
- Esercizi

Lezione 18

- Principio di conservazione della quantità di moto nei sistemi isolati
- Esercizi



Quantità di Moto

La quantità di moto è una grandezza vettoriale fondamentale della meccanica:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad |\vec{p}| = m|\vec{v}|$$

Il vettore **p** è sempre **parallelo** al vettore velocità **v**. Le unità di misura sono kg·m/s.

Quantità di moto e Seconda Legge di Newton

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta (m \vec{v})}{\Delta t} = \underbrace{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right)}_{\substack{\text{variazione} \\ \text{di massa}}} \vec{v} + m \underbrace{\left(\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right)}_a$$

$m = \text{cost.}$

$$\boxed{\vec{F} = m \vec{a}}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right) \vec{v} + m \left(\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right)$$

DEFINIZIONE

In generale, la forza risultante è la derivata temporale della quantità di moto:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Nel caso in cui la massa sia **costante**, si ricava la forma classica:

$$\vec{F} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \vec{a} \quad (\text{se } m = \text{cost.})$$

CASO GENERALE

Massa Variabile

Quando la massa **non è costante** ($m \neq \text{cost.}$), la forza si esprime come:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \underbrace{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right) \vec{v}}_{\text{termine aggiuntivo}} + m \underbrace{\left(\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right)}_{\vec{a}}$$

 Appare un **termine aggiuntivo** proporzionale alla variazione di massa nel tempo. Questo è il caso, ad esempio, dei razzi a propulsione.

Esempio Biomedico: Polpo — Sistema a Massa Variabile



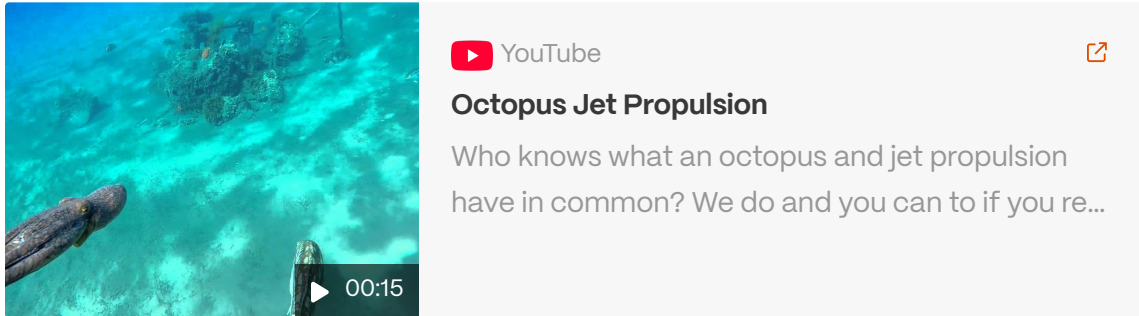
 YouTube

Polpo propulsione jet

An octopus can use jet propulsion for rapid movement. It draws water into its mantle cavity and then forces it through a muscular siphon, producing a powerful jet

 00:11

Esempio Biomedico: Polpo — Sistema a Massa Variabile



Il polpo si muove per **propulsione a getto**, un meccanismo che rappresenta un perfetto esempio di sistema a massa variabile: la massa del sistema cambia nel tempo a causa dell'espulsione di acqua attraverso il sifone.

Fase 1 — Accumulo

Il polpo riempie la cavità del mantello con acqua di mare, **aumentando la propria massa totale**. La quantità di moto del sistema è inizialmente nulla (sistema a riposo)

Fase 2 — Espulsione

Il polpo contrae i muscoli del mantello ed **espelle l'acqua ad alta velocità** attraverso il sifone. Per conservazione della quantità di moto, il polpo acquista velocità nella direzione opposta.

Equazione Cardinale della Meccanica

Forma Fondamentale

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Equazione cardinale della meccanica traslazionale.

Significato Fisico

La forza applicata a un corpo è uguale alla variazione della sua quantità di moto nell'unità di tempo. Questa formulazione è più generale di $\vec{F} = m\vec{a}$ perché vale anche quando la massa varia.

IMPULSO

Impulso di una Forza

Dall'equazione cardinale si ricava il concetto di **impulso**:

$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t$$

Le unità di misura dell'impulso:

$$[I] = N \cdot s = kg \frac{m}{s^2} \cdot s = kg \frac{m}{s}$$



L'impulso ha le stesse dimensioni della quantità di moto: $[I] = kg\,m/s$.

Teorema dell'Impulso

$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$$

L'impulso di una forza è uguale alla variazione della quantità di moto. La forza considerata è la *forza media* nell'intervallo Δt in cui è applicata.



Cosa Succede in un Sistema Isolato?

Un **sistema isolato** è un sistema in cui non agiscono forze esterne agli elementi che lo costituiscono.

II Legge di Newton

Ogni elemento del sistema subisce solo forze interne da parte degli altri elementi.

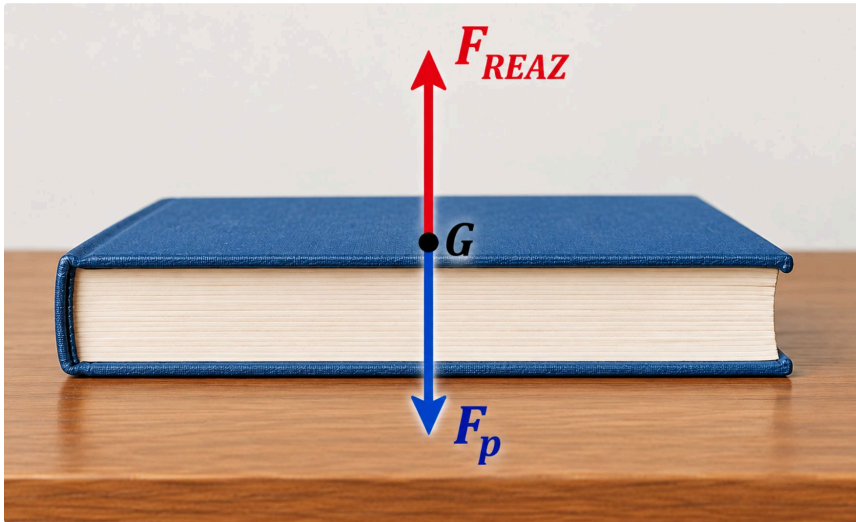
III Legge di Newton

Le forze interne sono a coppie uguali e opposte: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Conseguenza

La risultante delle forze interne è sempre nulla: $\vec{F}_{\text{INT}}^{\text{RIS}} = \vec{0}$.

Esempio: Libro sul Tavolo come sistema isolato



Analisi delle Forze

In questo caso il sistema è rappresentato da: **Libro + Tavolo**

$$\vec{F}_P = -\vec{F}_{\text{REAZIONE}}$$

$$\underbrace{\vec{F}_P + \vec{F}_{\text{reaz.}}}_{=\vec{0}}$$

La risultante delle forze interne è zero. Vale sempre, qualunque sia il numero di elementi del sistema.

Conservazione della Quantità di Moto

Se il sistema è isolato, cioè

$$\vec{F}_{int}^{ris} = \vec{0} \Rightarrow \frac{\Delta \vec{P}_{tot}}{\Delta t} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_{tot} = \text{const} \Rightarrow \vec{P}_{in} = \vec{P}_{fin}$$

=

✓ In un sistema isolato la quantità di moto totale si conserva.

$$\boxed{\vec{P}_{in} = \vec{P}_{fin}}$$

La quantità di moto iniziale è uguale a quella finale: la variazione totale è nulla.

Se consideriamo 2 particelle in un Sistema Isolato

Conservazione della q.d.m.

Per due particelle A e B:

$$m_A \vec{V}_{A,in} + m_B \vec{V}_{B,in} = m_A \vec{V}_{A,fin} + m_B \vec{V}_{B,fin}$$

Valida per le componenti **x** e **y** separatamente.



Urti e Collisioni

Gli urti sono interazioni brevi tra corpi durante le quali si conserva la quantità di moto.

Si classificano in due categorie principali:

Classificazione degli Urti

Urto Elastico

I corpi si separano dopo la collisione con velocità differenti. Si conservano sia la **quantità di moto** che l'**energia cinetica**.

Urto Anelastico

I corpi rimangono uniti dopo la collisione e procedono con la stessa velocità. Si conserva la **quantità di moto** ma **non** l'energia cinetica.

URTO ELASTICO

Leggi di Conservazione nell'Urto Elastico

Dopo la collisione i sistemi si separano con velocità differenti. Valgono entrambe le conservazioni:

$$\begin{cases} \vec{P}_N = \vec{P}_{FN} \\ K_N = K_{FN} \end{cases}$$

URTO ANELASTICO

Leggi di Conservazione nell'Urto Anelastico

Dopo la collisione i sistemi rimangono **uniti** e procedono con la stessa velocità finale:

$$\begin{cases} \vec{P}_N = \vec{P}_{FN} \\ K_N \neq K_{FN} \end{cases}$$

⚠ L'energia cinetica **non si conserva**: parte di essa viene dissipata in calore, deformazione o suono.

Equazioni dell'Urto Elastico

Il sistema di equazioni per l'urto elastico tra due corpi A e B:

$$\begin{cases} M_A \vec{v}_{A,in} + M_B \vec{v}_{B,in} = M_A \vec{v}_{A,fin} + M_B \vec{v}_{B,fin} \\ \frac{1}{2} M_A v_{A,in}^2 + \frac{1}{2} M_B v_{B,in}^2 = \frac{1}{2} M_A v_{A,fin}^2 + \frac{1}{2} M_B v_{B,fin}^2 \end{cases}$$

Velocità Finali nell'Urto Elastico

Risolvendo il sistema si ottengono le velocità finali dei due corpi:

$$\vec{v}_{A,fin} = \left(\frac{M_A - M_B}{M_A + M_B} \right) \vec{v}_{A,in} + \frac{2M_B}{M_A + M_B} \vec{v}_{B,in}$$

$$\vec{v}_{B,fin} = \frac{2M_A}{M_A + M_B} \vec{v}_{A,in} + \left(\frac{M_B - M_A}{M_A + M_B} \right) \vec{v}_{B,in}$$

📌 Queste formule valgono **solo per urti elastici** (conservazione di q.d.m. e K).

CASO LIMITE

Esempio: Pullman vs. Auto — $M_A \gg M_B$



Quando $M_A \gg M_B$ (pullman molto più pesante dell'auto), le formule si semplificano notevolmente.

$$N_{A,FIN} = \left(\frac{M_A - M_B}{M_A + M_B} \right) N_{A,IN} + \frac{2M_B}{M_A + M_B} N_{B,IN} = N_{A,IN}$$

$$N_{B,FIN} = \frac{2M_A}{M_A + M_B} N_{A,IN} + \left(\frac{M_B - M_A}{M_A + M_B} \right) N_{B,IN} = 2N_{B,IN}$$

$$M_A \gg M_B$$

$$\text{se } M_A \gg M_B$$

$$N_{A,FIN} = N_{A,IN}$$

$$N_{B,FIN} = 2N_{B,IN}$$

Semplificazione per $M_A \gg M_B$

Limite $M_A \gg M_B$

Il corpo pesante non cambia velocità:

$$\vec{v}_{A,F} \approx \vec{v}_{A,I}$$

Il corpo leggero acquista:

$$v_{B,F} = 2v_{A,I} - v_{B,I}$$

Interpretazione

Il pullman (massa enorme) prosegue praticamente indisturbato. L'auto (massa piccola) rimbalza con una velocità che dipende dalla velocità iniziale di entrambi i corpi.



Valido **solo per urto elastico!**

ESERCIZI

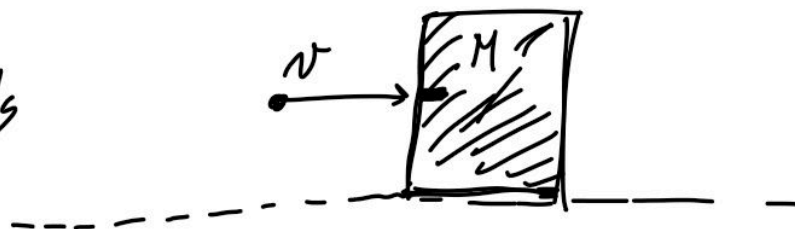
Esercizi (Tommasi)



Esercizio #659

$$m = 60g \quad v = 240 \text{ m/s}$$

$$M = 420g$$



v_{Block} :

A)	60	m/s
B)	50	"
C)	40	"
D)	30	"
E)	20	"

URTO ANELASTICO:

$$P_{\text{IN}} = P_{\text{FIN}}$$

$$mv = (M+m)v_{\text{FIN}} = Mv_{\text{FIN}} + mv_{\text{FIN}}$$

$$v_{\text{FIN}} = \frac{mv}{(M+m)} = \frac{60 \cdot 10^{-3} \cdot 240}{(420+60) \cdot 10^{-3}} = \frac{60 \cdot 240}{480} = 30 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{FIN}} = 30 \text{ m/s}$$

D) ✓

Esercizio # 667

$$m_1 = m_2 = m ; \quad v_1 = 15 \text{ m/s} ; \quad v_2 = 45 \text{ m/s}$$

v_1' e v_2' urto elastico:

A)	$v_1' = 30 \text{ m/s}$	$v_2' = 30 \text{ m/s}$
B)	15 "	45 "
C)	25 "	35 "
D)	45 "	15 "
E)	35 "	25 "

Urto elastico:

$$\begin{cases} v_{A,FIN} = \frac{(m_A - m_B)}{m_A + m_B} \cdot v_{A,IN} + \frac{2m_B}{m_A + m_B} v_{B,IN} \\ v_{B,FIN} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} \cdot v_{A,IN} + \frac{(m_B - m_A)}{m_A + m_B} v_{B,IN} \end{cases}$$

$$m_A = m_B = m$$

$$\begin{cases} v_{A,FIN} = v_{B,IN} \\ v_{B,FIN} = v_{A,IN} \end{cases}$$

A partire di massa e velocità si scambiano le velocità

$$v_{A,FIN} = 45 \text{ m/s}$$

$$v_{B,FIN} = 15 \text{ m/s}$$

D) ✓

Esercizio # 663

$$m \quad v = 250 \text{ m/s}$$

$$M \quad V = 50 \text{ m/s}$$

urto elastico



$$m \ll M$$

$$v'; v' = v$$

$v' \text{ (m/s)}$	$v' \text{ (m/s)}$
100	25
250	50
350	50
200	25
150	50

$$\begin{cases} v_{A,FIN} = \frac{(M_A - M_B)}{M_A + M_B} v_{A,IN} + \frac{2M_B}{M_A + M_B} v_{B,IN} \\ v_{B,FIN} = \frac{2M_A}{M_A + M_B} v_{A,IN} + \frac{(M_B - M_A)}{M_A + M_B} v_{B,IN} \end{cases}$$

$$\begin{matrix} M_A < M_B \\ m & M \end{matrix}$$

$$\begin{cases} v_{A,FIN} = - \frac{M_B}{M_A} v_{A,IN} + 2v_{B,IN} \\ v_{B,FIN} = v_{B,IN} \end{cases} \quad \rightarrow \rightarrow$$

$$\begin{aligned} v_{A,FIN} &= -250 + 100 = -150 \text{ m/s} \\ v_{B,FIN} &= 50 = 50 \text{ m/s} \end{aligned}$$

E)

Riepilogo: Quantità di Moto

01

Definizione

$\vec{p} = m\vec{v}$ — grandezza vettoriale parallela alla velocità.

03

Impulso

$\vec{I} = \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$ — teorema dell'impulso.

02

II Legge di Newton (forma generale)

$\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t$ — valida anche per massa variabile.

04

Conservazione

In un sistema isolato: $\vec{P}_{TOT} = \text{cost.}$

APPLICAZIONI

Applicazioni della Conservazione della Q.d.M.



Propulsione a Razzo

I gas espulsi verso il basso imprimono al razzo una quantità di moto verso l'alto (massa variabile).



Biliardo

Urto elastico tra sfere di massa uguale: scambio completo di velocità.



Sicurezza Stradale

Gli airbag aumentano Δt riducendo la forza d'impatto pur conservando l'impulso.

SCHEMA GENERALE

Dalla II Legge di Newton alla Conservazione

1

II Legge di Newton

$$\vec{F} = d\vec{p}/dt$$

2

Sistema Isolato

$$\vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

3

Conservazione

$$\vec{P}_{TOT} = \text{cost.}$$

Riepilogo

Grandezza	Formula	Note
Quantità di moto	$\vec{p} = m\vec{v}$	Vettoriale, parallela a v
II Legge (generale)	$\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t$	Anche per m variabile
Impulso	$\vec{I} = \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$	Unità: kg·m/s
Conservazione	$\vec{P}_{TOT} = \text{cost.}$	Solo sistema isolato
Urto anelastico	$v_F = mv_i/(m + M)$	B inizialmente fermo