Tempo di lavoro e tempo libero

Un modello di scelta ottimale

Il modello

- Un agente rappresentativo si trova di fronte alla scelta tra quanto tempo (ore) lavorare e quanto tempo dedicare allo svago.
- Durante la giornata il nostro agente dispone di una quantità limitata di tempo (T) che può dedicare al lavoro o al tempo libero (S).
- (T-S) rappresenta dunque la quantità di tempo dedicato al lavoro.
- Lo svolgimento di attività lavorativa permette al nostro agente di disporre di un «reddito da lavoro» (R_L) che si cumula ad un «reddito non da lavoro» (R_{NL}).
- La scelta avviene tra quanto consumare e quante ore libere prendersi, dove ovviamente se decido di aumentare le ore di svago avrò meno reddito da lavoro da spendere per acquistare beni di consumo

Le preferenze

$$U = U\left(X_C^i, S\right), \qquad (1)$$

X_C^i Quantità dell'i-esimo bene di consumo tra gli N beni

T Tempo disponibile S Tempo di svago

$$\frac{\partial U}{\partial X_C^i} \equiv U_i' > 0, \qquad \frac{\partial U}{\partial S} \equiv U_S' > 0,$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \left(X_C^i\right)^2} \equiv U_i'' \leq 0, \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} \equiv U_S'' \leq 0.$$

Il vincolo

$$R_{NL} + R_L = \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot X_C^i \qquad (2),$$

$$R_L = w \cdot (T - S) \qquad (3),$$

w	Salario orario
p_i	Prezzo unitario dell'i-esimo bene

La formalizzazione del problema

$$\max_{X_C^i, S} U = U\left(X_C^i, S\right)$$

$$\text{Sub } R_{NL} + w \cdot (T - S) = \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot X_C^i$$

$$S \leq T.$$

La risoluzione del problema

$$\max_{X_C^i,\, S,\, \lambda} L = U\left(X_C^i, S\right) - \lambda \cdot \left[R_{NL} + w \cdot (T - S) - \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot X_C^i\right], \qquad (4)$$

FOC:

$$\frac{\partial L}{\partial X_C^i} = 0 \quad \rightarrow \quad U_i' - \lambda \cdot p_i = 0, \quad \forall i \quad \text{con } i = 1,2,\dots,N$$

$$\frac{\partial L}{\partial S} = 0 \quad \rightarrow \quad U_S' - \lambda \cdot w = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad \rightarrow \quad R_{NL} + w \cdot (T - S) - \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot X_C^i = 0.$$

Le soluzioni del problema

$$\frac{U_i'}{p_i} = \frac{U_j'}{p_j} = \frac{U_S'}{w}, \qquad \forall i \neq j \qquad (5)$$

L'agente economico selezionerà la scelta ottimale tra consumo e tempo libero uguagliando le utilità marginali ponderate ai prezzi di tutti i beni di consumo e del tempo libero, il cui prezzo è il costo opportunità rappresentato dal salario orario

La soluzione esprimerà delle funzioni in forma ridotta del vettore di N beni di consumo e del tempo libero in funzione dei parametri e delle variabili esogene del modello.

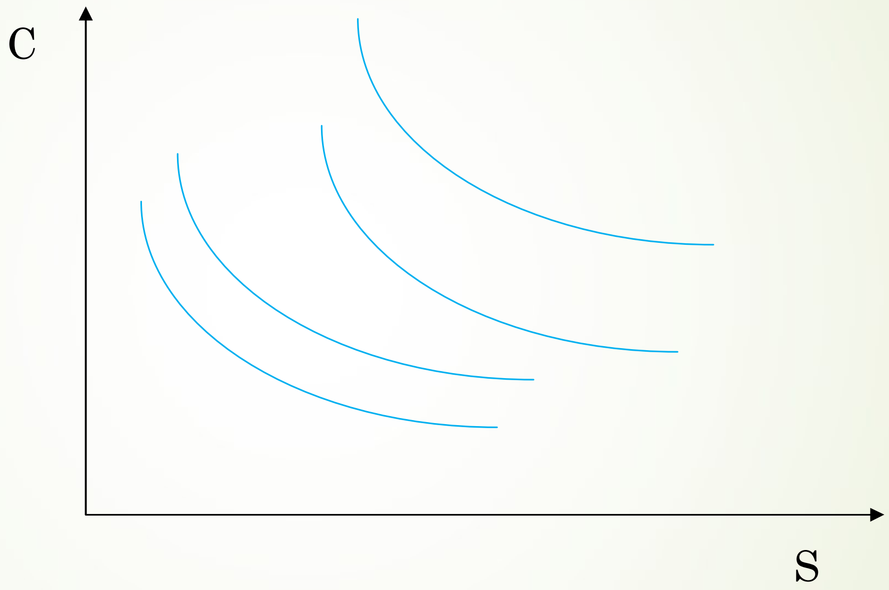
La formalizzazione del problema con un solo generico bene di consumo

$$\max_{C,S} U = U(C,S)$$

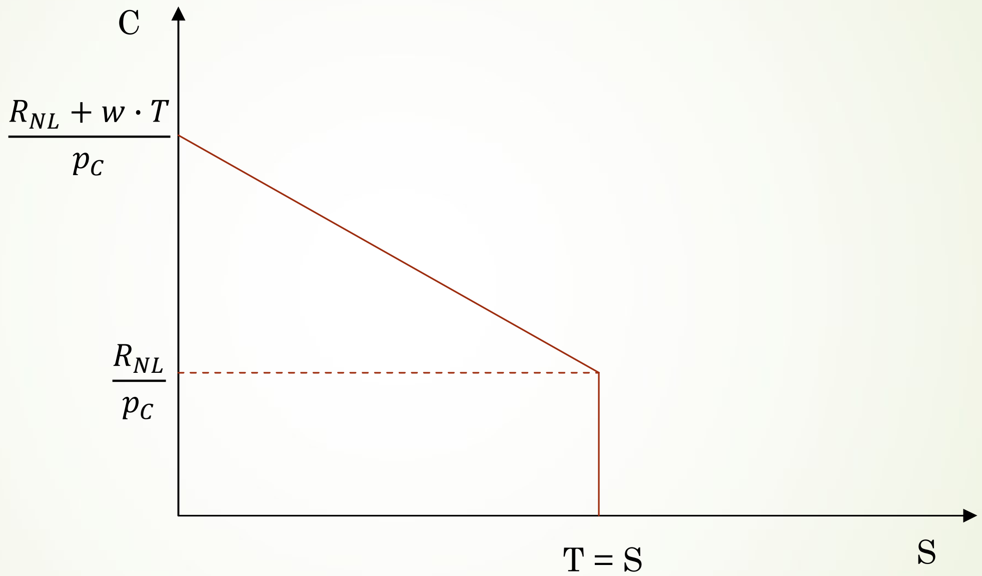
$$\text{Sub } R_{NL} + w \cdot (T - S) = p_C \cdot C$$

$$S \leq T.$$

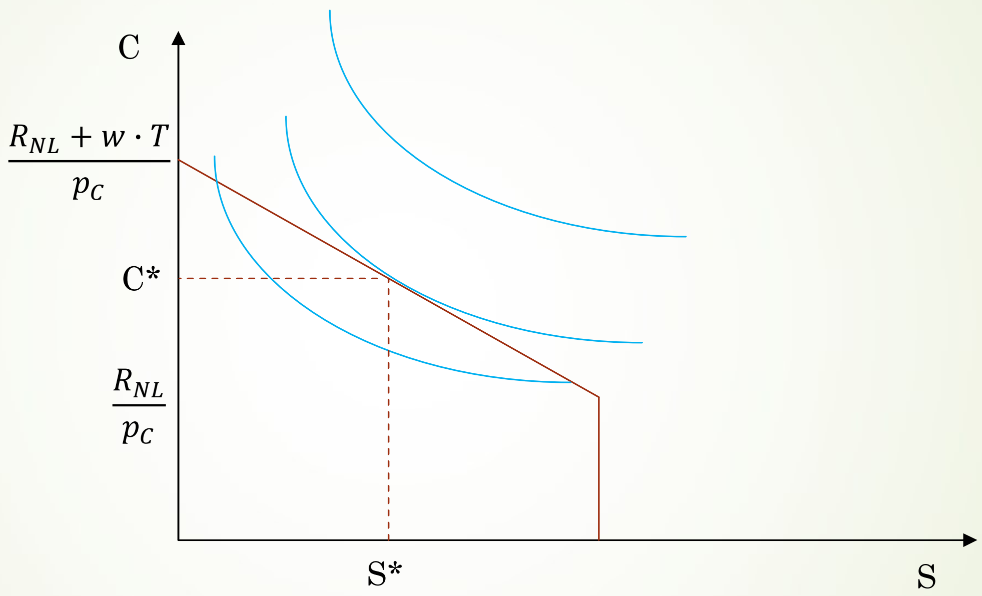
Le preferenze



Il vincolo



La scelta ottimale



Esplicitiamo le preferenze, impostiamo le FOC ...

$U(C,S) = C^{\alpha} \cdot S^{1-\alpha}, \qquad \text{con} \quad 0 < \alpha < 1.$

$U'_C = \alpha \cdot C^{\alpha-1} \cdot S^{1-\alpha},$

$U'_S = (1-\alpha) \cdot C^{\alpha} \cdot S^{-\alpha},$

$$\frac{\alpha \cdot C^{\alpha-1} \cdot S^{1-\alpha}}{p_C} = \frac{(1-\alpha) \cdot C^{\alpha} \cdot S^{-\alpha}}{w}.$$

$$S = \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \cdot \frac{p_C}{w} \cdot C \qquad \text{or} \qquad C = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \cdot \frac{w}{p_C} \cdot S, \qquad (6)$$

13

… e risolviamo

$$R_{NL} + w \cdot (T - S) = p_C \cdot \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \cdot \frac{w}{p_C} \cdot S.$$

$$S^* = (1 - \alpha) \cdot \left[\frac{R_{NL}}{w} + T\right]. \quad (7)$$

$$S^* = f(\alpha, R_{NL}, T, w) \quad (8)$$

Analisi di statica comparata

$$S^* = (1 - \alpha) \cdot \left[\frac{R_{NL}}{w} + T\right]$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial \alpha} = -\frac{R_{NL}}{w} - T < 0,$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial T} = 1 - \alpha > 0,$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial R_{NL}} = \frac{1-\alpha}{w} > 0,$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial w} = -\frac{1-\alpha}{w^2} \cdot R_{NL} < 0.$$

Come «trasferire» il modello alla realtà?

Quando sono possibili «corner solutions»?