

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TERAMO

Fisica

Medicina Veterinaria — Semestre Aperto
2026

Prof. Francesco de Pasquale

Lezioni 29 e 30

Outline

Lezione 29

- Fluidi in movimento (idrodinamica): concetti di flusso e portata
- Distinzione tra moto stazionario e turbolento, con attenzione particolare al moto laminare

Lezione 30

- Equazione di continuità e conservazione della massa nei fluidi ideali
- Teorema di Bernoulli



Fluidodinamica $\vec{v} \neq \vec{0}$

Studio dei fluidi in movimento

Ipotesi di Fluido Ideale

1

1. Densità costante (incomprimibile)

$\rho_F = \text{cost.}$ in tutto il fluido e pertanto il fluido è incomprimibile

2

2. Non viscoso ($\eta = 0$)

Nessuna resistenza interna al moto del fluido

3

3. Moto laminare

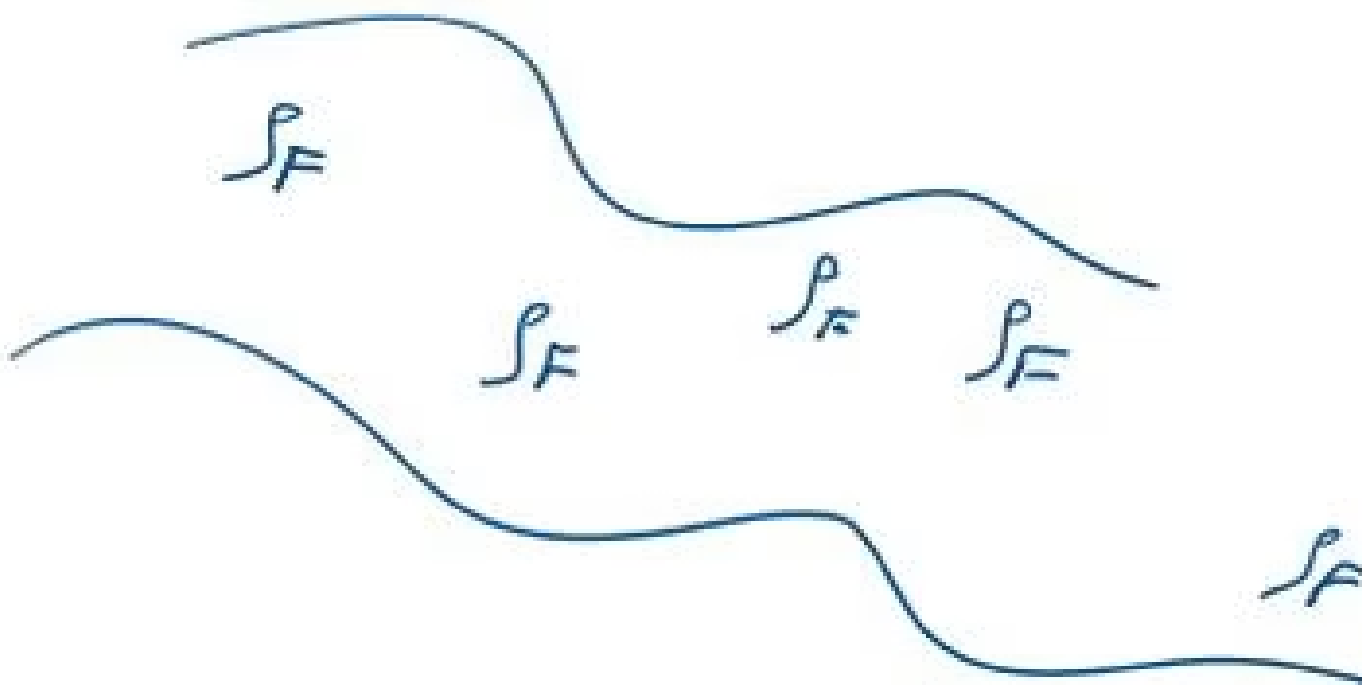
Le linee di flusso sono parallele e ordinate (no turbolenza)

4

4. Moto Irrotazionale

Le molecole non ruotano attorno al proprio baricentro

Ipotesi 1: Densità Costante



In un fluido ideale la densità ρ_F è uniforme in ogni punto del fluido, indipendentemente dalla posizione o dalla pressione locale. La densità costante implica che il **fluido sia incompressibile**. Questa ipotesi semplifica notevolmente le equazioni del moto.

Ipotesi 2: Non viscoso

La **viscosità** η è la proprietà del fluido che misura la sua resistenza a essere messo in movimento. Dal punto di vista microscopico la viscosità è legata all'attrito tra le molecole del fluido. Quando il fluido è fatto scorrere dentro una tubatura, le particelle che compongono il fluido generalmente si muovono più velocemente sull'asse della tubatura e più lentamente vicino alle sue pareti; per questa ragione uno sforzo che si traduce in una differenza di pressione è necessario per contrastare l'attrito tra gli strati di particelle e mettere in movimento il fluido. Lo sforzo percepito dal fluido è proporzionale alla sua viscosità.

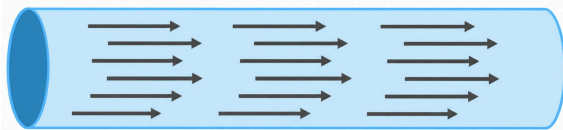
❗ Nella realtà tutti i fluidi hanno una viscosità non nulla (es. acqua, sangue, olio). Il modello ideale è un'approssimazione utile.



Ipotesi 2 Moto Laminare



MOTO LAMINARE



MOTO TURBOLENTO



Nel **moto laminare** le linee di flusso sono parallele e la velocità è costante in ogni sezione: $\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2 = \vec{v}_{cost}$. Nel moto turbolento le linee si incrociano e la velocità varia.

Moto Laminare vs Turbolento



L'esempio della sigaretta illustra perfettamente la transizione: vicino alla fonte il fumo sale in modo ordinato (**regime laminare stazionario**), poi diventa caotico (**regime turbolento**).

Ipotesi 4: Moto Irrotazionale



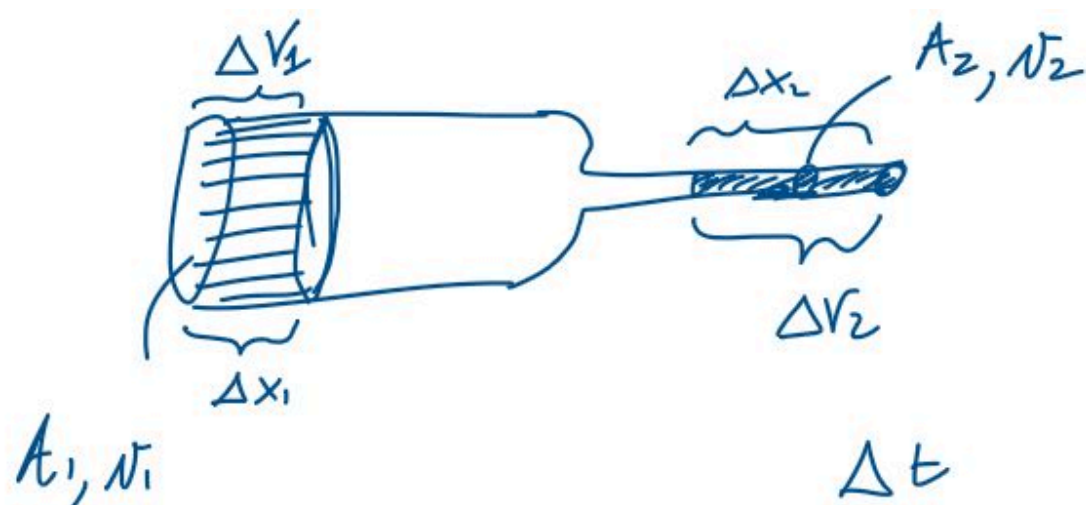
In un moto irrotazionale le molecole di fluido **non possono ruotare attorno al proprio baricentro**. Possono traslare e deformarsi, ma non compiere rotazioni proprie. Al contrario nell'immagine, in una giostra panoramica le cabine ruotano anche intorno al loro asse

Equazione di Continuità



Equazione di Continuità (dimostrazione)

dato un fluido ideale in movimento in un condotto con due sezioni e altezze differenti:



Fluido ideale $\Rightarrow$ incompressibile $\Rightarrow \Delta V_1 = \Delta V_2$

A_1



$$\Delta V_1 = A_1 \Delta x_1 = \Delta V_2 = A_2 \Delta x_2$$

Se il fluido si muove $v \Rightarrow \Delta x_1 = v_1 \Delta t$
in un Δt $\Delta x_2 = v_2 \Delta t$

$$A_1 v_1 \cancel{\Delta t} = A_2 v_2 \cancel{\Delta t}$$

EQ^{NE} DI CONTINUITÀ

$$\underbrace{A_1 v_1}_{Q} = A_2 v_2$$

$Q = \text{Portata di un fluido}$

$$Q_1 = Q_2 = \text{cost.}$$

$$[Q] = [A][v] = \text{m}^2 \cdot \text{m/s} = \text{m}^3/\text{s}$$

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2$$

Equazione di Continuità (Appunti)

Passaggi principali:

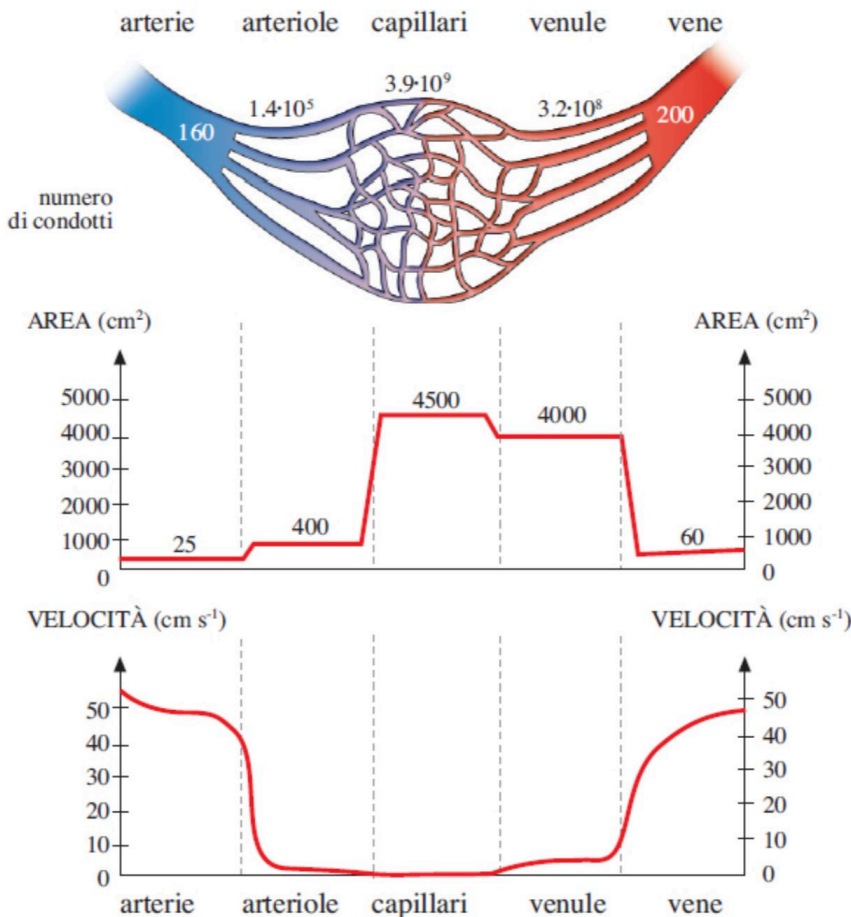
$$\begin{aligned}\Delta V_1 = \Delta V_2 &\Rightarrow A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2 \\ \text{se } \Delta x_1 = v_1 \Delta t &\Rightarrow A_1 v_1 \Delta t = A_2 v_2 \Delta t\end{aligned}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$Av = \text{cost.}$$

- ✔ Questa è la legge di **conservazione della portata**: la portata volumetrica $Q = Av$ si conserva lungo un tubo a flusso stazionario.

Applicazione: Il circuito idrodinamico del sangue



Applicando $Av = \text{cost.}$ alla circolazione sanguigna: l'area totale aumenta enormemente dai capillari (4500 cm²) rispetto alle arterie (25 cm²), quindi la velocità scende quasi a zero nei capillari, favorendo gli scambi metabolici.

Vaso	Area (cm ²)	Velocità (cm/s)
Arterie	25	~45
Arteriole	400	~1
Capillari	4500	~0
Venule	4000	~1
Vene	60	~45

Esempio: Sezione di un fluido che diminuisce

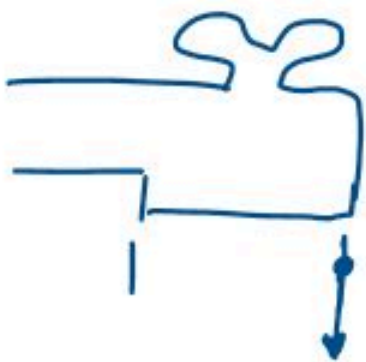
Come mai il flusso d'acqua che esce da un rubinetto si stringe, i.e. la sezione diminuisce man mano che l'acqua scende?



L'acqua che cade da un rubinetto accelera per gravità: $|v| = gt$ aumenta nel tempo. Per conservare la portata ($Av = \text{cost.}$), se $v \nearrow$ allora $A \searrow$: il getto si restringe.

$$v = gt \quad \Rightarrow \quad |v| \nearrow \quad \Rightarrow \quad A \searrow$$

Dimostrazione:



$$\begin{aligned} & v_0 \\ & \downarrow \\ & v = v_0 + at \\ & = v_0 - gt \end{aligned}$$

$$v = -gt \quad \Leftarrow$$

Su ogni molecola di H_2O
agisce la $\vec{F}_p \Rightarrow$ moto uniformemente
accelerato
 $\Downarrow$

$$(\vec{a} = \vec{g})$$

Supponiamo che $v_0 = 0$

Ora per l'eq^{re} di continuità:

$$Av = \text{cost.}$$

Se v aumenta $\Rightarrow A$ diminuisce
per mantenere
costante $Av = \text{cost.}$

$$v \nearrow \quad A \searrow$$

Esempio: Siringa

La siringa è un esempio pratico dell'**equazione di continuità**: il pistone ha una sezione molto più grande dell'ago, quindi il fluido accelera enormemente all'uscita.

Dati del problema

Pistone

$$d_1 = 1 \text{ cm}$$

$$r_1 = 0,5 \text{ cm}$$

$$A_1 = \pi r_1^2 \approx 0,785 \text{ cm}^2$$

$$v_1 = 0,2 \text{ cm/s}$$

Ago

$$d_2 = 0,5 \text{ mm} = 0,05 \text{ cm}$$

$$r_2 = 0,025 \text{ cm}$$

$$A_2 = \pi r_2^2 \approx 1,96 \times 10^{-3} \text{ cm}^2$$

Equazione di continuità

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow$$

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot v_1 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot v_1 = \left(\frac{10}{0,5}\right)^2 \cdot 0,2 = 400 \cdot 0,2 = 80 \text{ cm/s}$$

La velocità all'ago è **400 volte** quella del pistone. La portata volumetrica si conserva:

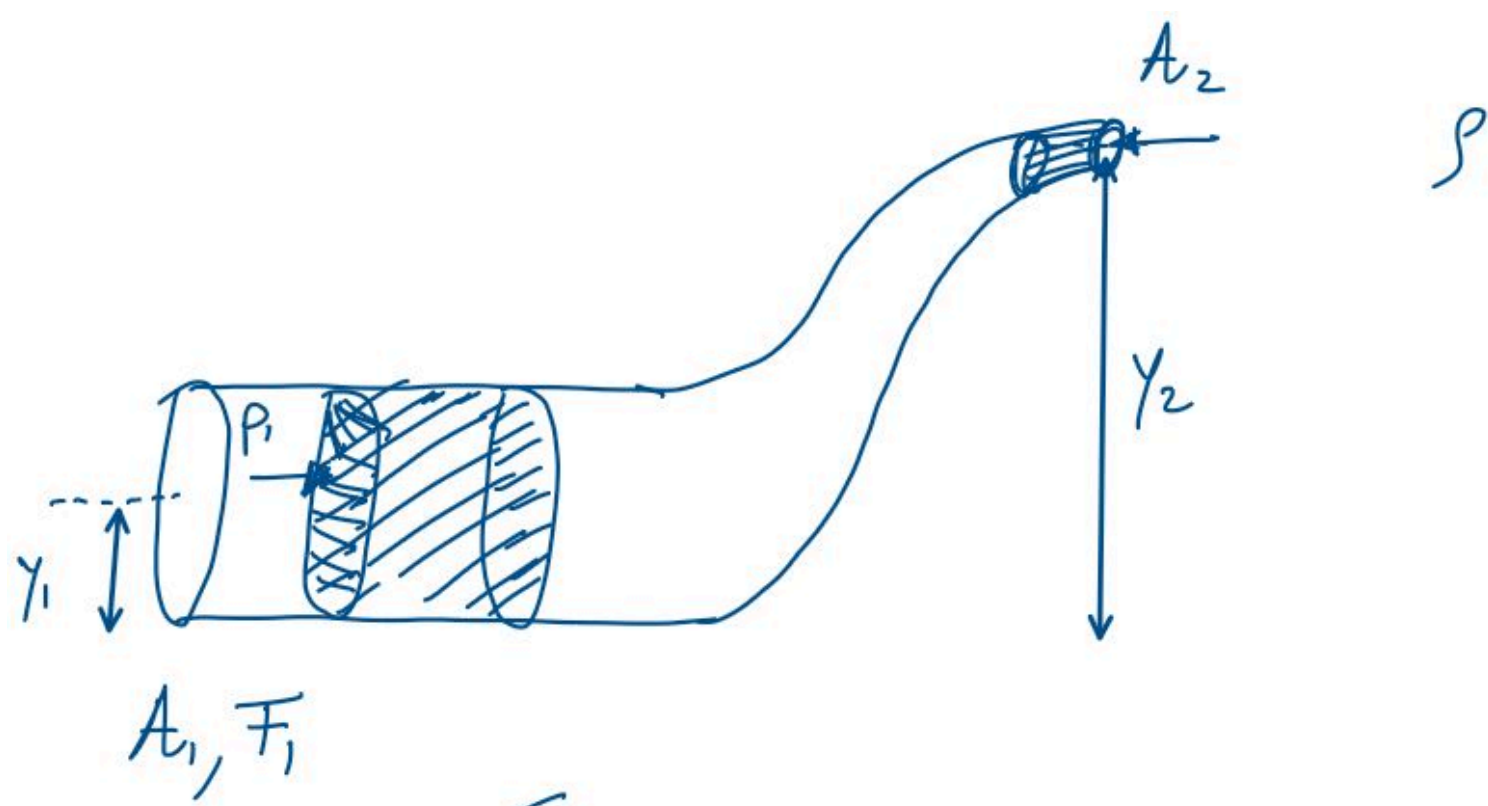
$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 \approx 0,157 \text{ cm}^3/\text{s}$$

✔ **Nota clinica:** Questa amplificazione della velocità è fondamentale in medicina: permette di iniettare farmaci con precisione anche con una spinta lenta e controllata del pistone. La pressione dinamica aumenta all'ago (Bernoulli), garantendo la penetrazione nel tessuto.



Teorema di Bernoulli

Un fluido scorre in un condotto con sezione e altezza variabili. Nella sezione sinistra: area **A₁**, pressione **P₁**, velocità **v₁**, altezza **h₁**. Nella sezione destra: area **A₂**, pressione **P₂**, velocità **v₂**, altezza **h₂**. Agiscono le forze di pressione **F₁** e **F₂** e la forza peso.



Teorema Energia cinetica

$$L_1 + L_2 + L_{Fp} = \Delta K$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 ; \quad L = F \Delta s \cos \theta$$

$$L_1 = F_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \underbrace{\cos 0^\circ}_1 = F_1 \Delta x_1$$

$$L_2 = F_2 \cdot \Delta x_2 \cdot \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1} = -F_2 \Delta x_2$$

L_{Fp} variazione di altezza $h = (y_2 - y_1)$

$$L_{Fp} = -mg(y_2 - y_1)$$

$$F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2 - mg(y_2 - y_1) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

↓

$$(P_1 A_1) \Delta x_1 - (P_2 A_2) \Delta x_2 - \rho \Delta V g (y_2 - y_1) = \frac{1}{2} \rho \Delta V v_2^2 - \frac{1}{2} \rho \Delta V v_1^2$$

Dal momento che il fluido è incomprimibile $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

$$\underbrace{P_1 (A_1 \Delta x_1)}_{\substack{\Delta V_1 \\ \parallel \\ \cancel{\Delta V}}} - \underbrace{P_2 (A_2 \Delta x_2)}_{\substack{\Delta V_2 \\ \parallel \\ \cancel{\Delta V}}} - \rho \cancel{\Delta V} g (y_2 - y_1) = \frac{1}{2} \rho \cancel{\Delta V} v_2^2 - \frac{1}{2} \rho \cancel{\Delta V} v_1^2$$

$$P_1 - P_2 - \rho g (y_2 - y_1) = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Dimostrazione (appunti)

Schema: Th. en cinetica: Lavoro fatto da forze di pressione F_1 ed F_2 + lavoro fatto da mg = Delta K

Teorema di Bernoulli

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}$$

La somma di pressione, energia potenziale per unità di volume ed energia cinetica per unità di volume si conserva lungo una linea di flusso in un fluido ideale.

Caso particolare 1: Stevino ($\vec{v} = \vec{0}$)

Se poniamo $v = 0$ nell'equazione di Bernoulli, il termine cinetico scompare e si ottiene:

$$p + \rho gh = \text{costante}$$

✔ Questa è la **legge di Stevino** vista in precedenza!

Caso particolare 2: Effetto Venturi

Nel caso in cui l'altezza del fluido non varia $h_1 = h_2$ e quindi $h = 0$ l'equazione diventa:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

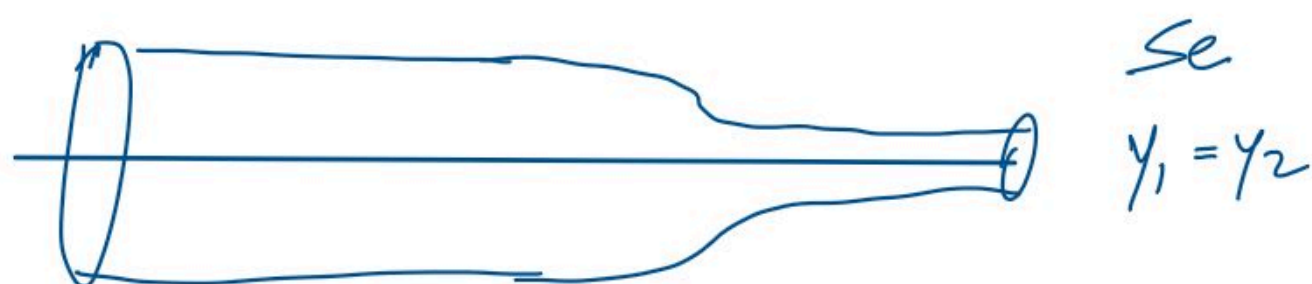
e quindi

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{cost.}$$

✔ Questo è l'**Effetto Venturi**: in un restringimento di sezione la pressione cala.

dimostrazione:

$$2^{\circ} \text{ caso}) \quad P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$



$$\Rightarrow \boxed{P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2}$$

Effetto Venturi

↳ In un condotto in cui la sezione diminuisce la velocità aumenta e la pressione diminuisce

$$\text{eq. continuità} \quad A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\text{Bernoulli (} y_1 = y_2 \text{)} \quad P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$



$$\text{Se } A_1 \gg A_2 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$



$$v_1 \ll v_2$$

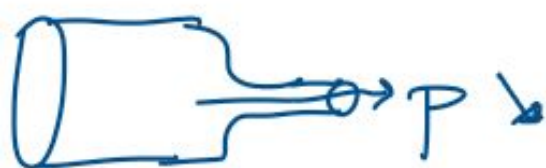
ma allora

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\text{Se } v_1 \ll v_2 \Rightarrow P_1 \gg P_2$$

In un restringimento $\Rightarrow v_2 \nearrow$

$P_2 \searrow$



Esercizi (Tommasi)

Esercizio # 895

$15 \cdot 10^6 \text{ L}$ ogni 10 min quanto vale Q :

- A) $2,5 \text{ m}^3/\text{s}$
- B) $150 \text{ m}^3/\text{s}$
- C) $25 \text{ m}^3/\text{s} \leftarrow$
- D) $600 \text{ m}^3/\text{s}$
- E) $1,5 \text{ m}^3/\text{s}$

$$Q = AV = \text{cost.} \quad [Q] = \text{m}^3/\text{s}$$

$$Q = 15 \cdot 10^6 \underbrace{\left(1 \text{ dm}^3\right)}_{\text{L}} / (10 \cdot 60 \text{ s})$$

$$= 15 \cdot 10^6 \left(10^{-1} \text{ m}\right)^3 \frac{1}{(6 \cdot 10^2 \text{ s})} = \frac{15 \cancel{10^6} \cancel{10^3} \text{ m}^3}{6 \cancel{10^2} \text{ s}}$$

$$= \frac{150}{6} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = 25 \text{ m}^3/\text{s}$$

C) ✓

Riepilogo

Fluidodinamica

- Studio dei fluidi in movimento ($v \neq 0$)
- Obiettivo: descrivere velocità, pressione e portata lungo un condotto

Ipotesi di Fluido Ideale

- Incomprimibile:
 $\rho_F = \text{cost.}$
- Non viscoso: $\eta = 0$
- Moto laminare: linee di flusso parallele, no turbolenza
- Moto irrotazionale: le molecole non ruotano attorno al proprio baricentro

Equazione di Continuità

- Dalla conservazione della massa:
 $A_1 v_1 = A_2 v_2$
- Portata volumetrica:
 $Q = Av = \text{cost.}$
- Se la sezione diminuisce $\rightarrow$ la velocità aumenta
- Applicazioni: sangue nei capillari ($A_{cap} = 4500 \text{ cm}^2 \rightarrow v \approx 0$), getto del rubinetto, siringa (rapporto aree = 400 $\rightarrow v_{ago} = 400 \cdot v_{pistone}$)

Teorema di Bernoulli

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{cost.}$$

- Conservazione dell'energia per fluidi ideali:
- Tre contributi: pressione statica p , energia potenziale ρgh , energia cinetica $\frac{1}{2} \rho v^2$

Casi Particolari di Bernoulli

- Fluido fermo ($v = 0$) $\rightarrow$ Legge di Stevino: $p + \rho gh = \text{cost.}$
- Stessa quota ($h_1 = h_2$) $\rightarrow$ Effetto Venturi: $p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{cost.} \rightarrow$ dove $v \uparrow$, $p \downarrow$
- Applicazione: portanza alare (superficie superiore più veloce $\rightarrow$ pressione minore $\rightarrow$ forza verso l'alto)

- ✔ La fluidodinamica ideale si basa su due leggi fondamentali: l'equazione di continuità (conservazione della massa) e il teorema di Bernoulli (conservazione dell'energia).

Domande di Autovalutazione

Fluido Ideale

1. Quali sono le 4 ipotesi del fluido ideale? Enunciale tutte e spiega cosa implica ciascuna fisicamente.
2. Cosa significa che un fluido è "non viscoso" ($\eta = 0$)? Perché si tratta di un'approssimazione e non di una realtà fisica?
3. Qual è la differenza tra moto laminare e moto turbolento? Fai un esempio pratico per ciascuno.

Equazione di Continuità

4. Enuncia l'equazione di continuità e scrivi la formula. Da quale principio di conservazione deriva?
5. Perché il sangue scorre molto più lentamente nei capillari rispetto alle arterie, pur avendo la stessa portata? Usa i dati: $A_{\text{arterie}} = 25 \text{ cm}^2$, $A_{\text{capillari}} = 4500 \text{ cm}^2$.
6. Perché il getto d'acqua che cade da un rubinetto si restringe verso il basso? Quale legge entra in gioco?
7. In una siringa con $d_{\text{pistone}} = 1 \text{ cm}$ e $d_{\text{ago}} = 0,5 \text{ mm}$, di quanto è amplificata la velocità all'ago rispetto al pistone?

Teorema di Bernoulli

8. Enuncia il teorema di Bernoulli e scrivi la formula completa. Quali tre forme di energia descrive?
9. Come si ricava la legge di Stevino dal teorema di Bernoulli? Quale condizione bisogna imporre?
10. Cos'è l'effetto Venturi? Scrivi la formula semplificata e spiega perché la pressione diminuisce dove la velocità aumenta.
11. Come spiega Bernoulli la portanza di un'ala? Descrivi cosa succede sopra e sotto l'ala.

Applicazioni Cliniche

12. Cosa succede alla pressione e alla velocità del sangue in una zona di stenosi? Qual è il rischio clinico?
13. Cosa succede in un aneurisma? Perché la pressione aumenta nella zona dilatata?
14. Qual è la differenza fisica fondamentale tra stenosi e aneurisma in termini di A , v e P ?