

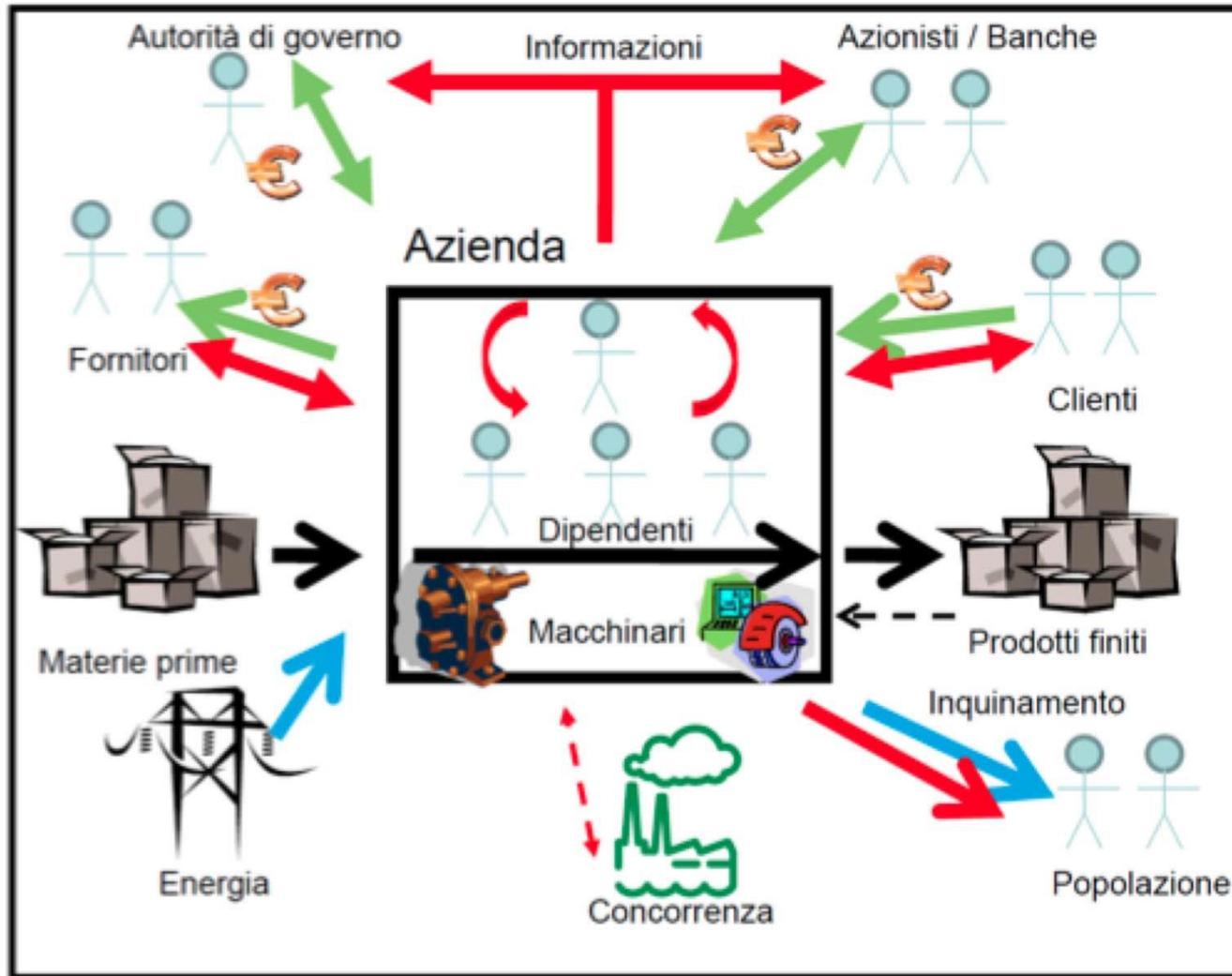
UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TERAMO

Tecnologia e Produzione

Noemi Pace

npace@unite.it

Sistema economico



Outline

- Tecnologia di produzione di un'impresa
- Produzione con un input variabile
- Produzione con due input variabili
- Rendimenti di scala

Tecnologie di produzione

- La ***tecnologia di produzione*** di un'impresa descrive tutti i metodi di produzione attraverso cui questa realizza il suo output
- I differenti metodi possono prevedere lo stesso impiego di input ma portare a realizzare una quantità differente di beni o servizi
- Un metodo di produzione è detto ***efficiente*** se, impiegando la stessa quantità dei fattori, non è possibile realizzare una produzione superiore attraverso il ricorso a metodi alternativi

Tecnologie di produzione

Tabella 6.1

Input e output per vari metodi di produzione di panchine da giardino

Metodo di produzione	Numero di operai	Panchine prodotte alla settimana	Efficiente?
A	1	33	Si
B	2	66	No
C	2	70	No
D	2	74	Si
E	4	125	No
F	4	132	Si

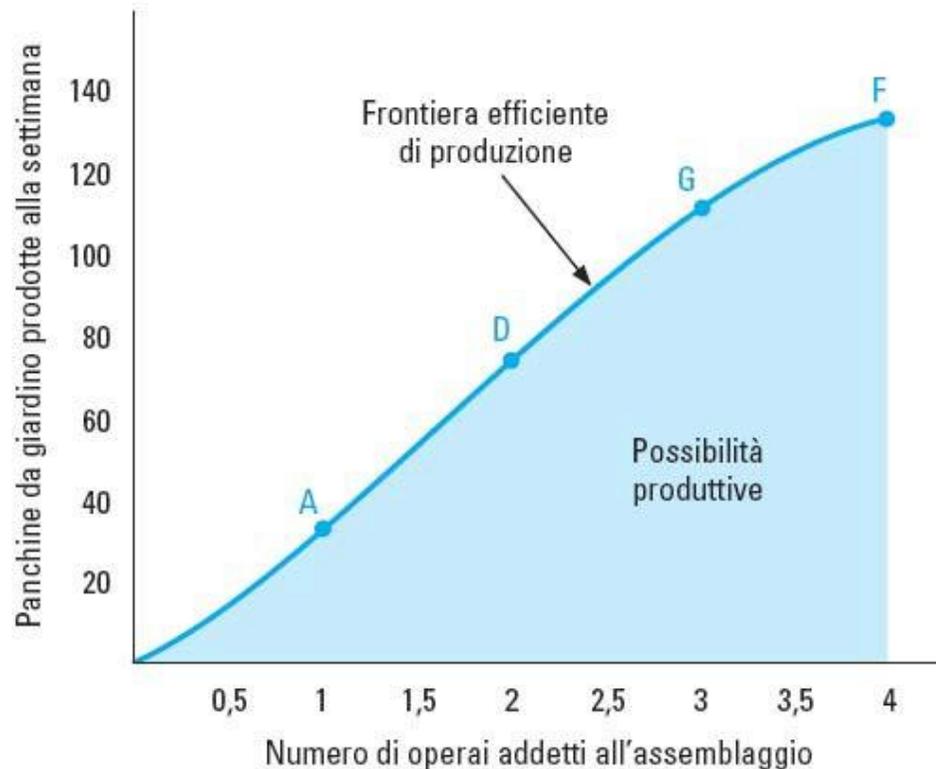
L'insieme delle possibilità produttive

- **L' *insieme delle possibilità produttive*** contiene tutte le combinazioni possibili di input e output, data la tecnologia in dotazione
 - Nel grafico, l'output è riportato sull'asse verticale mentre l'impiego di input sull'asse orizzontale
- **La *frontiera efficiente di produzione*** di un'impresa mostra le combinazioni input - output corrispondenti ai metodi di produzione efficienti
 - La frontiera individua il più alto livello nell'insieme delle possibilità produttive per ogni dato livello di input.

L'insieme delle possibilità produttive

Figura 6.2

L'insieme delle possibilità produttive e la frontiera efficiente di produzione per la produzione di panchine da giardino quando i lavoratori possono essere assunti a ore In questo caso, l'input per l'impresa è perfettamente divisibile. L'insieme delle possibilità produttive di Giovanni e Carla avrà l'aspetto della zona ombreggiata della figura. La loro frontiera efficiente di produzione è il confine superiore (nord-occidentale) di questi punti, rappresentato dalla curva blu nella figura. Le combinazioni di input e output per i metodi A, D, G e F sono rappresentati come punti blu su questa curva.



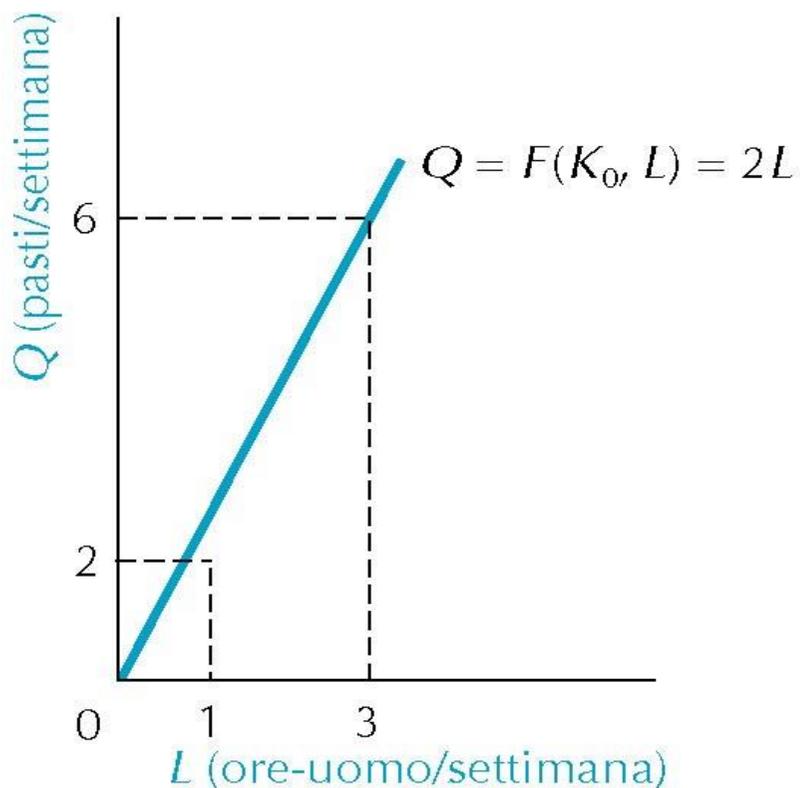
La funzione di produzione

- Una **funzione di produzione** descrive, in termini matematici, la frontiera efficiente di produzione di un'impresa
- Es. Grafico precedente: $Q(L) = -2L^3 + 10L^2 + 25L$
- Esempio: $Q = F(L) = 10L$
 - Q è la quantità di output, L è la quantità di lavoro; considerando diversi valori di L, vediamo come varia l'output a seconda della manodopera impiegata
- L'output non si riduce mai all'aumentare della quantità di input
 - La funzione di produzione mostra l'output prodotto in riferimento a metodi di produzione efficiente

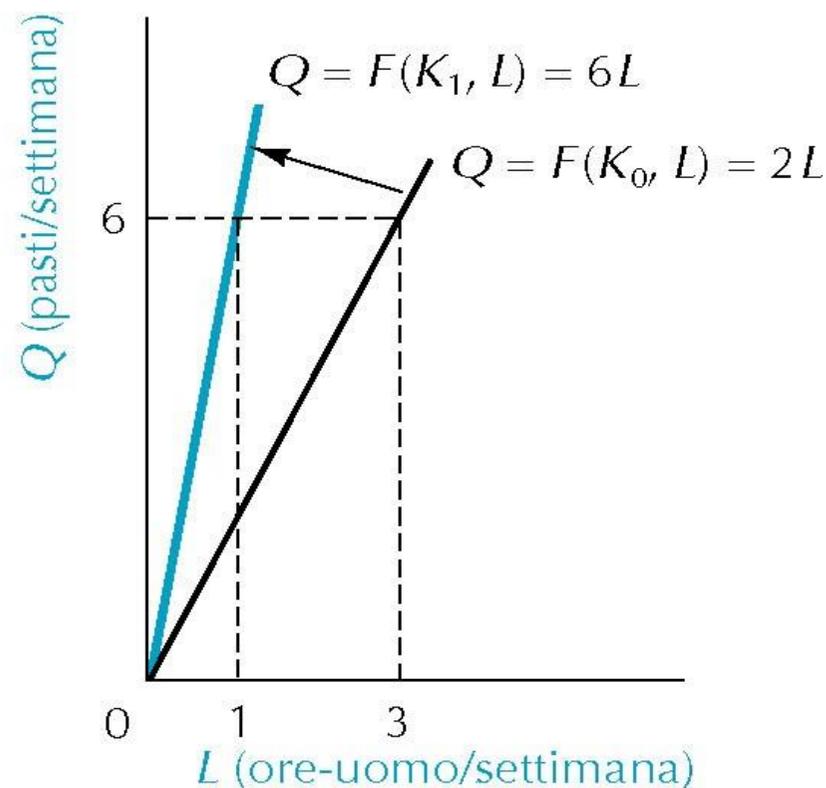
Produzione di breve e di lungo periodo

- Un input si dice **fisso** quando la sua quantità non può essere modificata se non facendo passare un determinato periodo di tempo; un input è invece **variabile** se può essere aggiustato nell'immediato
- **Breve periodo** : periodo di tempo nel quale uno o più dei fattori di produzione risulta fisso
- **Lungo periodo** : periodo di tempo nel quale tutti i fattori produttivi sono variabili
- La durata temporale del breve periodo dipende dalle caratteristiche del processo produttivo

Insieme delle possibilità produttive e la frontiera efficiente di produzione

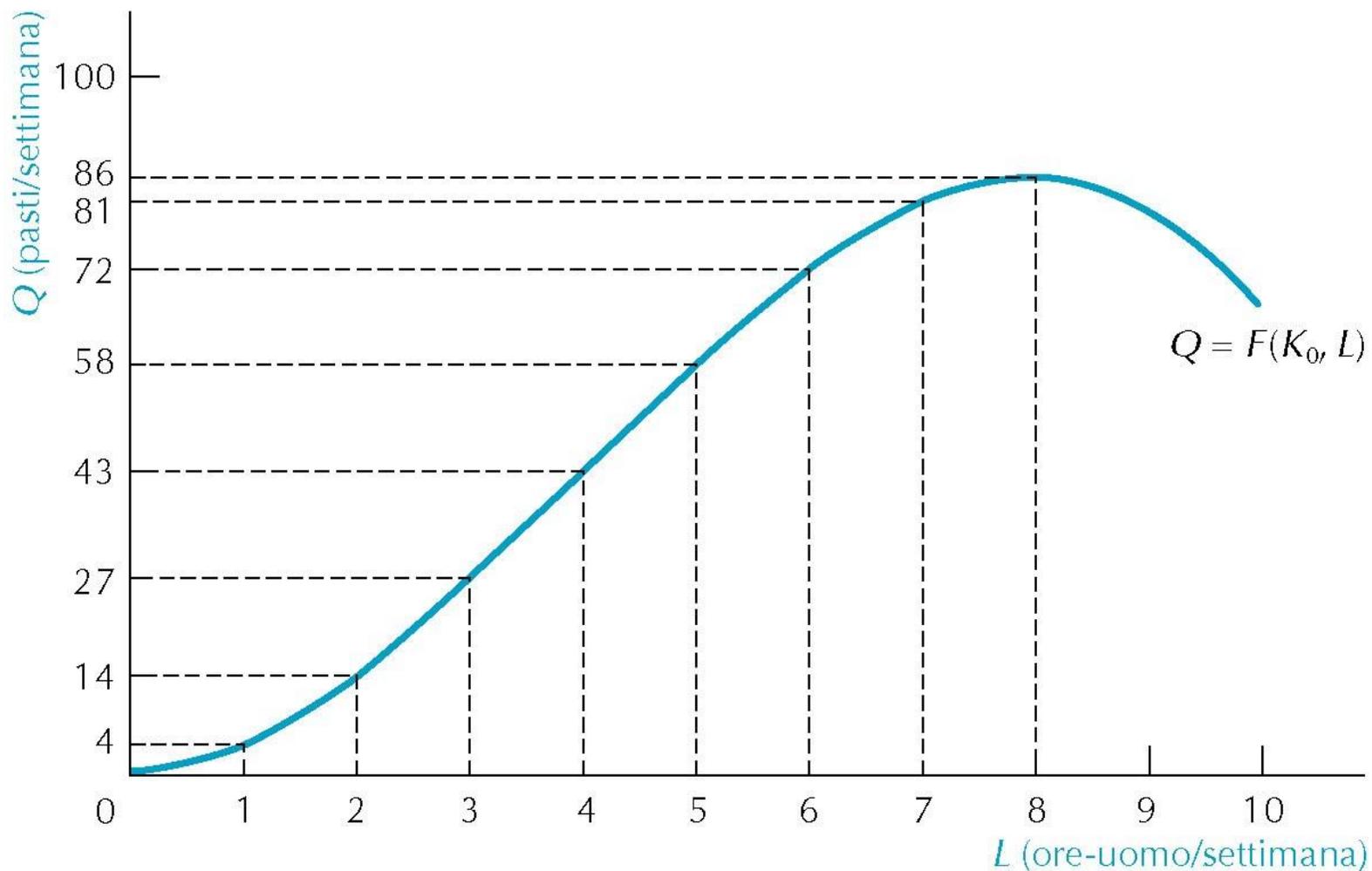


(a)



(b)

Insieme delle possibilità produttive e la frontiera efficiente di produzione



Legge dei rendimenti marginali decrescenti

- La tipica funzione di produzione di breve periodo inizialmente cresce in misura più che proporzionale, poi continua a crescere ma in misura meno che proporzionale
- Questo andamento rispecchia la **legge dei rendimenti decrescenti** secondo la quale man mano che si aggiungono ulteriori unità di un fattore produttivo (tenendo fissi tutti gli altri), in una prima fase il prodotto cresce più che proporzionalmente rispetto all'input
- Oltre un certo livello di input lavoro, il prodotto continua a crescere ma in misura meno che proporzionale

Prodotto medio e prodotto marginale

- Il **prodotto medio (Average Product)** del lavoro è l'ammontare di output prodotto da ciascun lavoratore:

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{F(L)}{L}$$

- Il **prodotto marginale (Marginal Product)** del lavoro misura invece quanta produzione addizionale è possibile realizzare quando l'impresa aumenta, al margine, la quantità di lavoro utilizzata:

$$MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{F(L) - F(L - \Delta L)}{\Delta L}$$

Legge dei rendimenti marginali decrescenti

Mantenendo fisso l'utilizzo degli altri fattori di produzione, il prodotto marginale di un input tende a diminuire quando la quantità impiegata dell'input stesso aumenta.

Numero di lavoratori	Numero di panchine prodotte a settimana	MP_L	AP_L
0	0	--	--
1	33	33	33
2	74	41	37
3	111	37	37
4	132	21	33

La relazione tra AP e MP

- Confrontiamo MP e AP per vedere se AP aumenta o si riduce all'aumentare di un certo input
- MP ci dice quanta produzione viene aggiunta se impieghiamo un lavoratore in più
 - Se questi è più produttivo rispetto alla media, AP cresce
 - Se questi è meno produttivo rispetto alla media, AP si riduce
- Relazione fra AP e MP:
 - quando il prodotto marginale di un input è maggiore del prodotto medio, l'unità marginale incrementa il prodotto medio
 - quando il prodotto marginale di un input è minore del prodotto medio, l'unità marginale riduce il prodotto medio
 - quando il prodotto marginale di un input è uguale al prodotto medio, l'unità marginale non modifica il prodotto medio

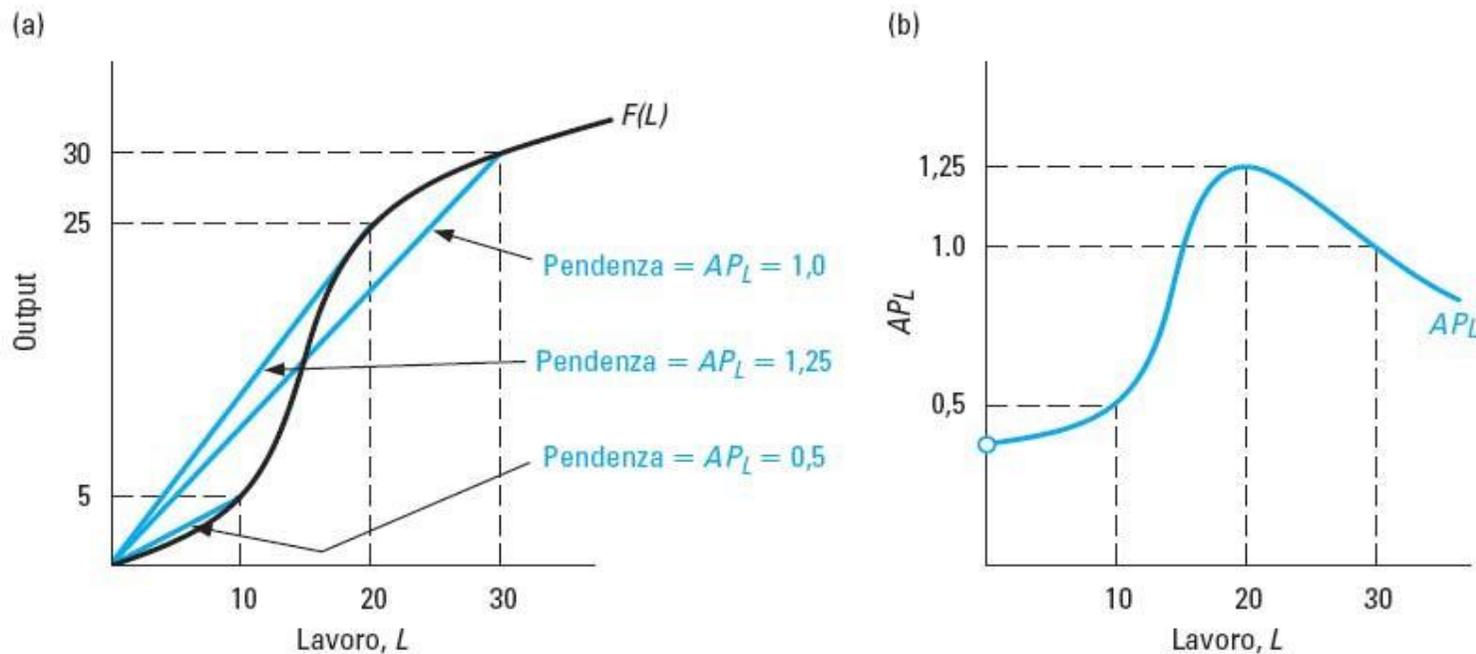
Le curve del prodotto medio e del prodotto marginale

- Quando il lavoro è perfettamente divisibile, il prodotto medio e il prodotto marginale possono essere rappresentati attraverso delle curve
- Per ogni punto della funzione di produzione di breve periodo:
 - **AP** rappresenta l'inclinazione della retta che congiunge il punto con l'origine
 - **MP** rappresenta l'inclinazione della retta tangente alla funzione di produzione in quel punto

Prodotto Medio del Lavoro

Figura 6.3

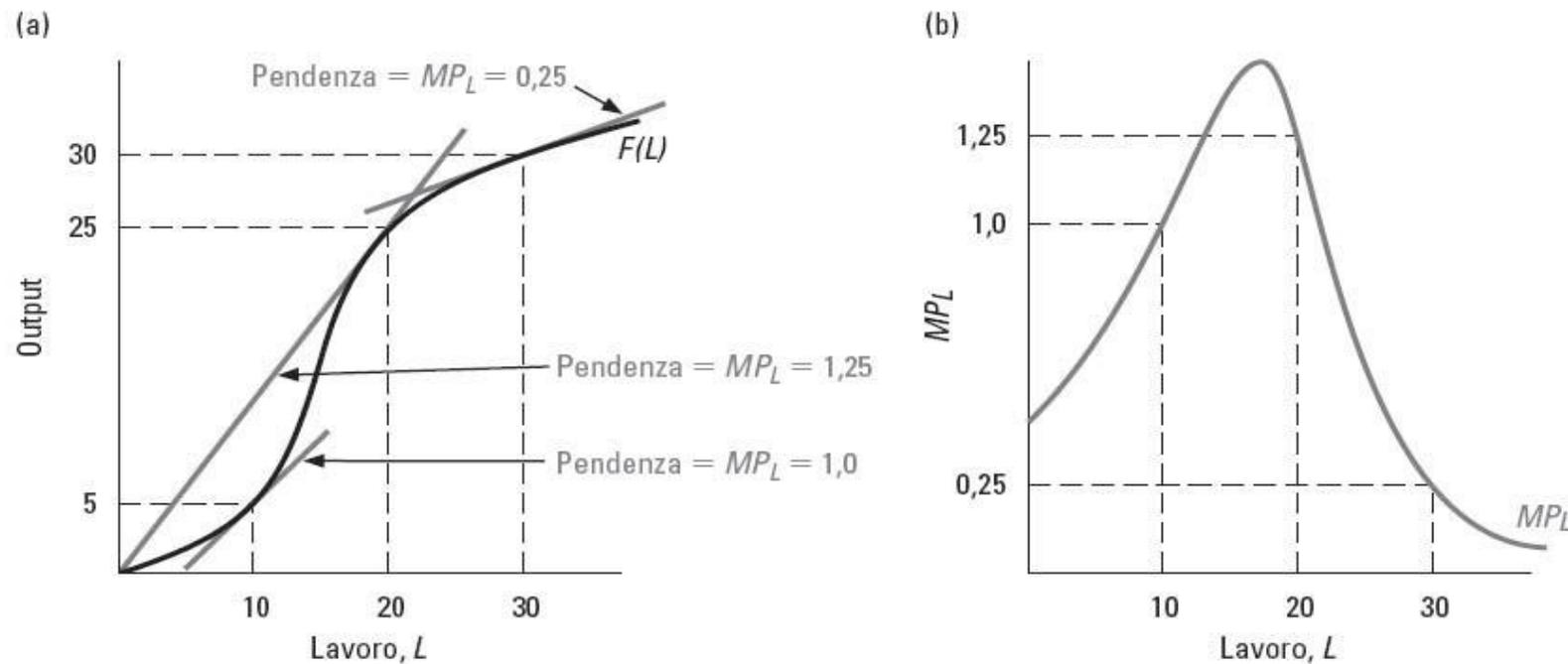
Una funzione di produzione (a) e la sua curva di prodotto medio (b) (a) Una tipica funzione di produzione di breve periodo. Se consideriamo un qualunque punto sulla curva e tracciamo una linea retta che la collega alla sua origine, la pendenza della linea equivarrà al prodotto medio del lavoro. Il grafico mostra il prodotto medio a tre diversi livelli di input ($L = 10$, $L = 20$, $L = 30$). (b) Il modo in cui il prodotto medio del lavoro varia con la quantità di lavoro.



Prodotto Marginale del Lavoro

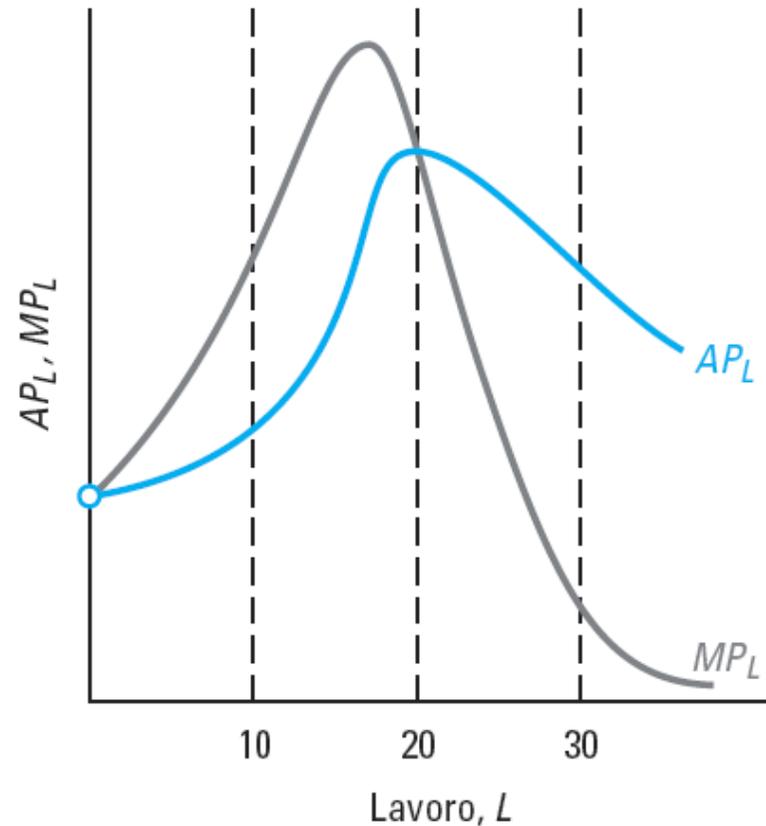
Figura 6.5

Una funzione di produzione (a) e la sua curva di prodotto marginale (b) (a) Stessa funzione di produzione della Figura 6.3(a). Qui abbiamo tracciato rette tangenti alla funzione di produzione a tre livelli di input del lavoro ($L = 10$, $L = 20$, $L = 30$). Le loro inclinazioni sono pari al prodotto marginale del lavoro a quei livelli di lavoro. (b) Viene raffigurato in che modo il prodotto marginale del lavoro si modifica al variare del quantitativo di lavoro.



Le curve di prodotto medio e marginale

- La curva AP è inclinata verso l'alto nel tratto in cui giace al di sotto della curva MP ed è invece inclinata verso il basso nel tratto in cui giace al di sopra di MP
- La curva AP raggiunge il suo massimo nel punto in cui le due curve si intersecano
- $Q=F(L)=2L^2$
- $AP= 2L^2 /L=2L$
- $MP=dQ/dL=4L$



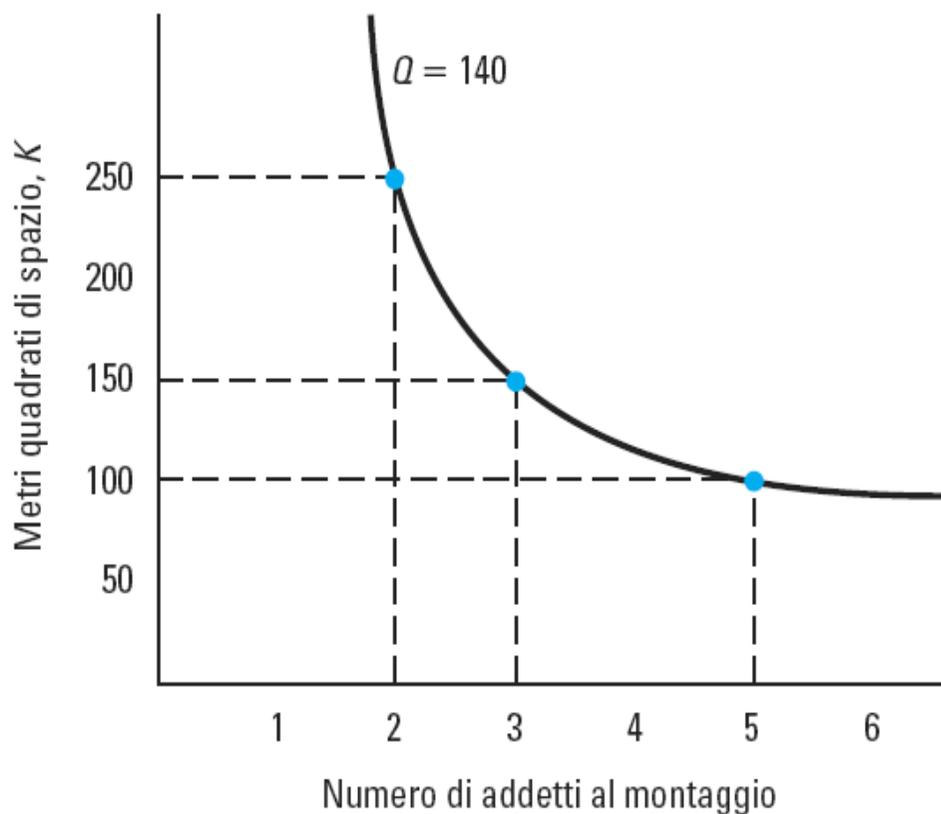
Altro Esempio

Quantità di Lavoro (L)	Quantità di Capitale (K)	Prodotto totale (Q)	Prodotto medio AP (Q/L)	Prodotto marginale ($\Delta Q/\Delta L$)
0	10	0	---	---
1	10	10	10	10
2	10	30	15	20
3	10	60	20	30
4	10	80	20	20
5	10	95	19	15
6	10	108	18	13
7	10	112	16	4
8	10	112	14	0
9	10	108	12	-4
10	10	100	10	-8

Produzione con due input variabili

- Consideriamo un'impresa che utilizza due input nel lungo periodo: lavoro (L) e capitale (K). Ognuno di questi input è omogeneo e la funzione di produzione dell'impresa è data da $Q = F(L,K)$
- Quando i fattori produttivi variabili sono più di uno, è possibile produrre un determinato ammontare di output attraverso diverse combinazioni degli input.
- ***Principio della produttività dei fattori:*** incrementando la quantità di tutti i fattori, aumenta strettamente il livello di output che è possibile raggiungere utilizzando metodi di produzione efficienti

L'isoquante per la produzione di 140 panchine da giardino



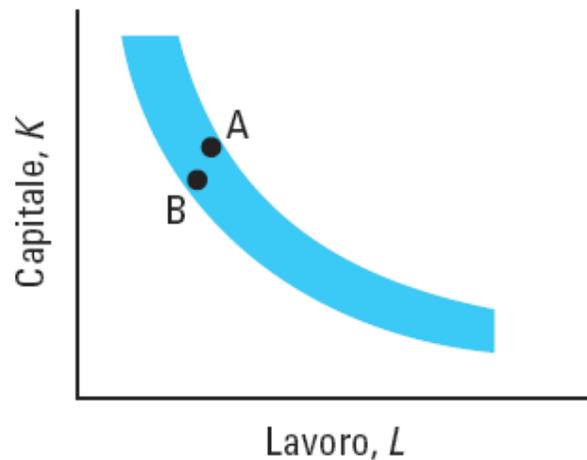
Un *isoquante* individua tutte le combinazioni di input efficienti per produrre un dato ammontare di output.

La *famiglia degli isoquanti* di un'impresa è data da tutti gli isoquanti tracciabili in corrispondenza dei possibili livelli di output

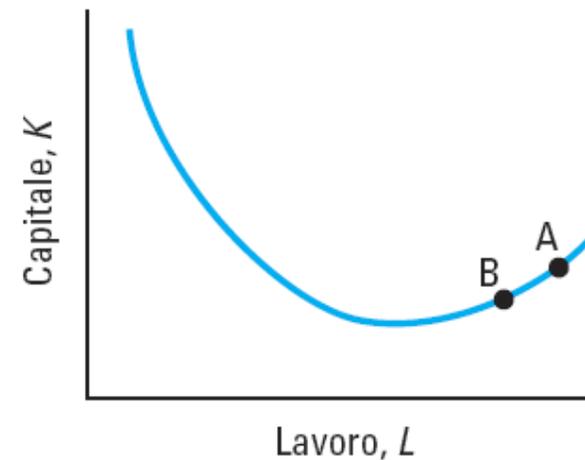
Proprietà degli isoquanti e delle famiglie di isoquanti

- Gli isoquanti sono “sottili” e sono inclinati verso il basso
- In riferimento al livello di output cui è associato, ciascun isoquanto divide le combinazioni di input che permettono di produrre di più da quelle che permettono di produrre di meno

(a) Gli isoquanti non possono essere spessi



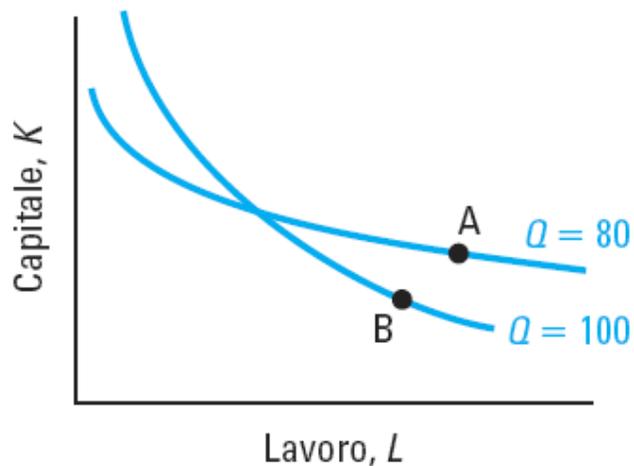
(b) Gli isoquanti non curvano verso l'alto



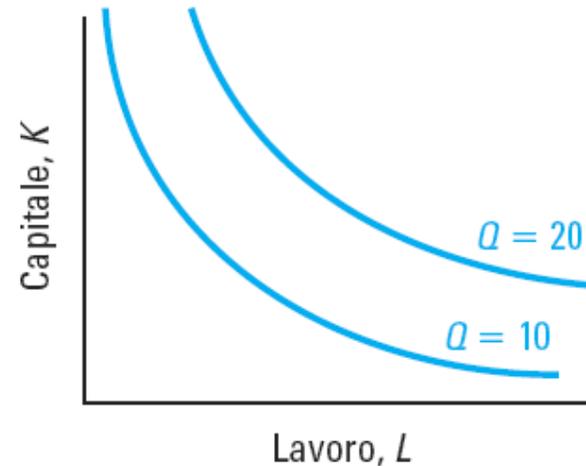
Proprietà degli isoquanti e delle famiglie di isoquanti

- Gli isoquanti relativi alla stessa tecnologia di produzione non possono intersecarsi
- Gli isoquanti riferiti ad un livello di output maggiore si collocano più lontani dall'origine

(c) Gli isoquanti non possono incrociarsi



(d) Gli isoquanti di livello più alto sono più lontani dall'origine

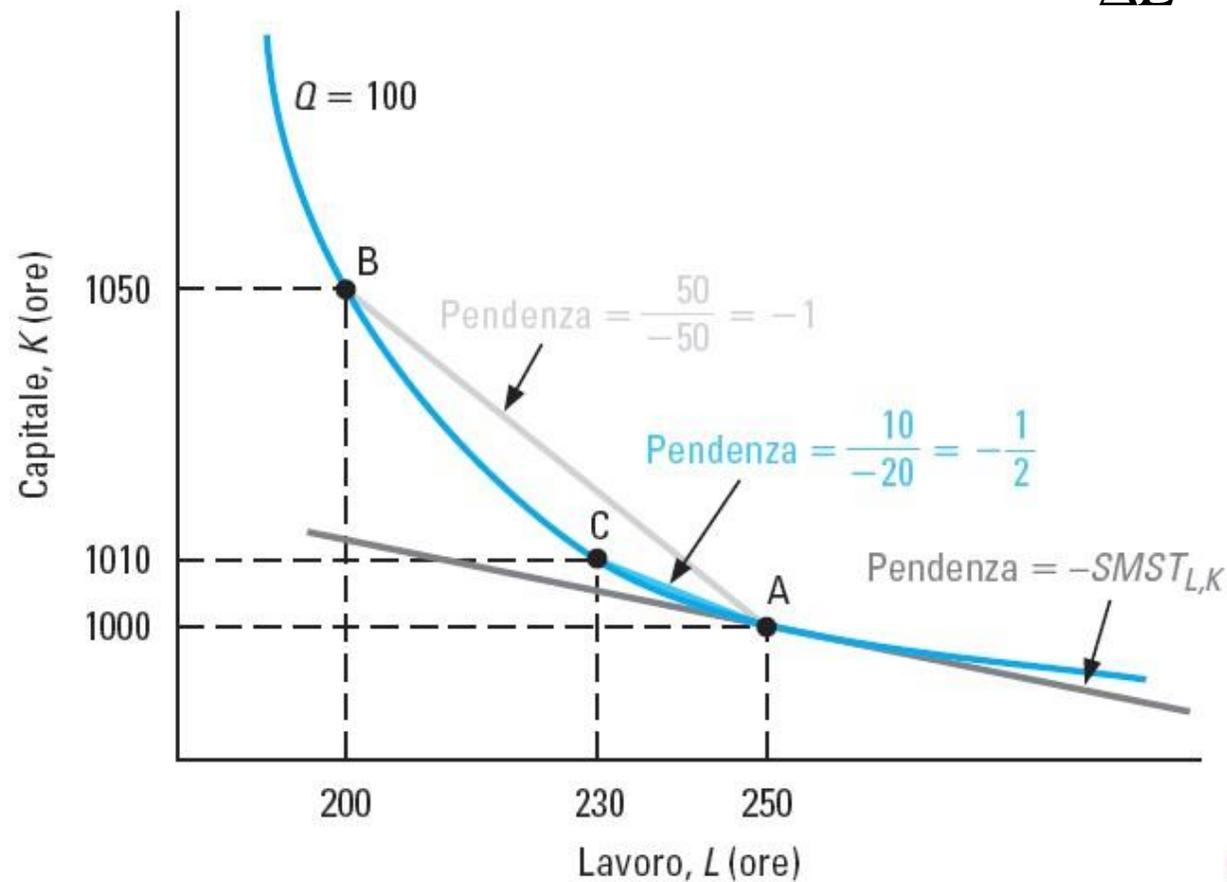


La sostituzione tra i fattori

- Il tasso al quale ciascun input può essere sostituito con un altro rappresenta un elemento fondamentale per la scelta del mix produttivo da utilizzare
- L'inclinazione degli isoquanti fornisce informazioni relative alla sostituibilità fra gli input:
 - I punti collocati lungo uno stesso isoquanto si riferiscono ad uno stesso livello di output ma a diverse combinazioni dei fattori
 - Il tasso di sostituzione fra lavoro e capitale è uguale all'inclinazione dell'isoquanto, con un segno meno davanti
- Data una certa combinazione di input iniziale, ***il saggio marginale di sostituzione tecnica di un input L con un input K*** è il tasso al quale l'impresa può sostituire unità del fattore L con unità del fattore K mantenendo invariato il prodotto complessivo

Sostituzione fra lavoro e capitale lungo un isoquanto

$$-\frac{\Delta K}{\Delta L} = SMST$$



Il SMST ed il prodotto marginale

- La relazione tra il SMST ed il prodotto marginale richiama molto da vicino il rapporto che esiste tra il SMS e l'utilità marginale

$$(\Delta L * MP_L) + (\Delta K * MP_K) = \Delta Q = 0$$

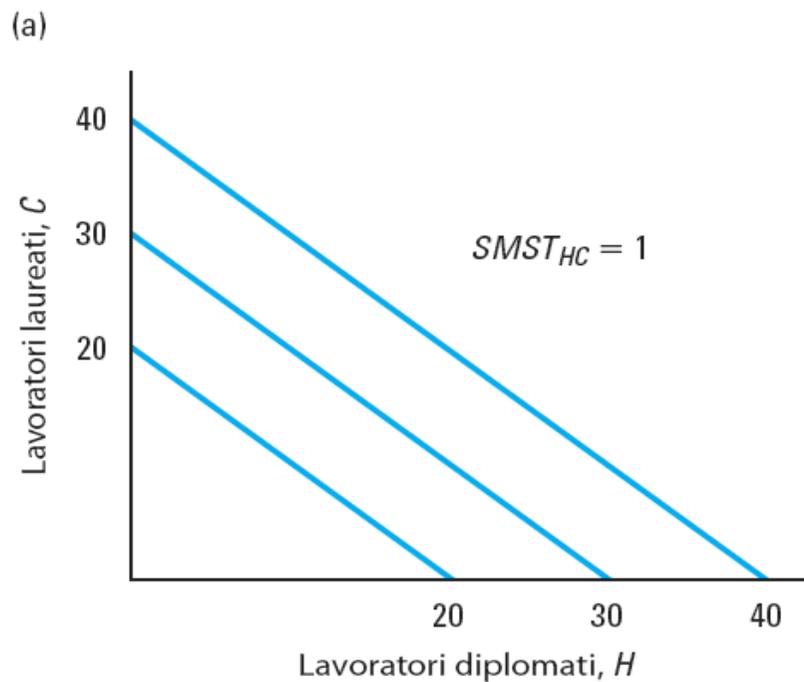
$$\Delta L * MP_L = -\Delta K * MP_K$$

$$\frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = SMST_{LK}$$

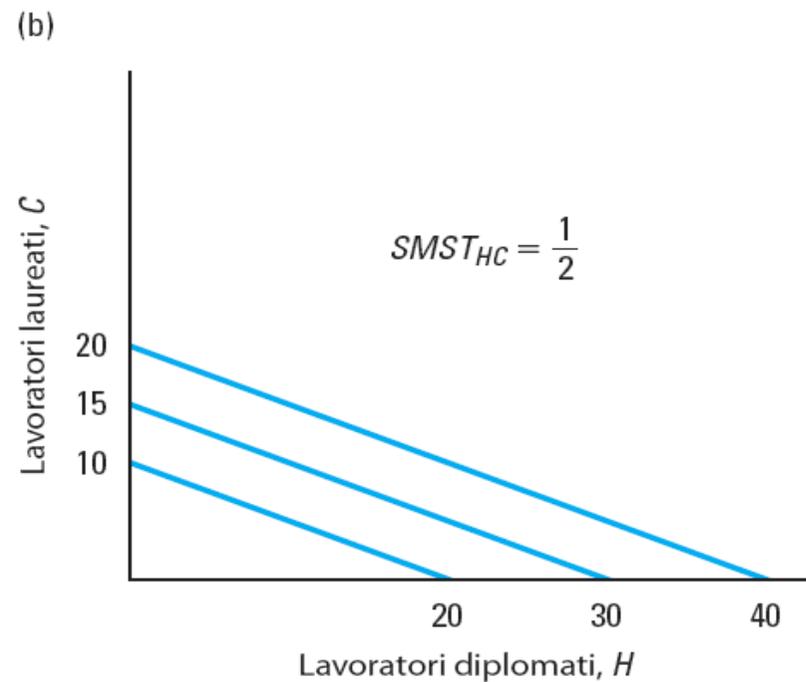
- Più produttivo è il lavoro in relazione al capitale, maggiore è la quantità di capitale necessaria per compensare una riduzione dell'input di lavoro e maggiore è il valore del SMST.
- Nella maggior parte dei casi, il SMST viene assunto decrescente: muovendosi lungo l'isoquanto, se l'input X aumenta, l'input Y si riduce.

Isoquanti per input perfetti sostituti

Due input sono **perfetti sostituti** se le loro funzioni sono identiche e possono quindi essere scambiati secondo un rapporto fisso. Ogni isoquante è rappresentato da una retta e il SMST è costante



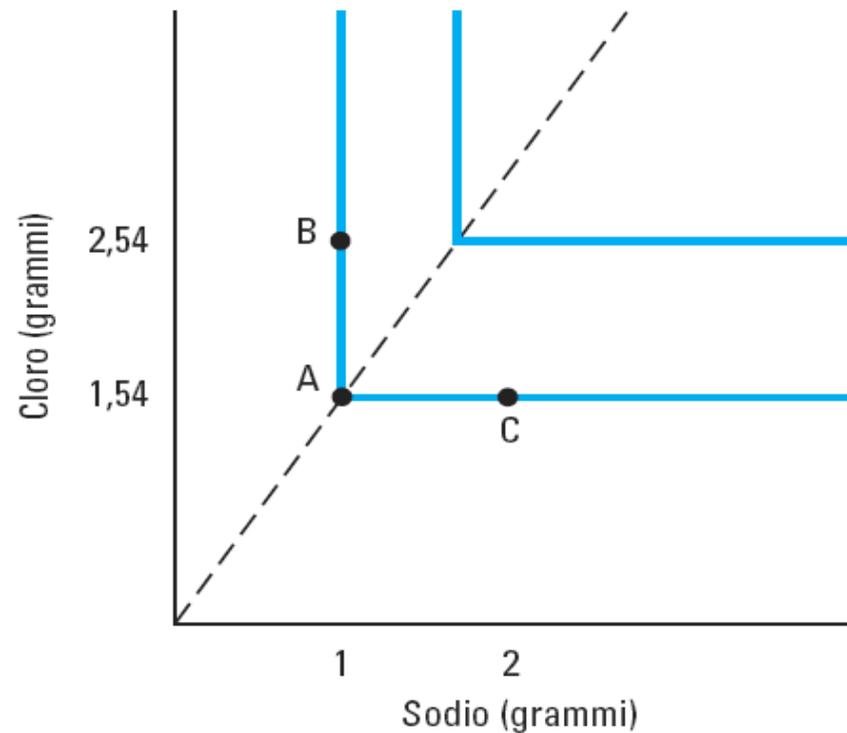
$$Q = F(H, C) = H + C$$



$$Q = F(H, C) = H + 2C$$

Isoquanti per input perfetti complementi

Due input sono *perfetti complementi* quando devono essere usati in proporzioni fisse; in tal caso, gli isoquanti assumono una forma a L



$$Q=F(S,C)=\min\{S,1.54C\}$$

La funzione Cobb-Douglas

Si tratta di una particolare funzione di produzione, decisamente ricorrente nell'analisi economica

- Forma generica: $Q = F(L, K) = AL^\alpha K^\beta$
- A, α , e β sono parametri che assumono valori specifici a seconda dell'impresa considerata:
 - A indica il livello generale di produttività dell'impresa
 - α e β rappresentano la produttività relativa di lavoro e capitale

$$MP_L = \alpha AL^{\alpha-1} K^\beta$$

$$MP_K = \beta AL^\alpha K^{\beta-1}$$

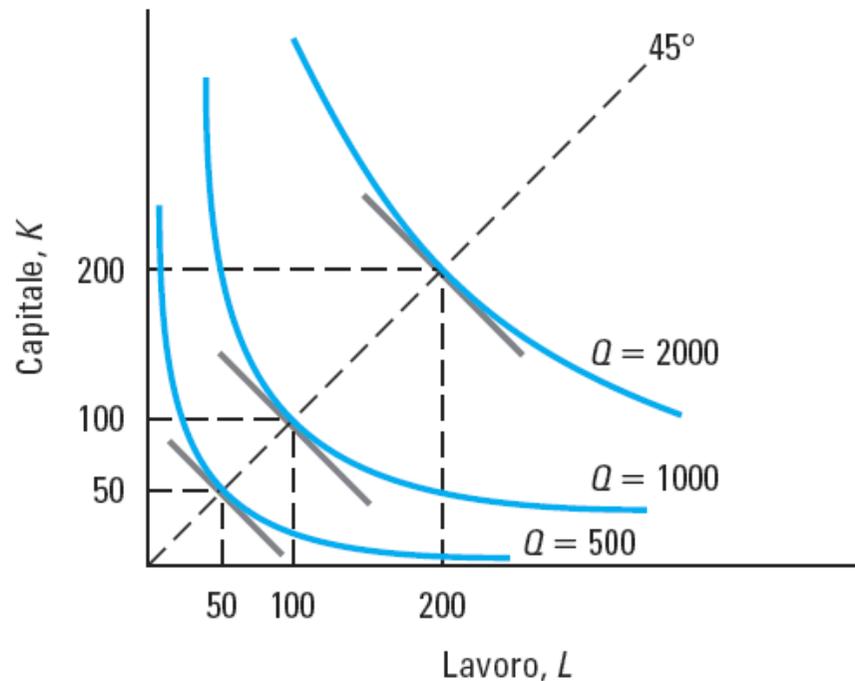
Gli isoquanti per due funzioni di produzione Cobb-Douglas

Cobb- Douglas

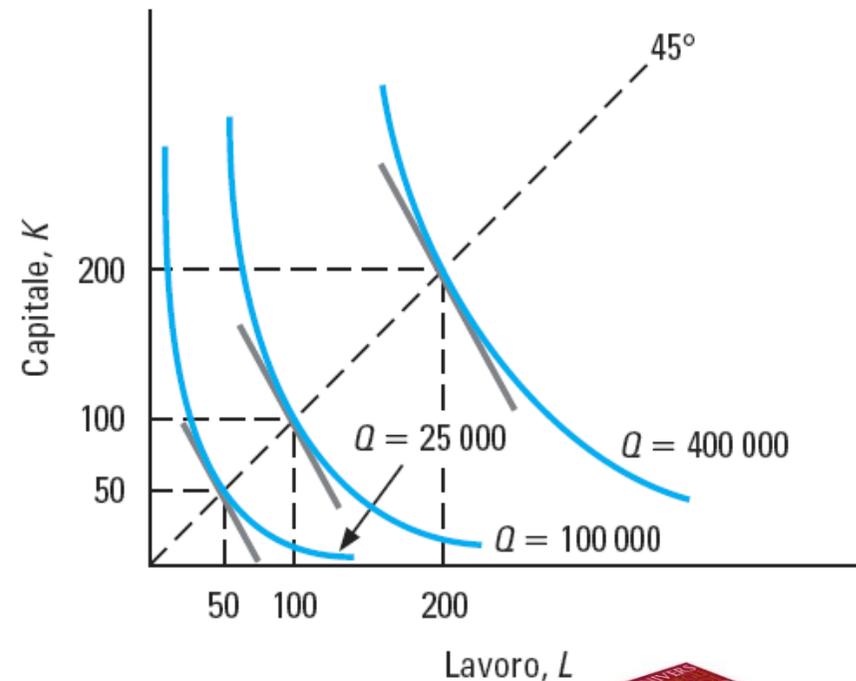
Nel caso di una funzione di produzione Cobb-Douglas la sostituibilità fra i fattori è data da:

$$SMST_{LK} = \left(\frac{\alpha}{\beta} \right) \left(\frac{K}{L} \right)$$

(a) $A = 10, \alpha = \beta = 1/2$

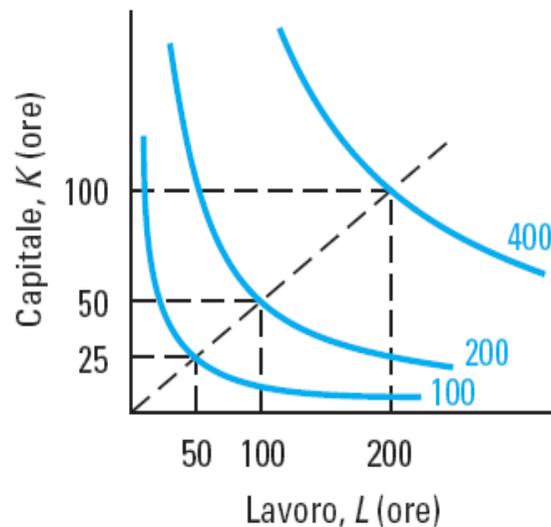


(b) $A = 10, \alpha = 3/2, \beta = 1/2$

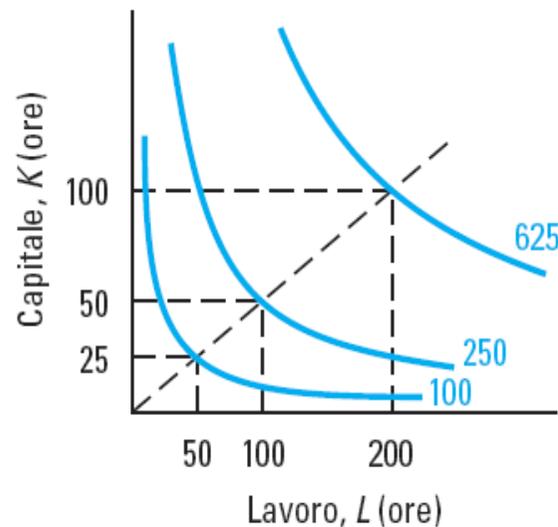


Rendimenti di scala costanti, crescenti e decrescenti con due input

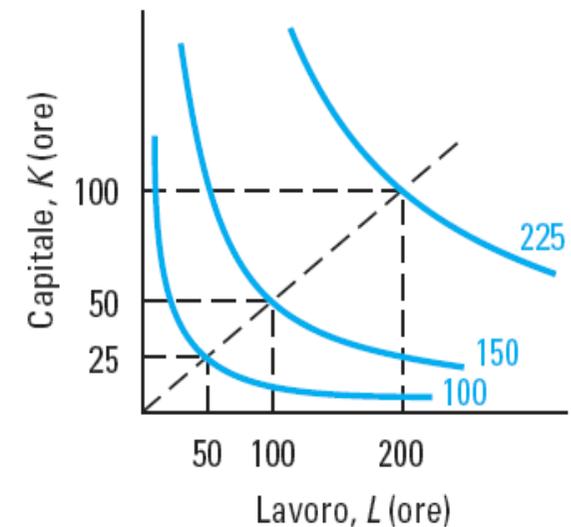
(a) Rendimento di scala costante



(b) Rendimento di scala crescente



(c) Rendimento di scala decrescente



Rendimento di scala	In caso di variazione proporzionale di tutti i fattori...
Costanti	Variazione proporzionale dell'output
Crescenti	Variazione più che proporzionale dell'output
Decrescenti	Variazione meno che proporzionale dell'output

Rendimenti di scala costanti, crescenti e decrescenti con due input

Esempio:

$$Q = F(L, K) = L^\alpha K^\beta$$

Per questa funzione di produzione i rendimenti di scala sono costanti ogni volta che $\alpha + \beta = 1$ (crescenti per $\alpha + \beta > 1$, decrescenti per $\alpha + \beta < 1$).

Moltiplico per 2 le unità di lavoro e di capitale.

$$F(2L, 2K) = (2L)^\alpha (2K)^\beta = 2^{\alpha+\beta} (L^\alpha K^\beta) = 2^{\alpha+\beta} F(L, K)$$