Lezione #3
4/11/2021

DATA PRIMA PROVA IN ITINERE:

16/12/2021

ore $\begin{cases} 14{:}00 - 16{:}00 & \text{Gruppo A} \\ 16{:}00 - 18{:}00 & \text{" B} \end{cases}$

- Sarà necessario prenotarsi (Presenze....)
- Kahoot

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

MOTO IN CADUTA LIBERA (PROIETTILE):

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t \\ y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - g t \end{cases}$$

ESERCIZIO MOTOCICLISTA:

A capodanno 2007 lo stuntman Robbie Madison tentò di stabilire un nuovo record a Las Vegas cercando di superare una replica dell'Arco Di Trionfo alta 18 m. Sapendo che si lanciò con una velocità iniziale pari a v0 = 90 km/h da una rampa alta y0 = 3 m e inclinata con un angolo θ = 45°, calcolare:

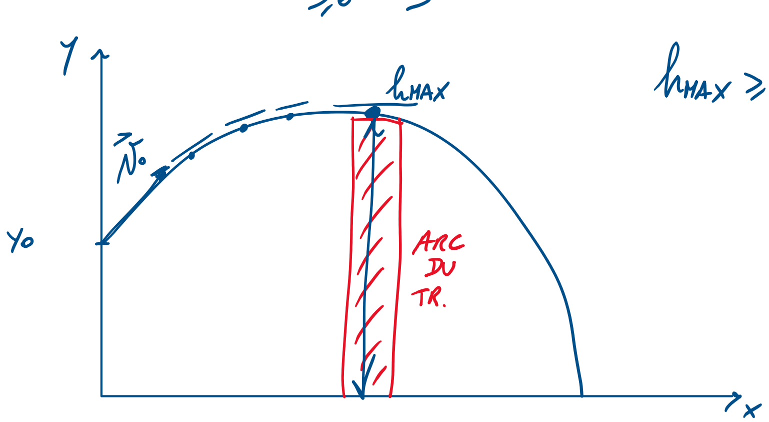
1. Altezza massima raggiunta. Riesce a superare l'Arco?
2. La distanza di atterraggio
3. Il modulo, direzione e verso della sua velocità finale (all'atterraggio)

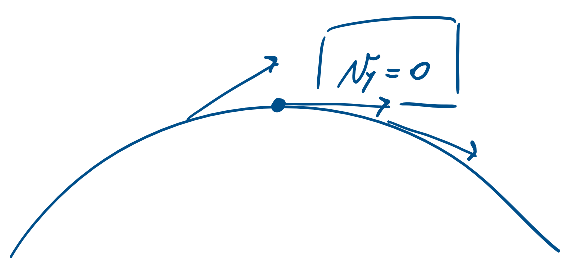
(Lo stesso Madison nell'impatto col terreno, si lacerò la mano tra pollice e indice e dichiarò che non avrebbe mai ripetuto tale impresa neppure per 10 milioni di dollari)

$$v_0 = 90\,km/h = 90\,\frac{1}{3{,}6}\,\frac{m}{s} = 25\,m/s$$

1) h_{MAX}?

$h_{MAX} \geq 18\,m$?





h_{MAX} è l'unico pto della traiettoria in cui $v_y = 0$ (non c'è alcuna componente della veloc. verticale)

Quindi ponendo $v_y = 0 \Rightarrow t_{MAX}$

$\downarrow$

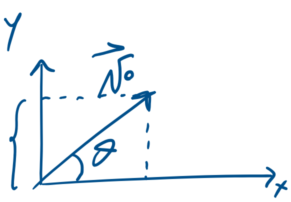
Tempo a cui raggiungo h_{MAX}

$$v_y = v_{0y} - g\,t$$

Se $v_y = 0 \Rightarrow \quad 0 = v_{0y} - g\,t_{MAX}$

$$t_{MAX} = \frac{v_{0y}}{g}$$

$v_{0y} = v_0 \sin\theta$



$v_{0x} = v_0 \cos\theta$

$$\boxed{t_{MAX} = \frac{v_0 \sin\theta}{g}}$$

$$h_{MAX} = y(t_{MAX}) = y_0 + v_{0y}\,t_{MAX} - \frac{1}{2} g\, t_{MAX}^2$$

$$= y_0 + \frac{2}{2}\cancel{v_{0y}}\frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2}\cancel{g}\frac{v_{0y}^2}{g^{\cancel{2}}} = \qquad [v_{0y} = v_0 \sin\theta]$$

$$= y_0 + \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{\ldots} = y_0 + \frac{1}{\ldots}\frac{(v_0 \sin\theta)^2}{\ldots}$$

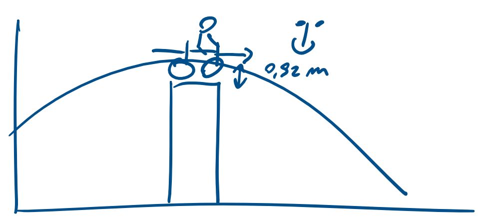
$$= y_0 + \frac{1}{2}\,\frac{v_{0y}^2}{g} = y_0 + \frac{1}{2}\,\frac{(v_0 \sin\vartheta)^2}{g}$$

$$\boxed{h_{MAX} = y_0 + \frac{1}{2}\,\frac{(v_0 \sin\vartheta)^2}{g}}$$

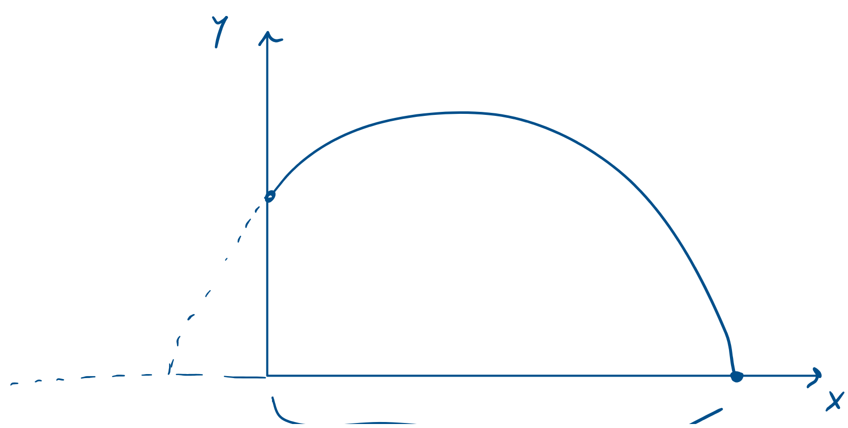
$$h_{MAX} = 3 + \frac{1}{2}\,\frac{(25 \cdot \sin(45°))^2}{9{,}81} = 18{,}92\ m$$

$$h_{MAX} = 18{,}92\ m \simeq 20\ m \quad (1\ c.s.)$$

Dal momento che $h_{MAX} > 18\ m$



2) Distanza di atterraggio:



$$\underbrace{\hspace{6cm}}_{x_{AT}} \qquad x$$

Atterraggio è caratterizzato da $y=0$

t_{AT} lo otteremo imponendo $y=0$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = y_0 + v_{0y} t_{AT} - \frac{1}{2} g t_{AT}^2$$

$$t_{AT}^2 \underbrace{\left(-\frac{1}{2} g\right)}_{a} + t \underbrace{\left(v_{0y}\right)}_{b} + \underbrace{y_0}_{c} = 0$$

$a = -4,905$

$b = (25 \cdot \sin 45°) =$

$b = 17,677$

$c = 3$

$$t_{AT1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t_{AT,1,2} = \frac{-17,677 \pm \sqrt{(17,677)^2 - 4(-4,905)(3)}}{2 \cdot (-4,905)}$$

$$t_{AT,1,2} = \begin{cases} \cancel{-0,16239\ s} & \text{non ha una interpretazione fisica} \\ 3,766\ s & \leftarrow \text{OK} \ \checkmark \end{cases}$$

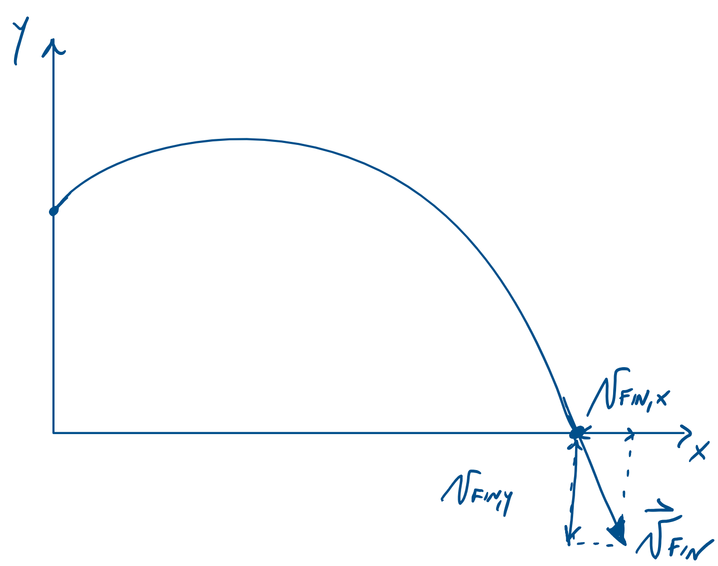
$$\boxed{t_{ATT} = 3{,}766\ s}$$

$$x_{ATT} = x(t_{ATT}) = \underbrace{\cancel{x_0}}_{=0} + v_{0x}\, t_{ATT} = v_0 \cos\theta \cdot t_{ATT}$$

$$= 25 \cdot \cos(45°) \cdot 3{,}766 = 66{,}574\ m$$

$$\boxed{x_{ATT} = 66{,}574\ m \simeq 70\ m \quad (1\ c.s.)}$$

3) Velocità finale (all'atterraggio)



$$\begin{cases} v_x = v_{0x} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{FIN,x} = v_{0x} = v_0 \cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - g t \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{FIN,x} = v_{0x} = v_0 \cos\theta \\ v_{FIN,y} = v_{0y} - g\, t_{A\pi} \\ \qquad\;\; = v_0 \sin\theta - g\, t_{A\pi} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{FIN,x} = 25 \cos(45°) = 17{,}677 \ m/s \\ v_{FIN,y} = 25 \sin(45°) - 9{,}81 \cdot 3{,}766 = 17{,}677 - 9{,}81 \cdot 3{,}766 \\ \qquad\qquad = -19{,}267 \ m/s \end{cases}$$

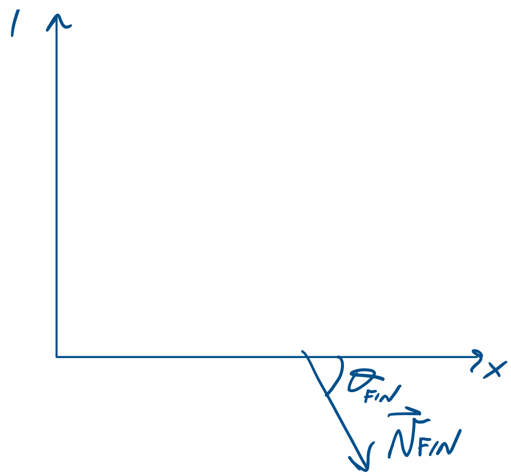
$$\vec{v}_{FIN} = (17{,}677 \ ; -19{,}267) \ m/s$$

$$|\vec{v}_{FIN}| = \sqrt{v_{FIN,x}^2 + v_{FIN,y}^2}$$

$$= \sqrt{(17{,}677)^2 + (-19{,}267)^2} = 26{,}14 \ m/s$$

$$|\vec{v}_{FIN}| = 26{,}14 \ m/s \simeq 30 \ m/s \ (1 \ c.s.)$$

$$\theta_{FIN} = \arctan\left(\frac{v_{FIN,y}}{v_{FIN,x}}\right)$$



$$\vartheta_{FIN} = \operatorname{arctg}\left(\frac{v_{FIN,y}}{v_{FIN,x}}\right)$$

$$\vartheta_{FIN} = -47{,}46^\circ$$

$$\boxed{\vartheta_{FIN} = -50^\circ} \quad 1\ c.s.$$

$\hookrightarrow$ Direzione e verso

Esercizio "PUMA":

Un puma è un predatore esperto in agguati. Durante un salto per raggiungere una preda, la sua velocità iniziale è pari a 37.6 km/h e la sua inclinazione (rispetto all'asse delle x) è pari a q= 25.05^{o}. Sapendo che si stacca da una altezza iniziale pari a y_0 = 75.5 cm, calcolare:

a. L'altezza massima raggiunta durante il salto;
b. Se riuscirà a colpire una preda che si trova ad una distanza lungo l'asse x di x_p= 10 m (distanza d'atterraggio);
c. La sua velocità (modulo, direzione e verso) all'atterraggio.

$$|\vec{v}_0| = 37{,}6\ km/h \qquad x_P\ (\text{PREDA}) = 10\ m$$

$$\vartheta = 25{,}05^\circ \qquad v_0 = 37{,}6\ km/h = \frac{37{,}6}{3{,}6} = 10{,}44\ m/s$$

$$y_0 = 75{,}5\ cm \qquad y_0 = 0{,}755\ m$$

a) $v_y = 0 \Rightarrow 0 = v_{0y} - g\, t_{max} \Rightarrow t_{max} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$

$$t_{max} = \frac{10{,}44 \cdot \sin(25{,}05)}{9{,}81} = 0{,}45\,s$$

$$t_{max} = 0{,}45\,s$$

POSSIBILITÀ 1

$$h_{max} = y_0 + v_0 \sin\theta\, t_{max} - \frac{1}{2} g\, t_{max}^2 = 0{,}755 + 10{,}44 \cdot \sin(25{,}05) \cdot 0{,}45 + - \frac{1}{2}(9{,}81)(0{,}45^2)$$

$$h_{max} = 1{,}75\ m$$

POSSIBILITÀ 2

$$t_{max} = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$h_{max} = y_0 + \cancel{v_{0y}} \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2} \cancel{g} \frac{v_{0y}^2}{g^{\cancel{2}}}$$

$$= y_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{0y}^2}{g}$$

$$\boxed{h_{max} = 1{,}75\,m \simeq 2\,m \;(1\,c.s.)}$$

2)

$$x_{A\Pi} \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = y_0 + v_{0y} t_{A\Pi} - \frac{1}{2} g t_{A\Pi}^2$$

$$t_{A\Pi}^2 \underbrace{\left(-\frac{1}{2} g\right)}_{a} + t_{A\Pi} \underbrace{\left(v_0 \sin\theta\right)}_{b} + \underbrace{y_0}_{c} = 0$$

$a = -4{,}905 \simeq -4{,}91$

$b = 10{,}44 \sin(25{,}05)$

$b = 4{,}42$

$c = 0{,}755$

$$t_{A\Pi\,1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-4{,}42 \pm \sqrt{(4{,}42)^2 - 4(-4{,}91)(0{,}755)}}{2 \cdot (-4{,}91)}$$

$$t_{A\Pi,1,2} \begin{cases} \cancel{-0{,}14\,s} \\ 1{,}04\,s \end{cases}$$

$$\boxed{t_{A\Pi} = 1{,}04\,s}$$

$$x_{ATT} = \cancel{x_0} + v_{0x} t_{ATT} = 10{,}44 \cdot \cos(25{,}05) \cdot 1{,}04$$

$$\boxed{x_{ATT} = 9{,}84 \ m \simeq 10 \ m \ (1cs)}$$

3) v_{FINALE}

$$\begin{cases} v_{F,x} = v_0 \cos\theta = 10{,}44 \cdot \cos(25{,}05) = \\ \quad = 9{,}46 \ m/s \\ \\ v_{F,y} = v_0 \sin\theta - g \, t_{ATT} \end{cases}$$

$$= 10{,}44 \cdot \sin(25{,}05) - 9{,}81 \cdot 1{,}04$$

$$= -5{,}78 \ m/s$$

$$|\vec{v}_F| = \sqrt{(9{,}46^2) + (-5{,}78^2)} = 11{,}06 \ m/s$$

$$\boxed{|\vec{v}_F| = 11{,}06 \ m/s \simeq 10 \ m/s}$$

$$\vartheta_{FIN} = \operatorname{arctg}\left(\frac{v_{F,y}}{v_{F,x}}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{-5{,}78}{9{,}46}\right)$$

$$\vartheta_{FIN} = -31{,}51^\circ$$

$$\boxed{\vartheta_{FIN} \simeq -30^\circ \quad (1\ cs)}$$