

L'equilibrio competitivo in contesti asimmetrici

Quando i club hanno potenzialità diverse nei ricavi

1

Come cambia il modello

H_p: il competitor A è più «grande» del competitor B

$$\pi_A = p_A(x_i; x_B) \cdot \sigma Z - c \cdot x_A, \quad \sigma > 1 \quad (1)$$

$$\pi_B = p_B(x_i; x_B) \cdot Z - c \cdot x_B, \quad (2)$$

Le condizioni del primo ordine

$$\frac{d\pi_A}{dx_A} = 0 \rightarrow \frac{dp_A(x_A; x_B)}{dx_A} \cdot \sigma Z - c = 0 \rightarrow \frac{\gamma \cdot x_A^{\gamma-1} \cdot (x_A^\gamma + x_B^\gamma) - \gamma \cdot x_A^{\gamma-1} x_A^\gamma}{(x_A^\gamma + x_B^\gamma)^2} \cdot \sigma Z = c, \quad (3)$$

$$\frac{d\pi_B}{dx_B} = 0 \rightarrow \frac{dp_B(x_A; x_B)}{dx_B} \cdot Z - c = 0 \rightarrow \frac{\gamma \cdot x_B^{\gamma-1} \cdot (x_A^\gamma + x_B^\gamma) - \gamma \cdot x_B^{\gamma-1} x_B^\gamma}{(x_A^\gamma + x_B^\gamma)^2} \cdot Z = c. \quad (4)$$

$$\frac{\gamma \cdot x_A^{\gamma-1} \cdot (x_A^\gamma + x_B^\gamma) - \gamma \cdot x_A^{\gamma-1} x_A^\gamma}{(x_A^\gamma + x_B^\gamma)^2} \cdot \sigma Z = \frac{\gamma \cdot x_B^{\gamma-1} \cdot (x_A^\gamma + x_B^\gamma) - \gamma \cdot x_B^{\gamma-1} x_B^\gamma}{(x_A^\gamma + x_B^\gamma)^2} \cdot Z,$$

$$x_A^{\gamma-1} \cdot x_B^\gamma \cdot \sigma = x_B^{\gamma-1} \cdot x_A^\gamma \quad \longrightarrow \quad \frac{\sigma}{x_A} = \frac{1}{x_B},$$

$$x_A = \sigma \cdot x_B \quad \text{oppure} \quad x_B = \frac{1}{\sigma} \cdot x_A$$

Le soluzioni per i due competitors

Sostituisco ad x_B nella CPO (3) con la relazione ottimale

$$\frac{\gamma \cdot x_A^{\gamma-1} \cdot \left[x_A^\gamma + \left(\frac{x_A}{\sigma} \right)^\gamma \right] - \gamma \cdot x_A^{\gamma-1} x_A^\gamma}{\left[x_A^\gamma + \left(\frac{x_A}{\sigma} \right)^\gamma \right]^2} \cdot \sigma Z = c,$$

$$x'_A = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^2},$$

$$x'_B = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^2}.$$

$$\frac{x'_A}{x'_B} = \frac{\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^2}}{\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^2}} \rightarrow \frac{x'_A}{x'_B} = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma} \rightarrow \frac{x'_A}{x'_B} = \sigma > 1$$

Confronto tra soluzioni per contesti simmetrici e asimmetrici: *competitor A*

$$\frac{x_A^*}{x_A'} = \frac{\frac{\gamma \cdot Z}{4 \cdot c}}{\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^2}},$$

Che semplificata diventa

$$\frac{x_A^*}{x_A'} = \frac{(1 + \sigma^\gamma)^2}{4 \cdot (\sigma^\gamma + 1)},$$

Per $\sigma \rightarrow 1^+$ $\frac{x_A^*}{x_A'} = 1 \longrightarrow x_A^* = x_A'$

Per $\sigma \rightarrow \infty$ $\frac{x_A^*}{x_A'} \rightarrow 0 \longrightarrow x_A^* < x_A'$

In contesti asimmetrici l'*effort* del competitor con ricavo più alto è maggiore rispetto a quello che si avrebbe in un contesto simmetrico

Confronto tra soluzioni per contesti simmetrici e asimmetrici: *competitor B*

$$\frac{x_B^*}{x_B'} = \frac{\frac{\gamma \cdot Z}{4 \cdot c}}{\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^2}},$$

Che semplificata diventa

$$\frac{x_B^*}{x_B'} = \frac{(1 + \sigma^\gamma)^2}{4 \cdot \sigma^\gamma},$$

Per $\sigma \rightarrow 1^+$ $\frac{x_B^*}{x_B'} = 1 \longrightarrow x_B^* = x_B'$

Per $\sigma \rightarrow \infty$ $\frac{x_B^*}{x_B'} \rightarrow \infty \longrightarrow x_B^* > x_B'$

In contesti asimmetrici l'*effort* del competitor con ricavo più basso è minore rispetto a quello che si avrebbe in un contesto simmetrico

Analisi di statica comparata (1): Competitor A

$$x'_A = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^2} \quad x'_A = f(\gamma, Z, c, \sigma)$$

$$\frac{\partial x'_A}{\partial \sigma} = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^3} \cdot [1 + \gamma + \sigma^\gamma \cdot (1 - \gamma)] > 0,$$

$$\frac{\partial x'_A}{\partial \gamma} = \frac{Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^3} \cdot [1 + \gamma \cdot \ln(\sigma) + \sigma^\gamma (1 - \gamma \cdot \ln(\sigma))] \stackrel{<}{>} 0,$$

$$\frac{\partial x'_A}{\partial Z} = \frac{\gamma \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (\sigma^\gamma + 1)^2} > 0,$$

$$\frac{\partial x'_A}{\partial c} = -\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c^2 \cdot (\sigma^\gamma + 1)^2} < 0.$$

Analisi di statica comparata (2): Competitor B

$$x'_B = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^2} \quad x'_B = g(\gamma, Z, c, \sigma)$$

$$\frac{\partial x'_B}{\partial \sigma} = \frac{\gamma^2 \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma-1} \cdot (1 - \sigma^\gamma)}{c \cdot (\sigma^\gamma + 1)^3} < 0,$$

$$\frac{\partial x'_B}{\partial \gamma} = \frac{Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^3} \cdot [1 + \gamma \cdot \ln(\sigma) + \sigma^\gamma (1 - \gamma \cdot \ln(\sigma))] \stackrel{<}{>} 0,$$

$$\frac{\partial x'_B}{\partial Z} = \frac{\gamma \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (\sigma^\gamma + 1)^2} > 0,$$

$$\frac{\partial x'_B}{\partial c} = -\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c^2 \cdot (\sigma^\gamma + 1)^2} < 0.$$

Riassumendo:

$$x'_A = f(\overset{?}{\gamma}, \overset{+}{Z}, \overset{-}{c}, \overset{+}{\sigma})$$

$$x'_B = g(\overset{?}{\gamma}, \overset{+}{Z}, \overset{-}{c}, \overset{-}{\sigma})$$

Cosa succede in termini di EC?

$$EC' \equiv \frac{p'_A}{p'_B} = \frac{(x'_A)^\gamma / [(x'_A)^\gamma + (x'_B)^\gamma]}{(x'_B)^\gamma / [(x'_A)^\gamma + (x'_B)^\gamma]},$$

$$EC' \equiv \frac{p'_A}{p'_B} = \frac{(x'_A)^\gamma}{(x'_B)^\gamma}.$$

$$EC' = \frac{\left[\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^2} \right]^\gamma}{\left[\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1 + \sigma^\gamma)^2} \right]^\gamma} \longrightarrow EC' = \frac{[\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}]^\gamma}{[\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma]^\gamma}$$

$$EC' = \sigma^\gamma$$

La statica comparata dell'EC

$$\frac{\partial E'}{\partial \sigma} = \gamma \cdot \sigma^{\gamma-1} > 0,$$

$$\frac{\partial E'}{\partial \gamma} = \sigma^\gamma \cdot \ln(\sigma) > 0.$$

Asimmetrie dal lato dei costi:

Hp: il *competitor A* ha costi maggiori del *competitor B*

$$\pi_A = p_A(x_i; x_B) \cdot Z - \sigma \cdot c \cdot x_A, \quad \sigma > 1$$

$$\pi_B = p_B(x_i; x_B) \cdot Z - c \cdot x_B,$$

Con lo sviluppo che ne segue e relative analisi