Lezione #3

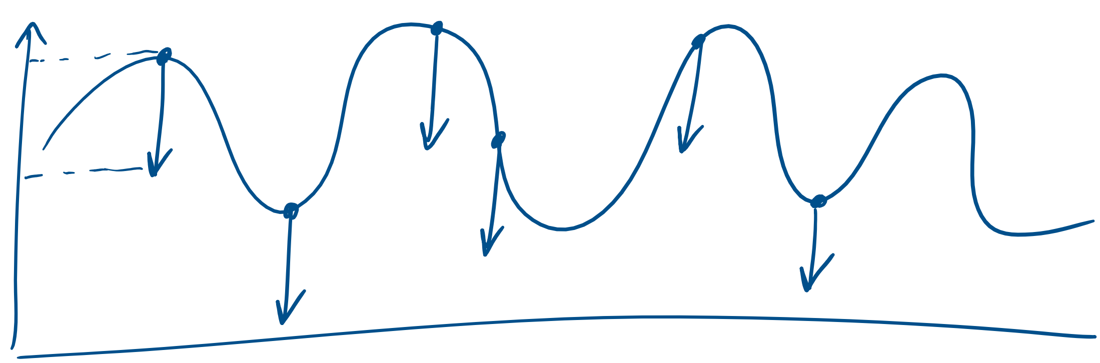
15/03/2022

Moto unif. acc. in due dimensioni

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ v_y = v_{0y} + a_y t \end{cases}$$

$\vec{a} = (0; -g)$ accelerazione di gravità

$g = 9{,}81 \, m/s^2$



$$\vec{a} = (0; -g)$$

Se sostituiamo $\vec{a} = (0; -g)$

$$\boxed{x = x_0 + v_{0x} t} \cancel{+ \frac{1}{2} \underset{\substack{\parallel \\ 0}}{a_x} t^2}$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \quad [a_y = -g]$$

$$\boxed{y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2}$$

Per quanto riguarda $\vec{v}$:

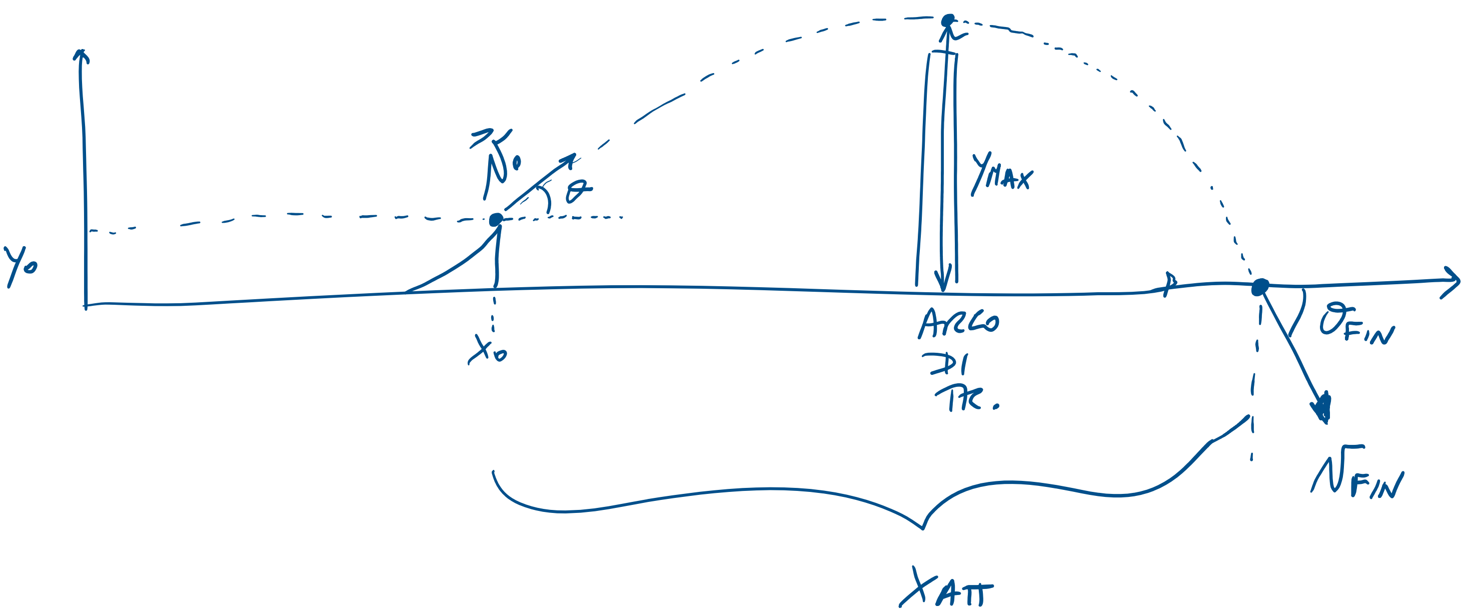
$$\begin{cases} v_x = v_{0x} \cancel{+ a_x t} \\ v_y = v_{0y} - g t \end{cases}$$

$\hookrightarrow [a_y = -g]$

MOTO DI UN GRAVE IN CADUTA LIBERA $\left[\vec{a} = (0; -g) \right]$

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t \\ y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - g t \end{cases}$$

Esercizio salto moto:

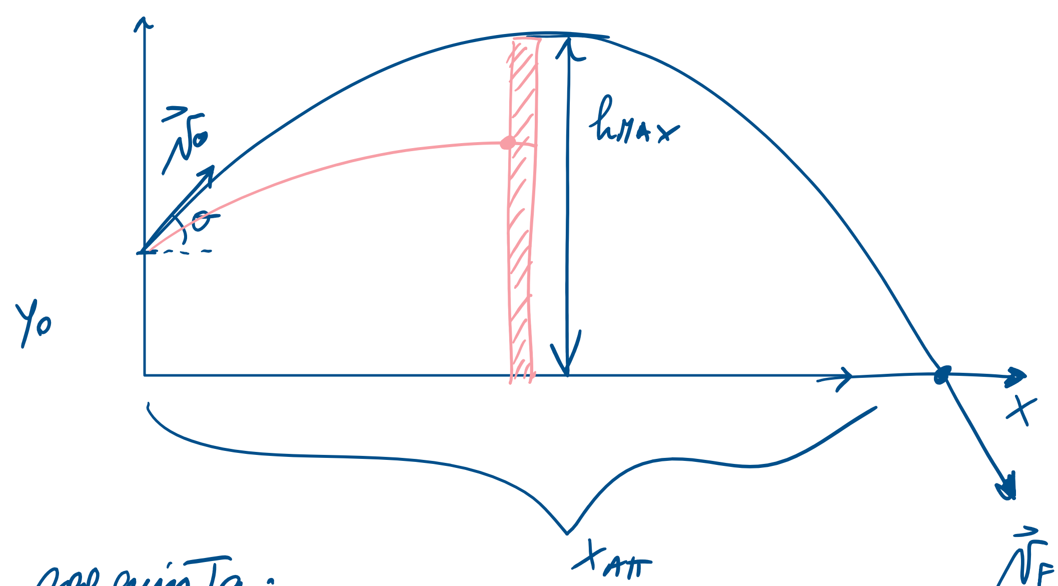


$x_0 = 0$

$y_0 = 3\,m$

$v_0 = 120\ km/h$

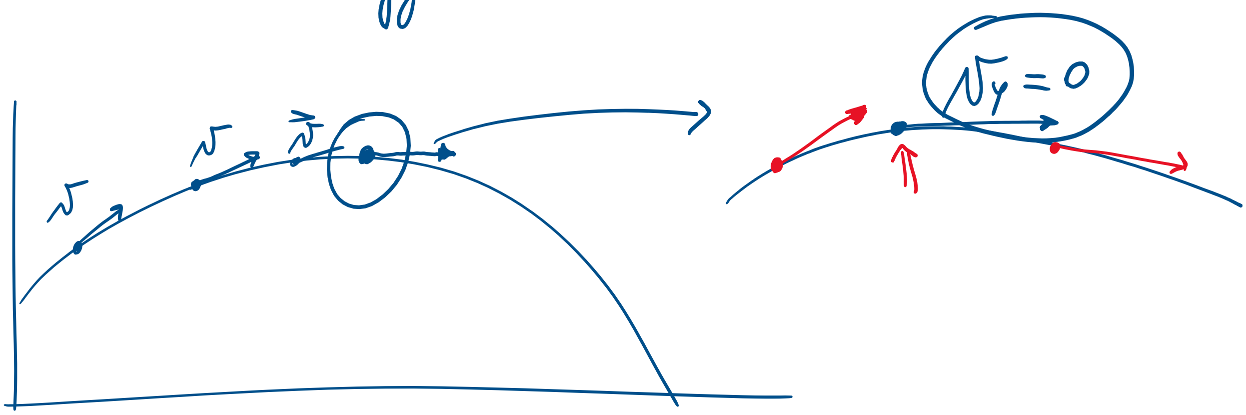
$\theta = 30°$



1) Calcolare h_{MAX} raggiunta:

1) Calcolare h_{MAX} raggiunta:

x_{att} v_F



l'altezza massima è caratterizzata da

$$\boxed{v_y = 0}$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$0 = v_{0y} - g\,t_{MAX}$$

$$\boxed{t_{MAX} = v_{0y}/g}$$

tempo a cui raggiungo y_{MAX}

Sostituisco t_{MAX} in $y \Rightarrow y_{MAX}$

$$y = y_0 + v_{oy}t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_{MAX} = y_0 + v_{oy}\, t_{MAX} - \frac{1}{2} g\, t_{MAX}^2 \qquad [\, t_{MAX} = v_{oy}/g \,]$$

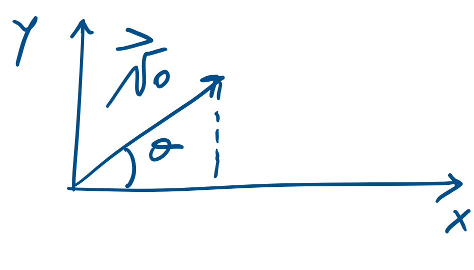
$$= y_0 + \cancel{v_{oy}} \frac{v_{oy}^2}{g} - \frac{1}{2} \cancel{g} \frac{v_{oy}^2}{g^{\cancel{2}}}$$

$$= \underbrace{y_0 + \frac{2}{2}\frac{v_{oy}^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_{oy}^2}{g}}$$

$$\boxed{y_{MAX} = y_0 + \frac{1}{2}\frac{v_{oy}^2}{g}}$$

Altezza massima

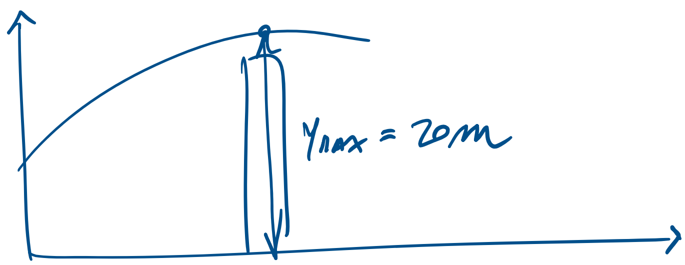
$$v_0 = 120\ km/h = \frac{120}{3{,}6}\ \frac{m}{s} = 33{,}33\ m/s$$



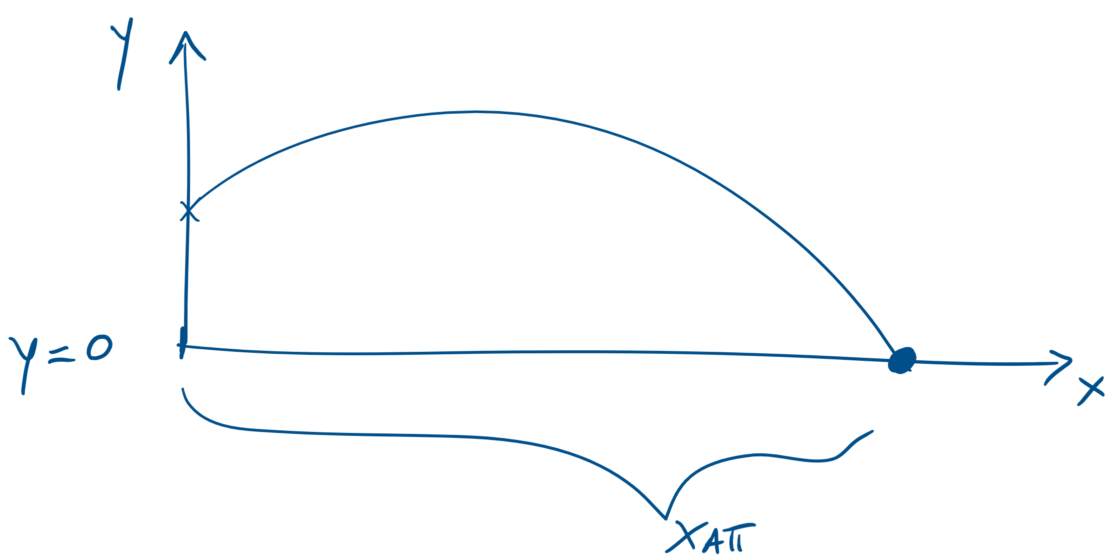
$$\begin{cases} v_{ox} = v_0 \cos\theta \\ v_{oy} = v_0 \sin\theta \end{cases}$$

$$y_{MAX} = 3 + \frac{1}{2}\,\frac{(33{,}33 \cdot \sin(30°))^2}{9{,}81}$$

$$\boxed{y_{MAX} = 17{,}15\,m \simeq 20\,m} \quad (1\ c.s.)$$



2)



Distanza d'atterraggio: x_{ATT}

↳ caratterizzata da $\boxed{y_F = 0}$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$ impongo $y = 0$

$$0 = y_0 + v_{0y} t_{AT} - \frac{1}{2} g t_{AT}^2$$ Dobbiamo trovare t_{AT}

$$\boxed{t_{AT}^2 \underbrace{\left(-\tfrac{1}{2} g\right)}_{a} + t_{AT} \underbrace{\left(v_{0y}\right)}_{b} + \underbrace{y_0}_{c} = 0}$$

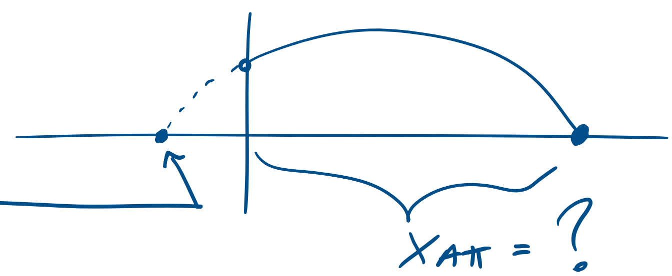
$$t_{AT\,1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{cases} a = -0{,}5 \cdot 9{,}81 = (-4{,}9050) \\ b = 33{,}33 \sin(30^\circ) = 16{,}66 \\ c = 3 \qquad\qquad\qquad = 3 \end{cases}$$

$$t_{A\pi\,1,2} = \frac{-16,66 \pm \sqrt{(16,66)^2 - 4(-4,9050)(3)}}{2\cdot(-4,9050)}$$

$$= \begin{cases} \boxed{3,5714\ \text{s}} \\ \cancel{-0,1714\ \text{s}} \end{cases}$$

non ha interpret. fisica



$$\boxed{t_{A\pi} = 3,5714\ \text{s}}$$

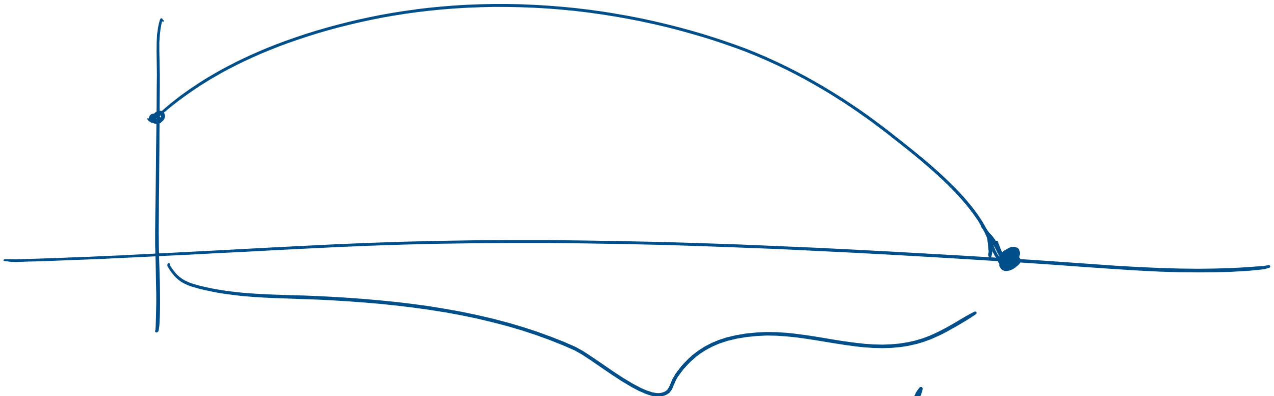
$$x = \underset{\substack{\parallel \\ 0}}{x_0} + v_{0x}\, t$$

$$\boxed{x_{A\pi} = v_{0x}\, t_{A\pi}}$$

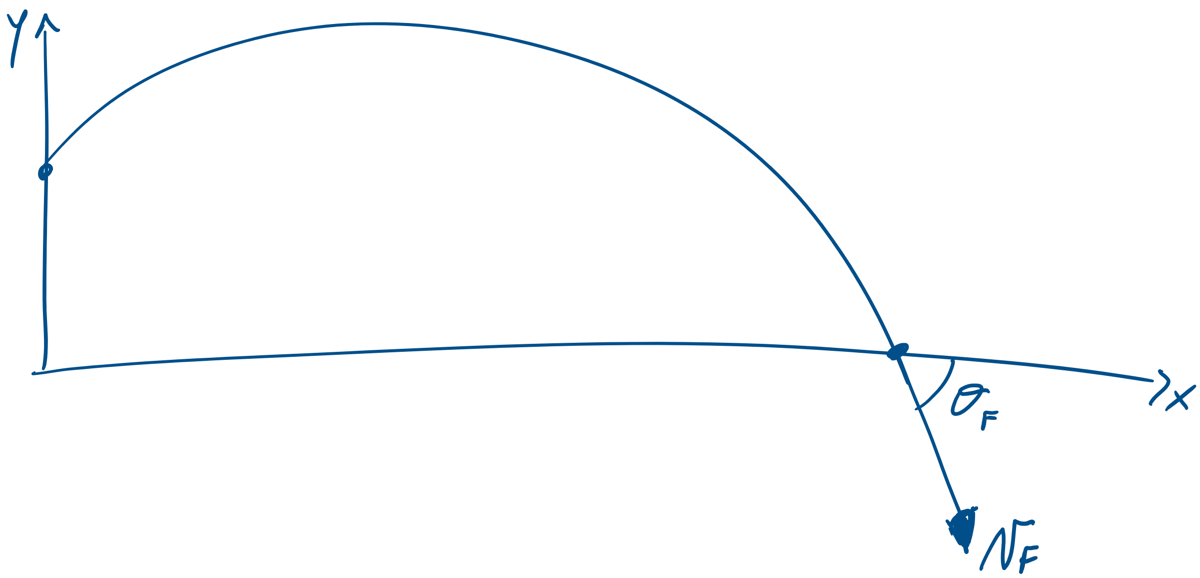
$$x_{A\pi} = 33,33 \cos(30^\circ) \cdot 3,5714 =$$

$$\boxed{x_{A\pi} = 103,087\ \text{m} \simeq 100\ \text{m} \quad (1\ \text{c.s.})}$$

$$\boxed{x_{ATT} = 103,087\ m \simeq 100\ m \quad (1\ c.s.)}$$



3)



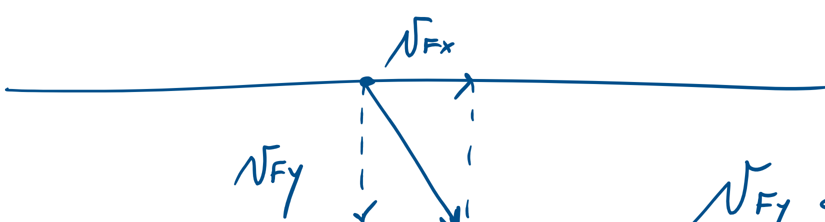
$\vec{v}$ all'atterraggio $\qquad t_{ATT} = ?$ lo conosciamo già

$$\vec{v}_F = (v_{Fx}\,;\,v_{Fy})$$

$$\vec{v}_F = \vec{v}(t_{ATT})$$

$$\begin{cases} v_{Fx} = v_{0x} & \text{non dipende dal tempo} \\ v_{Fy} = v_{0y} - g\, t_{ATT} \end{cases}$$

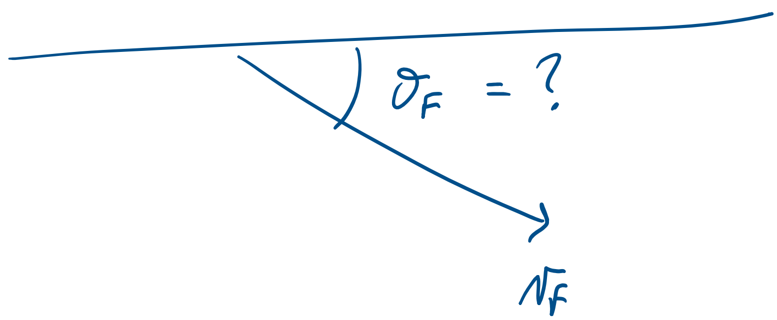
$$\begin{cases} v_{Fx} = v_0 \cos\theta = 33{,}33 \cos(30^\circ) = 28{,}86 \text{ m/s} \\ v_{Fy} = v_0 \sin\theta - g\, t_{ATT} = 33{,}33 \sin(30^\circ) - 9{,}81 \cdot 3{,}5714 = \\ \qquad = -18{,}37 \text{ m/s} \end{cases}$$



$v_{Fy} < 0$ ✓

$$v_F = \sqrt{v_{Fx}^2 + v_{Fy}^2} = \sqrt{(28,86)^2 + (-18,37)^2} =$$

$$\boxed{v_F = 34,21\ m/s \simeq 30\ m/s}$$



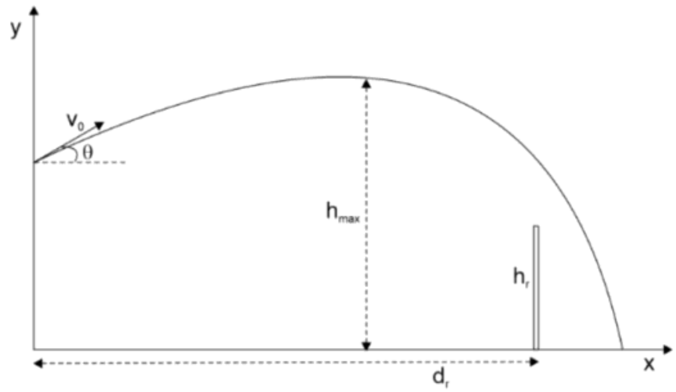
$$\theta_F = \operatorname{arctg}\left(\frac{v_{Fy}}{v_{Fx}}\right) = \operatorname{artg}\left(\frac{-18,37}{28,86}\right)$$

$$\boxed{\theta_F = -32,5^\circ \simeq -30^\circ}$$

Esercizio:

Una pallina da tennis è servita da un'altezza di y_0 = 2.4 m con una velocità iniziale in modulo pari a v_0 = 85 km/h con un angolo θ = 11° rispetto all'asse x. La rete è posta a d_r = 12m dal giocatore ed è alta h_r = 95 cm. Calcolare:

1. l'altezza massima raggiunta dalla pallina;
2. la distanza a cui cade la pallina dal battitore;
3. il modulo della velocità con cui cade a terra;
4. se la pallina supererà la rete, in altre parole se la sua altezza quando ha percorso d_r lungo l'asse x è maggiore di h_r.



RISULTATI:

1) $h_{MAX} = 3,43\ m$ $(t_{MAX} = 0,46\ s)$

2) $x_{ATT} = 30,12\ m$ $(t_{ATT} = 1,37\ s)$

3) $v_F = 24,56\ m/s$

4) La pallina supera la rete