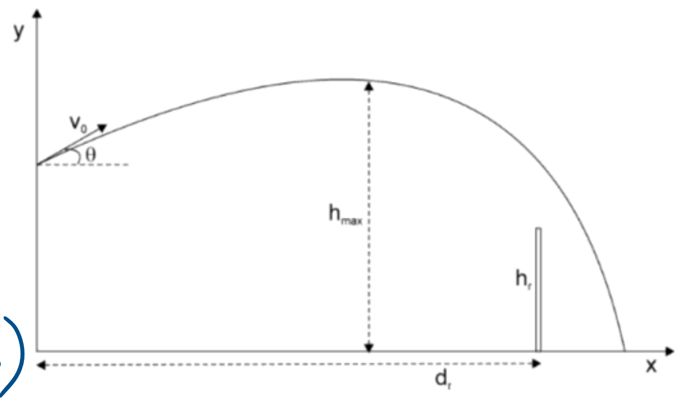
Lezione #4
16/3/2022

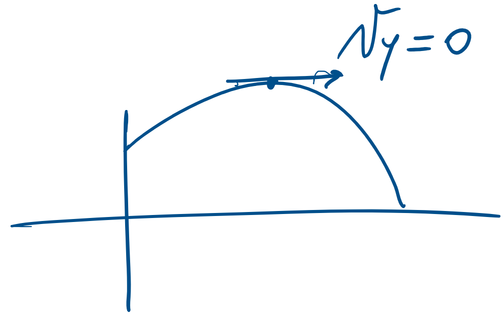
Una pallina da tennis è servita da un'altezza di y_0 = 2.4 m con una velocità iniziale in modulo pari a v_0 = 85 km/h con un angolo θ = 11° rispetto all'asse x. La rete è posta a d_r = 12m dal giocatore ed è alta h_r = 95 cm. Calcolare:

1. l'altezza massima raggiunta dalla pallina;
2. la distanza a cui cade la pallina dal battitore;
3. il modulo della velocità con cui cade a terra;
4. se la pallina supererà la rete, in altre parole se la sua altezza quando ha percorso d_r lungo l'asse x è maggiore di h_r.



RISULTATI:

1) $h_{MAX} = 3,43\ m \quad (t_{MAX} = 0,46\ s)$
2) $x_{ATT} = 30,12\ m \ (t_{ATT} = 1,37\ s)$
3) $v_F = 24,56\ m/s$
4) pallina supera la rete con $y_R = 3,4218\ m$



1) $h_{MAX} \rightarrow v_y = 0$

$\Downarrow$

$$0 = v_{0y} - g\,t_{MAX} \Rightarrow t_{MAX} = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$0 = v_{0y} - g\,t_{max} \quad \to \quad t_{max} = v_{0y}/g$$

$$y(t_{max}) = h_{max} = y_0 + v_{0y}\,t_{max} - \tfrac{1}{2}\,g\,t_{max}^2$$

$$= y_0 + v_{0y}\,\frac{v_{0y}}{g} - \frac{1}{2}\,\cancel{g}\,\frac{v_{0y}^2}{g^{\cancel{2}}}$$

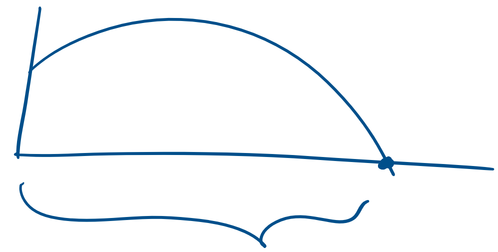
$$\boxed{h_{max} = y_0 + \frac{1}{2}\,\frac{v_{0y}^2}{g}}$$

$$v_0 = 85\ km/h = \frac{8,5}{3,6} = 23,61\ m/s$$

$$h_{max} = 2,4 + 0,5 \cdot \frac{(23,61 \cdot \sin(11^\circ))^2}{9,81}$$

$$\boxed{h_{max} = 3,43\ m \simeq 3,4\ m\ (2c.s.)}$$

2) $x_{A\pi} \rightarrow y = 0$



$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = y_0 + v_{0y} t_{A\pi} - \frac{1}{2} g t_{A\pi}^2$$

$$t_{A\pi}^2 \underbrace{\left(-\tfrac{1}{2} g\right)}_{a} + t_{A\pi} \underbrace{\left(v_0 \sin\theta\right)}_{b} + \underbrace{y_0}_{c} = 0$$

$$\begin{cases} a = -4{,}90 \\ b = 4{,}5050 \\ c = 2{,}4 \end{cases}$$

$$t_{A\pi} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t_{A\pi} = \begin{cases} 1{,}32\ s \\ \cancel{-0{,}38\ s} \end{cases}$$

$$\boxed{t_{A\pi} = 1{,}32\ s}$$

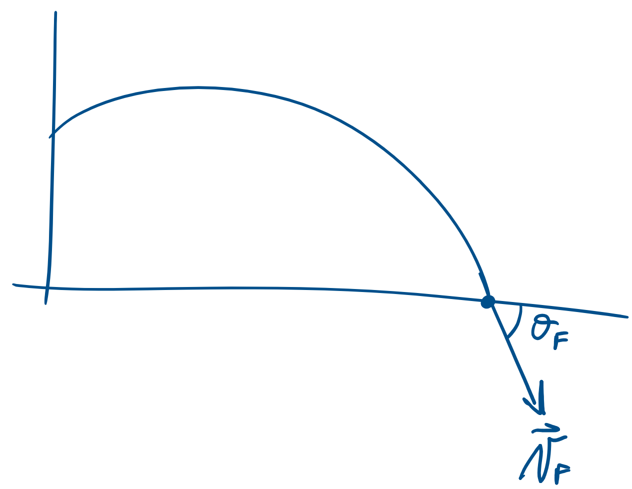
$$x(t_{A\pi}) = \cancel{x_0} + v_{0x} t_{A\pi}$$

$$\boxed{x_{AT} = v_{0x}\, t_{AT}}$$

$$x_{AT} = 23{,}61 \cdot \cos(11°) \cdot 1{,}32$$

$$\boxed{x_{AT} = 30{,}12 \text{ m} \simeq 30{,}1 \text{ m} \quad (2 \text{ c.s.})}$$

3) $\vec{v}_F$



$|\vec{v}_F|$ → $t_{AT} = 1{,}32\,s$

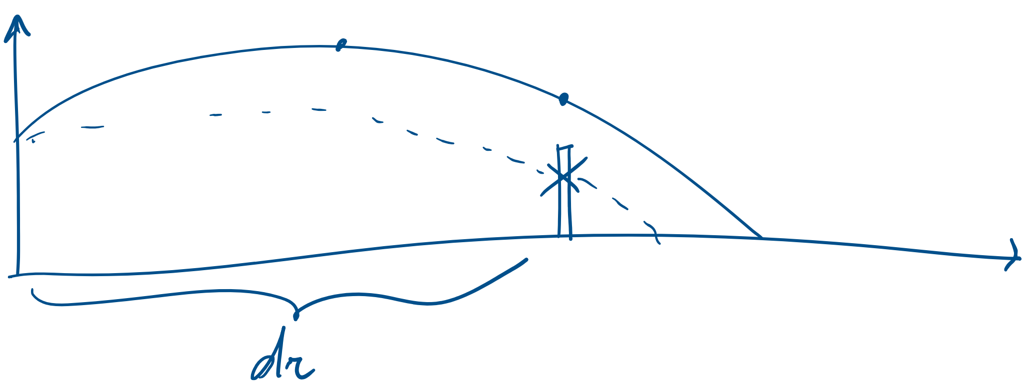
$$\begin{cases} v_{F,x} = v_{0x} = v_0 \cos\theta = 23{,}61 \cos(11°) \\ v_{F,y} = v_{0y} - g\, t_{AT} = 23{,}61 \sin(11°) - 9{,}81 \cdot 1{,}32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{F,x} = 23{,}17 \ m/s \\ v_{F,y} = -8{,}25 \ m/s \end{cases}$$

$$v_F = \sqrt{v_{F,x}^2 + v_{F,y}^2} = 24{,}56 \ m/s \simeq$$

$$\boxed{v_F = 25 \ m/s}$$

4)



A che tempo la pallina si trova in $x = d_r$?

$$x = \underset{\overset{\parallel}{0}}{x_0} + v_{ox} t$$

$$\downarrow$$

$$d_r = v_{ox} t_{rete} \qquad t_{rete} = \frac{d_r}{v_{ox}} = \frac{d_r}{v_0 \cos\theta}$$

$$t_{rete} = \frac{12}{23{,}61 \cdot \cos(11^\circ)} = 0{,}52\ s$$

$$t_{rete} \Rightarrow y(t_{rete}) = y_0 + v_{0y} t_{rete} - \frac{1}{2} g t_{rete}^2$$

$$y(t_{rete}) = 2{,}4 + (23{,}61 \sin(11^\circ))(0{,}52) - 0{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot (0{,}52)^2$$

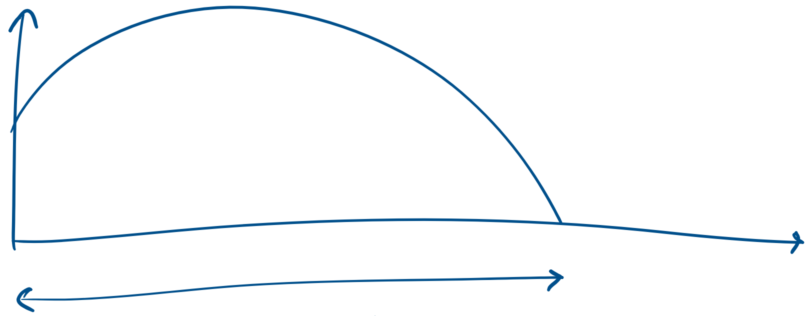
$$\boxed{y_{rete} = 3{,}4218\ m \simeq 3{,}4\ m}$$ ✓

La pallina supererà la rete in quanto

$$y_{rete} = 3{,}4\ m > 0{,}95\ m$$ ✓

In generale,

$$x = x_0 + \underbrace{v_{0x}}\, t \quad (a = 0) \qquad \boxed{v_x = v_{0x}}$$

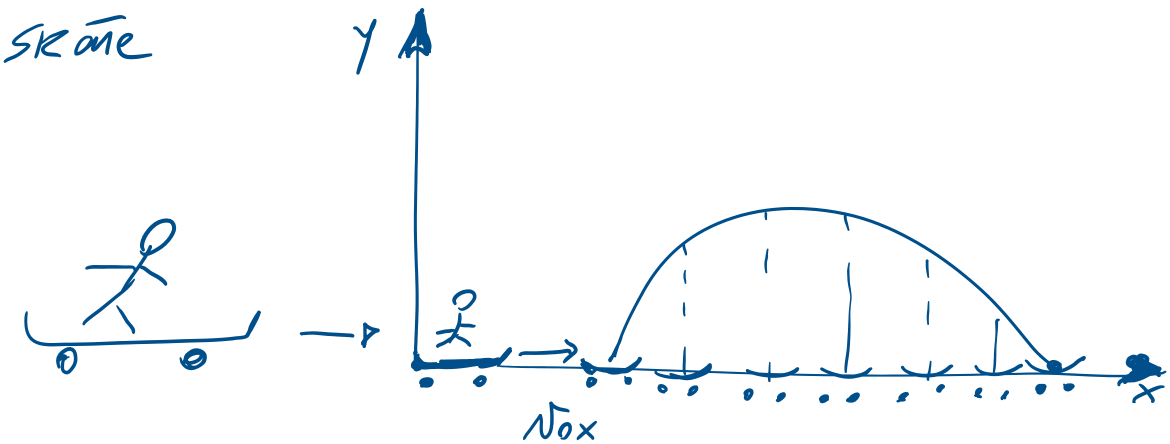


lungo l'asse x il moto è rettilineo uniforme

($v = \text{cost}$)

Esempio:

Skate



CINEMATICA → descrizione moto

↓

Se prendiamo in considerazione le cause del moto →

del moto

↳ MECCANICA - DINAMICA

MOTO

↳ velocità $\Leftrightarrow$ moto?

Moto è legato non alla $\vec{v}$ ma al cambiamento di $\vec{v}$

↳ $\begin{cases} \text{Modulo} \\ \text{Direzione} \\ \text{Verso} \end{cases}$

Variazione di velocità

↳ $$\bar{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$\Uparrow$

LEGGI DI NEWTON

Ipotesi:

1) dist. $\gg d_{\text{ATOMICHE}}$
2) $v \ll c$
3) SISTEMI DI RIFERIMENTO INERZIALI ($\vec{v} = \text{cost}$)

I LEGGE DI NEWTON (PR. DI INERZIA)

Se su un corpo la risultante delle forze esterne agenti è nulla allora la sua velocità non può cambiare. In particolare, se è fermo rimane fermo.

II^a LEGGE DI NEWTON

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

forza

accelerazione

Massa inerziale

$\vec{F}$ è dirett. proporzionale ($\propto$) all'accel.

$F \nearrow$ (per una data massa) $a \nearrow$

Se invece $m \nearrow$ ad una data $\vec{F}$ $a \searrow$

$\cancel{F} = m a$

↳ massa inerziale

rappresenta la "resistenza" che

oppone il corpo al cambiamento

di moto

$[\vec{F}] = N$ è un vettore $\begin{cases} \text{modulo} \\ \text{direz.} \\ \text{verso} \end{cases}$

$[m] = kg$ $\quad$ m è una grandezza scalare

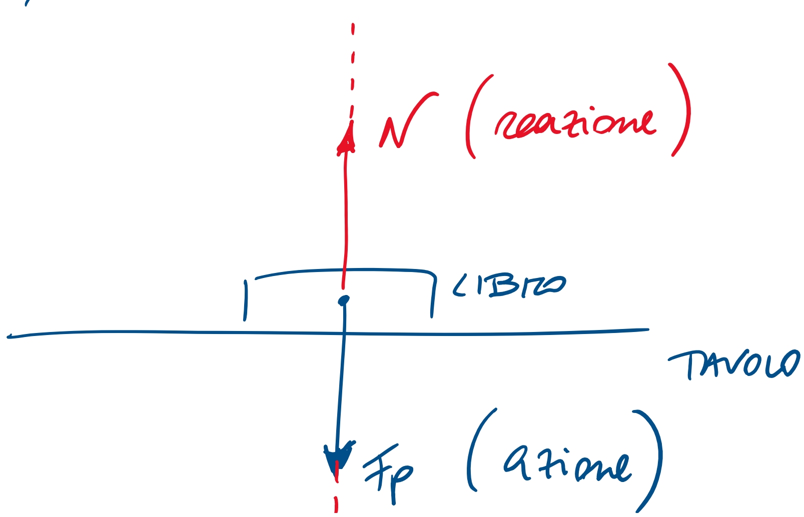
Avremo una forza pari a 1 N quando acceleriamo una massa di 1 kg ad una acc. di 1 m/s²

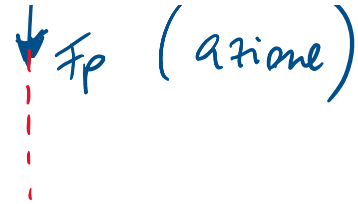
$$F = ma$$

$$1N = (1kg)(1 m/s^2)$$

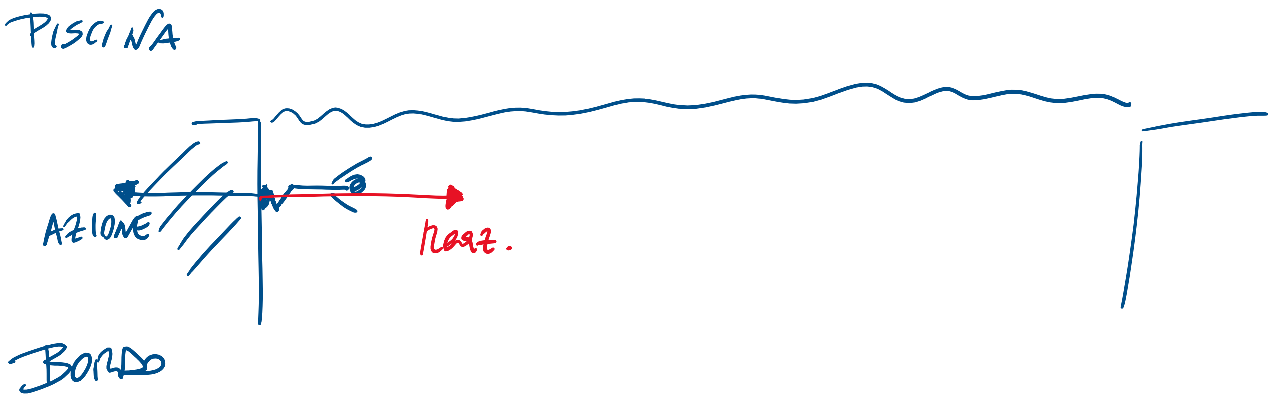
III^a LEGGE DI NEWTON (PR. AZ./REAZIONE)

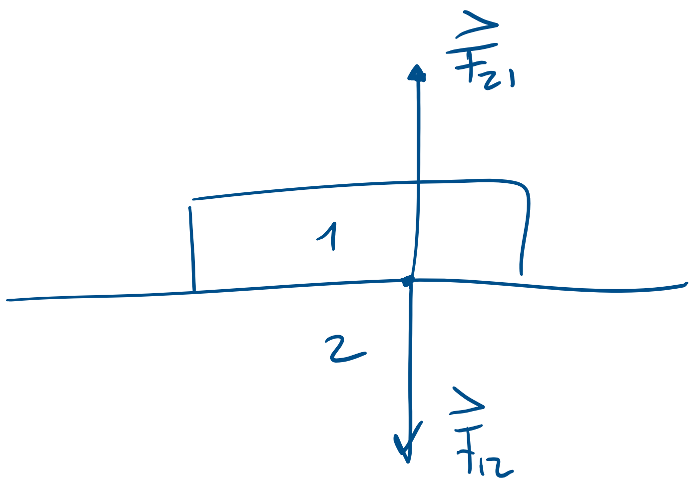
Due corpi a contatto si scambiano forze uguali in modulo e direzione ma il verso è opposto.



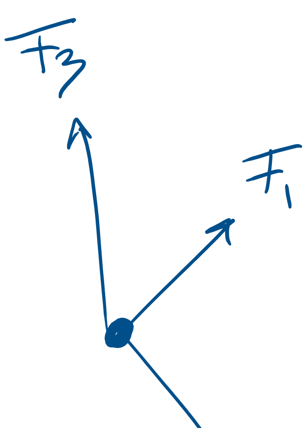


Esempio:



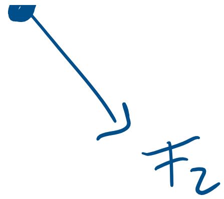


$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



Per calcolare la risultante delle forze:

$$\vec{F}^{RIS} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$



$$\vec{F}^{RIS} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_i \vec{F}_i$$

$$\vec{F}^{RIS} \begin{cases} F_x^{RIS} = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{n,x} \\ F_y^{RIS} = F_{1,y} + F_{2,y} + \text{—} + F_{n,y} \end{cases}$$

$$|\vec{F}^{RIS}| = \sqrt{{F_x^{RIS}}^2 + {F_y^{RIS}}^2}$$

$$\vec{F}^{RIS} = m\vec{a} \qquad \begin{cases} F_x^{RIS} = m a_x \\ F_y^{RIS} = m a_y \end{cases}$$