01/03/2023

a) $U = C^{0,6} \cdot S^{0,4}$

$T = 6$

$p_c = 4$

$R_{NL} = 12$

$w = 8$

$$\max_{C,S} \; U = C^{0,6} S^{0,4}$$

sub $12 + 8(6 - S) = 4C$

sub $S \leq 6$

le condizioni del primo ordine per il problema di massimo possono essere scritte in questo modo

$$\frac{U'_C}{p_C} = \frac{U'_S}{w}$$

$$U'_C = \frac{dU}{dC} = 0,6\, C^{0,6-1} \cdot S^{0,4}$$

$$U'_S = \frac{dU}{dS} = 0,4\, C^{0,6} S^{0,4-1}$$

$$\frac{0,6 \cdot C^{-0,4} \cdot S^{0,4}}{4} = \frac{0,4\, C^{0,6} S^{-0,6}}{8}$$

moltiplichiamo primo e secondo termine per $C^{0,4}$ e $S^{0,6}$

$$\frac{0,6\, S}{4} = \frac{0,4\, C}{8}$$

$0,6 = \frac{6}{10}$; $0,4 = \frac{4}{10}$

$$\frac{6}{\cancel{10} \cdot 4} S = \frac{4}{\cancel{10} \cdot 8} C \; ;$$

$$12\, S = 4\, C \; ;$$

$S = \frac{1}{3} C$ è la combinazione ottimale tra tempo libero e consumo che soddisfano nel vincolo di bilancio

Il vincolo è

$$12 + 8(6-S) = 4 \cdot C$$

dato che $S = \frac{1}{3} C$ da cui $C = 3S$ sostituiamo

$$12 + 8(6-S) = 4 \cdot 3S$$

$$12 + 48 - 8S = 12S$$

$$60 = 20S$$

$$S^* = \frac{\cancel{60}}{\cancel{20}}\ 3$$

Se $S^* = 3$;

$$C^* = 9$$

$T - S \equiv$ ore di lavoro

$6 - 3 = 3$; Reddito da lavoro $\equiv w(T-S)$

$R_L = 8 \cdot 3$; $R_L^* = 24$

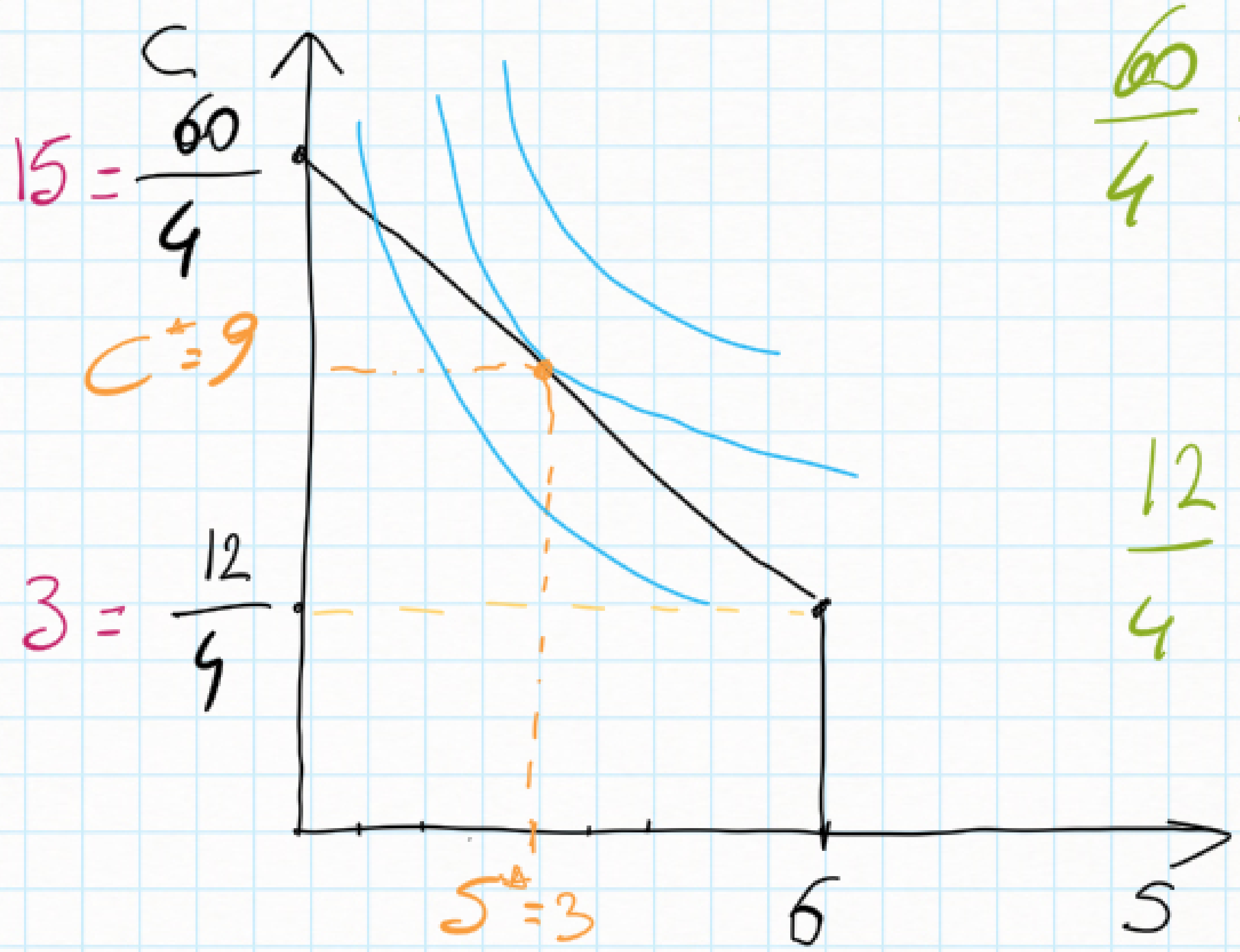
b) verificare che la spesa per consumi di Autonne corrisponde al suo reddito complessivo

Reddito complessivo* $\equiv R_{NL} + R_L^*$

Spese complessive* $\equiv p_c \cdot C^*$

$$\left.\begin{array}{l} 12 + 24 = 36 \\ 4 \cdot 9 = 36 \end{array}\right\} \text{verificato } ✓$$

Analisi grafica della soluzione



$$\frac{60}{4} = \frac{R_{NL} + R_L}{p_c}$$ la quantità max di beni di consumo nel caso $S = 0$

$$\frac{12}{4} = \frac{R_{NL}}{p_c}$$ la quantità max di beni di consumo nel caso $S = 6$

c) Come cambia la scelta di Antonio nel caso in cui venisse introdotto un reddito di cittadinanza di 20€ ?

Nel caso in cui se le preferenze che i prezzi/costi opportunità non cambiano il rapporto ottimale tra C ed S non cambia! Quindi

$S = \frac{1}{3} C$ oppure $C = 3S$ è ancora valido!

Il modello rimane con la seguente forma

$$[12+20] + 8(6-S) = 4 \cdot C$$

$$32 + 48 - 8S = 12S$$

$$80 = 20S$$

$$S^{**} = 4 \; ; \; C^{*} = 12$$

d) Come cambia la scelta di Antonio se le sue preferenze si modificano secondo la seguente nuova funzione di utilità:

$$U = 0{,}6 \cdot C + 0{,}4 S$$

Se cambia la struttura delle preferenze (o gli α oppure la forma funzionale) la combinazione ottimale pro- risulterà modificata

$$\max U = 0{,}6\, C + 0{,}4\, S$$
$$\text{sub } 12 + 8(6-S) = 4 \cdot C$$
$$\text{sub } S \leq 6$$

Le condizioni del primo ordine sono sempre le stesse

$$\frac{U'_C}{p_C} = \frac{U'_S}{w} \; ; \quad U'_C = 0{,}6 \; ; \quad U'_S = 0{,}4$$

$$\frac{0{,}6}{4} = \frac{0{,}4}{8} \; ; \quad \frac{6}{10 \cdot 4} = \frac{4}{10 \cdot 8} \; ; \quad \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

ma $\frac{3}{2} \neq \frac{1}{2}$!!! ...

Le precedenti relazioni implica che

$$\frac{U'_c}{p_c} > \frac{U'_s}{w}$$

abbiamo una "CORNER SOLUTION" cioè l'agente orienta le sue scelte solo su un "bene" o "servizio" a favore di quello la cui utilità marginale ponderata al prezzo/costo opportunità è maggiore

Nel nostro caso avremo

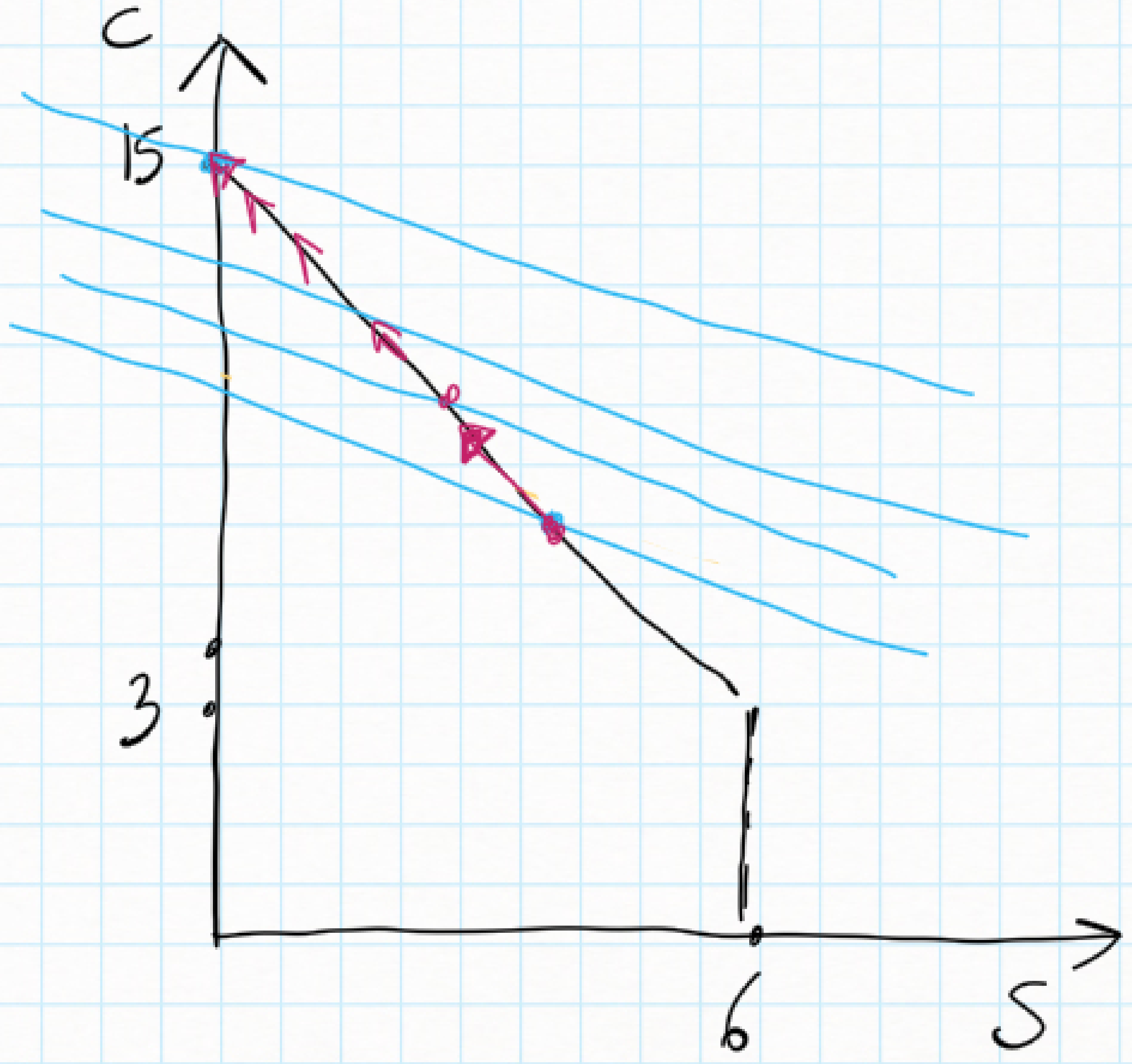
$\hat{C} = max$ e $\hat{S} = 0$

Se $\hat{S} = 0 \Rightarrow$ Reddito complessivo di

$12 + 8 \cdot (6 - 0) = 60$ da cui

$\hat{C} = \frac{60}{4}$; $\hat{C} = 15$

Graficamente avremo:



e) Cosa accade alla soluzione di equilibrio nel caso in cui la relazione di preferenze fosse la seguente

$U = 0,2 \cdot C + 0,8\, S$

Come in precedenza si reimposta il problema calcolando quindi le nuove condizioni del primo ordine date la modificata relazione di preferenze ...

$U = 0{,}2 \cdot C + 0{,}8\, S$

$\frac{U'_c}{p_c} = \frac{U'_s}{w}$; $U'_c = 0{,}2$; $U'_s = 0{,}8$

$\frac{0{,}2}{4} = \frac{0{,}8}{8}$; $\frac{2}{4 \cdot 10} = \frac{8}{8 \cdot 10}$

$\frac{1}{2} = 1$ ma $\frac{1}{2} \neq 1$!!!

In particolare $\frac{1}{2} < 1$!!!

Questo implica che

$\frac{U'_c}{p_c} < \frac{U'_s}{w}$; L'agente si colloca verso il "bene" o "servizio" la cui utilità marginale ponderata al prezzo/costo opportunità è maggiore..

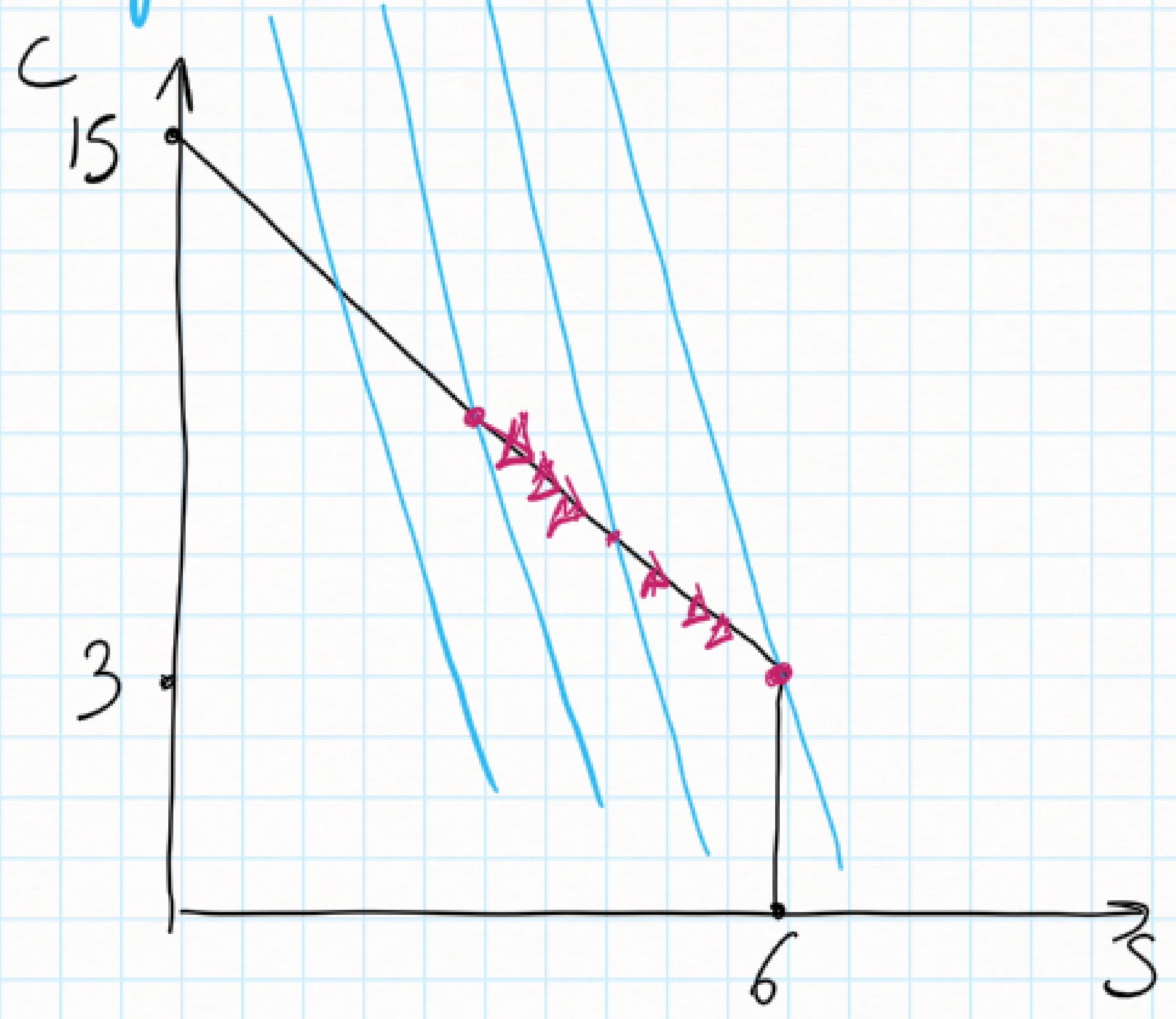
Nel nostro caso

$\frac{U'_c}{p_c} < \frac{U'_s}{w}$ da cui

$S = max \Rightarrow \tilde{S} = 6$

$\tilde{C} = \frac{R_{NL}}{p_c}$; $\tilde{C} = \frac{12}{4}$; $\tilde{C} = 3$

Preferenze avremo:



f) Come cambia la scelta nel caso in cui le preferenze sono definite dalla seguente relazione

$U = C^{\alpha} + S^{1-\alpha}$ con $\alpha = 1$?

g) Come cambia la scelta nel caso in cui le preferenze sono definite dalla seguente relazione

$U = C^{\alpha} + S^{1-\alpha}$ con $\alpha = 0$?

h) Come cambia la scelta nel caso in cui le preferenze sono definite dalla seguente forma

$U = 0{,}4\,C + 0{,}8\,S$?

RISOLVERE DA SOLI!!!