



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TERAMO

Fisica

Medicina Veterinaria — Semestre
Aperto 2026

Prof. Francesco de Pasquale

Lezioni 38 e 39

Outline

Lezione 38

- Principi di sovrapposizione e interferenza (Onde stazionarie)
- Esercizi

Lezione 39

- Energia trasportata dalle onde: concetto di energia associata a un'onda meccanica.
- Potenza trasportata da un'onda in un mezzo elastico.
- Intensità dell'onda come quantità fisica misurabile, legata all'energia trasportata per unità di area e di tempo.
- Legge dell'inverso del quadrato della distanza.

Onde Stazionarie

Un'onda stazionaria si forma quando due onde di uguale frequenza e ampiezza viaggiano in **direzioni opposte** nello stesso mezzo. L'onda incidente viene riflessa all'estremità fissa e si sovrappone a sé stessa, generando un pattern stabile con **nodi** (punti fermi) e **ventri** (punti di massima oscillazione).

$$y_{stat}(x, t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

Condizioni per l'Onda Stazionaria (due estremita' fisse)

1. Condizione ai bordi

Le estremità fisse devono coincidere con **nodi**: lo spostamento è nullo in $x = 0$ e $x = L$ per ogni istante.

Quindi $\sin(kL) = 0 \Rightarrow kL = n\pi \Rightarrow 2\pi/\lambda \cdot L = n\pi$

da cui

2. Condizione sulla lunghezza d'onda

Il percorso di andata e ritorno ($2L$) deve essere un multiplo intero di λ :

$$n\lambda = 2L \iff \lambda = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Frequenze di Risonanza e Serie Armonica

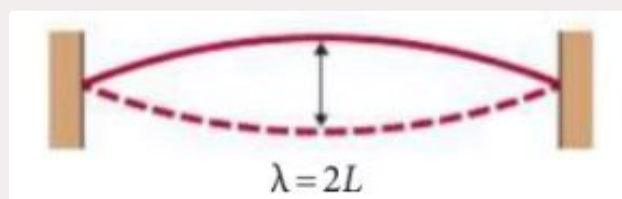
Le **frequenze di risonanza** (o armoniche) corrispondenti alle lunghezze d'onda permesse sono:

$$f_n = \frac{v}{\lambda} \text{ ora se } \lambda = \frac{2L}{n} \Rightarrow f_n = n \frac{v}{2L}$$

Ogni frequenza è un multiplo intero della **frequenza fondamentale** ($n = 1$). L'insieme di tutte le frequenze permesse forma la **serie armonica**.

$n = 1$ — Fondamentale

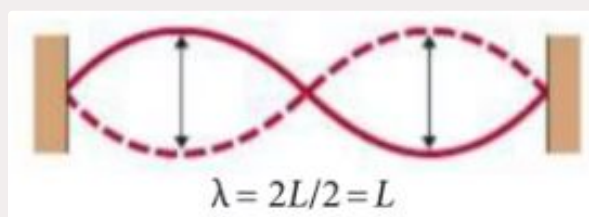
1 ventre, 2 nodi alle estremità



Frequenza: $f_1 = v/2L$

$n = 2$ — 2^a Armonica

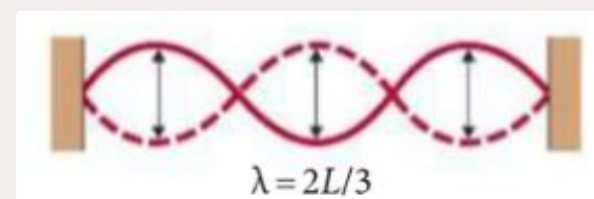
2 ventri, 1 nodo centrale



Frequenza: $f_2 = 2f_1$

$n = 3$ — 3^a Armonica

3 ventri, 2 nodi interni



Frequenza: $f_3 = 3f_1$

Onde Stazionarie — Estremità Mista (un'estremità fissa, una libera)

Quando un'estremità è **fissa** (nodo) e l'altra è **libera** (ventre), le condizioni al contorno cambiano: l'estremità fissa deve coincidere con un **nodo** e l'estremità libera con un **ventre**. Questo vincolo impone che la lunghezza L contenga un numero **dispari** di quarti di lunghezza d'onda.

Condizione ai Bordi (un nodo, un ventre)

1. Condizione sulla lunghezza

La lunghezza L deve contenere un numero dispari di $\lambda/4$:

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda}{4} \iff \lambda = \frac{4L}{2n - 1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

2. Solo armoniche dispari

Poiché solo i valori dispari $(2n - 1)$ soddisfano le condizioni al contorno, le **armoniche pari sono assenti**.

Le frequenze di risonanza sono:

$$f_n = (2n - 1) \frac{v}{4L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Serie Armonica — Prime Tre Modalità

$n = 1$ — Fondamentale

1 ventre, 1 nodo

$$\lambda_1 = 4L$$

$$f_1 = \frac{v}{4L}$$

$n = 2$ — 3^a Armonica (1° sovratono)

2 ventri, 2 nodi

$$\lambda_3 = \frac{4L}{3}$$

$$f_3 = \frac{3v}{4L} = 3f_1$$

Solo armoniche dispari!

$n = 3$ — 5^a Armonica (2° sovratono)

3 ventri, 3 nodi

$$\lambda_5 = \frac{4L}{5}$$

$$f_5 = \frac{5v}{4L} = 5f_1$$

❏ Solo le armoniche dispari ($n = 1, 3, 5, \dots$) sono permesse — le armoniche pari sono assenti. Esempio fisico: tubo chiuso da un lato (come la trachea di alcuni animali).

Applicazione veterinaria

Risonanza nei Tratti Vocali



Il **tratto vocale** di cani, gatti e cavalli funziona come una cavità risonante. Le frequenze che soddisfano le condizioni di risonanza vengono amplificate, determinando il **timbro caratteristico** di ogni specie e individuo.

L'analisi spettroacustica delle vocalizzazioni è usata in etologia clinica per valutare lo stato emotivo degli animali.

Energia e Intensità

Quanto energia trasporta un'onda?

Dal momento che un'onda meccanica rappresenta la propagazione di oscillazioni armoniche attraverso un mezzo elastico, consideriamo l'energia trasportata da un oscillatore armonico

Energie transportée de l'onde

Oscillateur harmonique



$$E_{\text{Pot. El.}} = ?$$

$$E_{\text{Pot. El.}} \rightarrow \Delta F \rightarrow \Delta U = \vec{F} \cdot \vec{\Delta s} = F \Delta s \cos \theta$$

$$\begin{aligned} -Kx \Delta x &= -Kx (x_f - x_0) \\ &= -K \left(\frac{x_0 + x_f}{2} \right) \left(\frac{x_f - x_0}{2} \right) \end{aligned}$$

$(x_0 = 0)$

$$= - \left[\frac{1}{2} K x^2 \right]$$

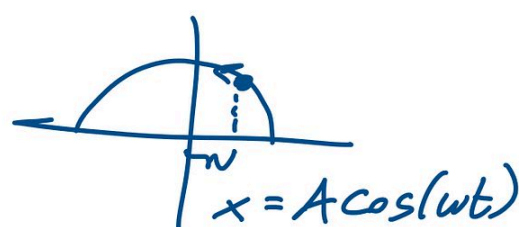
$$E_{\text{Pot. El.}} = \frac{1}{2} K x^2$$

$$\Delta U + \Delta K = 0$$

$$U_0 + K_0 = U_f + K_f$$

$$\frac{1}{2} K x^2 + \frac{1}{2} m v^2 = 0$$

$$x = A \cos(\omega t)$$



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -\omega A \sin(\omega t)$$

$$\frac{1}{2} K A^2 \cos^2(\omega t) + \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t) = E_{\text{TOT}}$$

$$m \quad K; m$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (\omega = 2\pi f)$$

$$\omega^2 = \frac{K}{m} \quad K = m \omega^2$$

$$\frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t) + \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t) = E_{\text{TOT}}$$

$$\frac{1}{2} m \omega^2 A^2 (\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)) = E_{\text{TOT}}$$

1

$$E_{\text{TOT}} = \frac{1}{2} \underbrace{m \omega^2}_K A^2 = \frac{1}{2} K A^2$$

Energia di un'Onda Meccanica

L'energia totale di un'onda meccanica è la somma di energia cinetica e potenziale:

$$E_M = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

Proporzionale a A^2

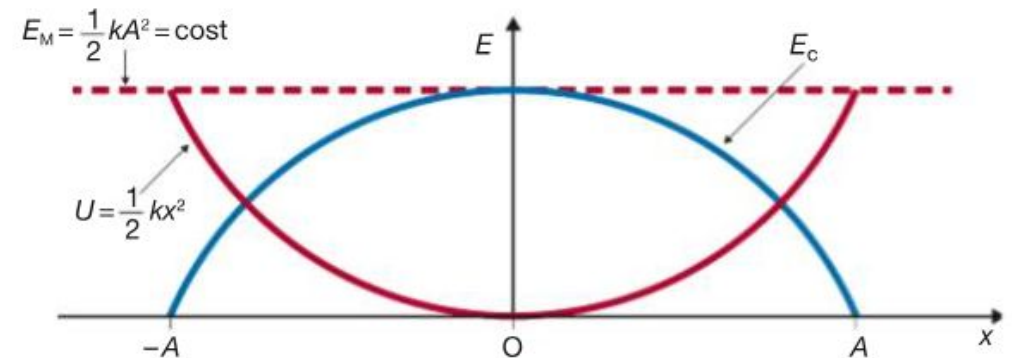
Raddoppiare l'ampiezza **quadruplica** l'energia trasportata dall'onda.

Proporzionale a ω^2

Raddoppiare la frequenza **quadruplica** l'energia — fondamentale per ultrasuoni diagnostici.

Ad ogni istante è la somma dell'energia potenziale U elastica ed energia cinetica E_c

$$E_M = E_c + U = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} k A^2$$



Se considero un elemento di massa

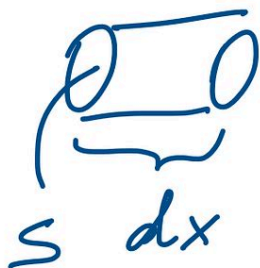


$dm; dV; \rho$

$$dE = \frac{1}{2} dm \omega^2 A^2$$

$$dm = \rho dV$$

$$= \rho S dx$$



se l'onda si muove con

$$\vec{v} \rightarrow dt$$

$$dx = v dt$$

$$dm = \rho S v dt$$

$$dE = \frac{1}{2} (\rho S v dt) \omega^2 A^2$$

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \rho S v \frac{dt}{dt} \omega^2 A^2$$

$$P = \frac{1}{2} \rho S v \omega^2 A^2$$

Se considero ora un volume infinitesimo dm che oscilla nel tempo, la sua energia sarà:

$$dE = \frac{1}{2} dm \omega^2 A^2$$

Se l'onda si propaga lungo x con velocità v , in un tempo dt avrà percorso $dx = v dt$ e quindi il volume attraversato sarà dato da $dV = S dx = S v dt$; ma allora la massa $dm = \rho dV = \rho S v dt$, quindi l'energia trasportata attraverso una sezione S sarà data da:

$$dE = \frac{1}{2} \rho S v dt \omega^2 A^2$$

Potenza e Intensità

La **potenza media** trasportata da un'onda è data da :

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \rho S v \omega^2 A^2$$

L'**intensità** invece è definita come la potenza trasportata per unità di area perpendicolare alla propagazione:

$$I = \frac{P}{S} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

quindi

$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2$$

$$I \propto \omega^2, A^2$$

L'intensità è proporzionale al quadrato della pulsazione (e quindi frequenza) e dell'ampiezza

$$I \propto v$$

L'intensità è prop. alla velocità di propagazione

$$I \propto \rho$$

L'intensità dipende dal mezzo

Legge dell'Inverso del Quadrato



In 3D da una sorgente puntiforme, l'energia trasportata si distribuisce su sfere di raggio sempre maggiore, dal momento che l'area di una sfera $S = 4\pi r^2$, l'intensità decresce con il quadrato della distanza:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Un animale che si allontana **di 3 volte** da una sorgente sonora percepisce un'intensità **9 volte inferiore**. Questo spiega perché i lupi ululano ad alta ampiezza per comunicare a grande distanza.

Esercizi (Tommasi)

Esercizio # 1082



$L = 0,6 \text{ m}$; $v = 340 \text{ m/s}$ f Terza armonica

- A) 142 Hz
- B) 283 Hz
- C) 425 Hz ←
- D) 567 Hz
- E) 710 Hz

In generale, TUTTE LE VOLTE CHE UN SISTEMA HA UN SOLO VINCOLO (corde, tubo) :



$$\lambda = 4L \Rightarrow f_1 = \frac{v}{4L} \quad f_n = n f_1$$

← Solo i # dispari

Sol^{me} esercizio # 1082

$$\lambda = 4L \Rightarrow f_1 = \frac{v}{4L} \quad f_n = n \frac{v}{4L}$$

3^a armonica

$$f_3 = 3 \frac{v}{4L} = 3 \cdot \frac{340}{(4 \cdot 0,6)}$$

$$\approx \frac{1020}{2,4} \approx 425 \text{ Hz}$$

425 Hz

c)

Esercizio # 1085

L entrambe estremità fisse

λ_1

- A) $2L$ ←
- B) $L/2$
- C) L
- D) $L/4$
- E) $4L$

$$\lambda = 2L$$

Esercizio # 1089

λ

$5\lambda/2$

- A) int. costr.
- B) " distr. ←
- C) $2A$
- D) onde stazionarie
- E) nessuna interferenza

Interferenza costr. $\Rightarrow \Delta\phi = 2n\pi \Rightarrow \Delta x = n\lambda$

" distr. $\Rightarrow \Delta\phi = (2n+1)\pi \Rightarrow \Delta x = (n + \frac{1}{2})\lambda$

$$\Delta x = \frac{5}{2}\lambda \Rightarrow (n + \frac{1}{2})\lambda \quad \text{con } n=2$$

$$2 + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \quad \checkmark$$

INTERFERENZA DISTRUTTIVA

B) $\checkmark$

Esercizio # 1105

$$P = 100 \text{ W}$$

$$I \text{ a } 10 \text{ m}$$

- A) 1 W/m^2
- B) $0,5 \text{ W/m}^2$
- C) $0,25 \text{ W/m}^2$
- D) $0,08 \text{ W/m}^2$
- E) $0,010 \text{ W/m}^2$

Legge del quadrato della distanza (sorgente isotr.)

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{100}{4\pi \cdot 100} \approx \frac{1}{12,5}$$

$$\approx 0,08 \text{ W/m}^2 \quad \text{D) } \checkmark$$

Esercizio # 1102

1,2 m

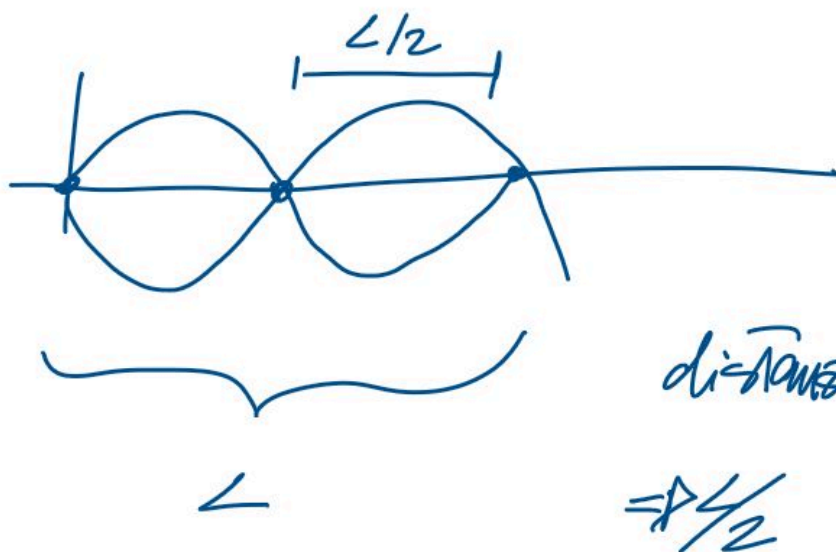
2^a armonica

distanza tra due nodi consecutivi

- A) 1,2 m
- B) 0,6 m ←
- C) 0,4 m
- D) 0,3 m
- E) 0,2 m

Corde fissate alle due estremità

2^a armonica:



distanza tra due nodi successivi

$$= L/2$$

$$\frac{L}{2} = 1,2 / 2 = 0,6 \text{ m} \quad \text{B) } \checkmark$$

Esercizio # 1096

$$\lambda = 0,5 \text{ m}$$

3 m dal primo altoparlante

1 m " secondo "

- A) int. distruttive
- B) " costruttive
- C) ampiezza nulla
- D) onde stazionarie
- E) nessuna interferenza

$$\Delta x = 3 - 1 = 2 \text{ m}$$

$$\lambda = 0,5$$

$$\frac{2}{\lambda} = 4 \Rightarrow n \text{ è intero}$$

$\Rightarrow$ interf. costruttive B) ✓

Riepilogo

1. Principio di Sovrapposizione

Le onde si sovrappongono linearmente:

$$y_{tot} = y_1 + y_2$$

2. Interferenza

Costruttiva: $\Delta\phi = 2n\pi$, $A = 2A_0$

Distruttiva:

$$\Delta\phi = (2n + 1)\pi, A = 0$$

Ampiezza: $A = \left| 2A_0 \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right|$

3. Onde Stazionarie

Si formano da due onde che si propagano in direzioni opposte, con **nodi** e **ventri** fissi nel tempo.

4. Energia

Energia elementare trasportata:

$$dE = \frac{1}{2} \rho S v dt \omega^2 A^2$$

5. Potenza

$$P = \frac{1}{2} \rho S v \omega^2 A^2$$

6. Intensità

$$I = \frac{P}{S} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2 \quad [\text{W/m}^2]$$

7. Legge dell'Inverso del Quadrato

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

L'intensità decresce con il quadrato della distanza dalla sorgente.

Domande di Autovalutazione

1. Principio di Sovrapposizione

Cosa afferma il principio di sovrapposizione? In quali condizioni vale?

2. Interferenza

Qual è la differenza tra interferenza costruttiva e distruttiva? Quali sono le condizioni su $\Delta\varphi$?

3. Onda Stazionaria

Come si forma un'onda stazionaria? Cosa sono i nodi e i ventri?

4. Intensità

Da quali grandezze dipende l'intensità di un'onda meccanica? Scrivi la formula.

5. Legge dell'Inverso del Quadrato (applicazione)

Un animale si allontana di 4 volte da una sorgente sonora: di quanto diminuisce l'intensità percepita?

6. Legge dell'Inverso del Quadrato (derivazione)

Perché l'intensità di un'onda sferica decresce con r^2 ? Ricava la legge dell'inverso del quadrato.