Lezione #6

22/03/2023

CONDIZIONI DI EQ. PER UN CORPO RIGIDO:

$$\begin{cases} \vec{F}^{RIS} = \vec{0} & (\text{moto traslazionale}) \\ \vec{M}^{RIS} = \vec{0} & (\text{" rotazionale}) \end{cases}$$

ENERGIA

"Capacità di un sistema di compiere lavoro" indip. dal fatto che esso venga svolto.

↓

Configurazione dei corpi/cariche/... elementi del sistema

- Energia si trasforma tra forme diverse
- Energia complessiva dell'Universo si conserva! -

$$[E] = \text{Joule} = J \longrightarrow SI$$

$\hookrightarrow N;\ m$

- Energia cinetica $(\vec{v} \neq \vec{0})$

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

m — massa

v — velocità

Ad esempio:

Frecciarossa $\Rightarrow m = 450\cdot000\ kg$

$v = 300\ Km/h = 83{,}33\ m/s$

quanto vale la sua en. cinetica?

$$v = 300\ \frac{10^3 m}{...} = \frac{300}{...}\ m/s$$

$$v = 300 \frac{10^3 m}{3{,}6 \cdot 10^3 s} = \frac{300}{3{,}6} m/s$$

$$v = 83{,}333 \ m/s$$

$$K = \frac{1}{2} \underbrace{(450.000)}_{Kg} \underbrace{(83{,}333)}_{m/s}^2 = 1{,}5625 \ 10^9 \ J$$

$$[K] = J$$

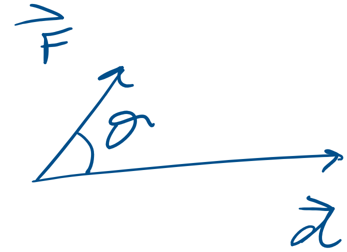
Come si lega $\vec{F}$ all'energia cinetica?

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \begin{cases} F \nearrow \Rightarrow v \nearrow \Rightarrow K \nearrow \\ F \searrow \Rightarrow v \searrow \Rightarrow K \searrow \end{cases}$$

Lavoro di una forza

$$L = \vec{F} \cdot \vec{d} = F d \cos\theta$$

↑
prodotto scalare



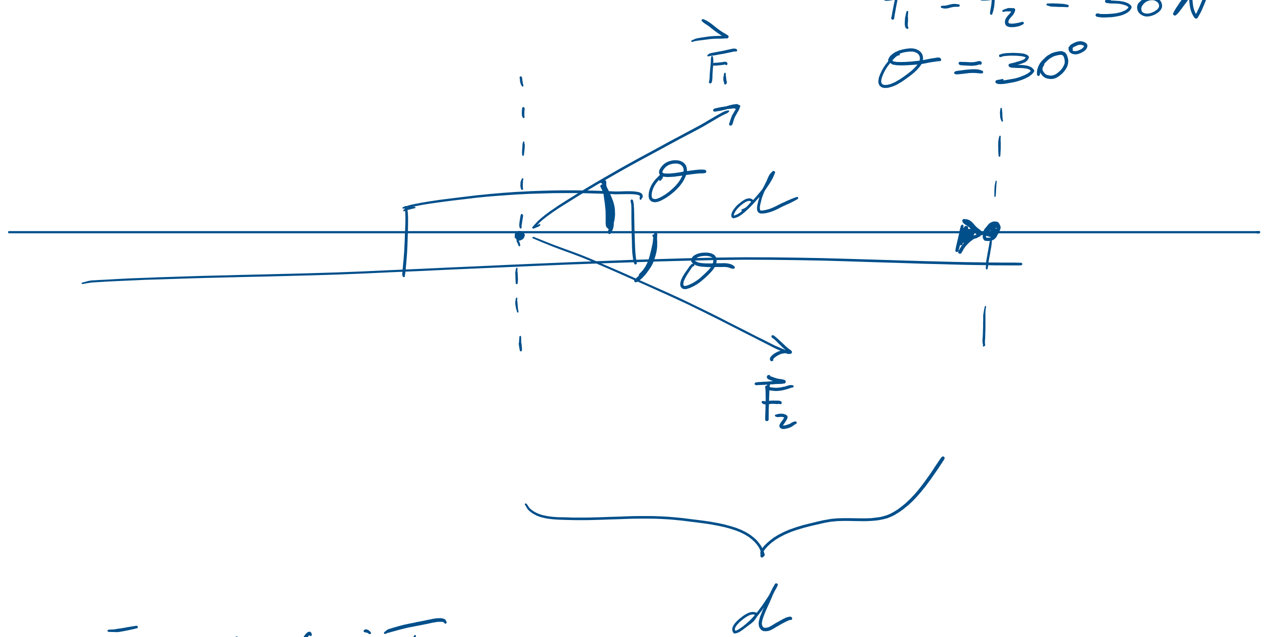
$\vec{d}$ è lo spostamento

θ tra $\vec{F}$ e $\vec{d}$

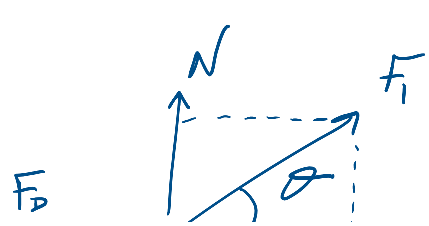
$[L] = \text{Joule} = J$

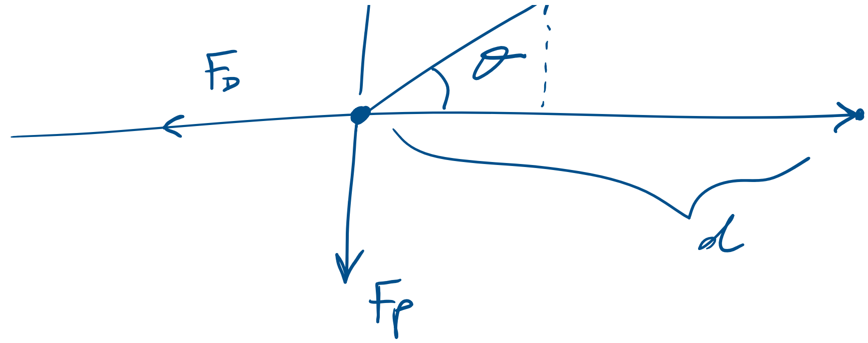
Esercizio:

$\mu = 0{,}03$
$d = 3m$
$m = 40kg$
$F_1 = F_2 = 30N$
$\theta = 30°$



Quale forza è + conveniente per compiere il lavoro?

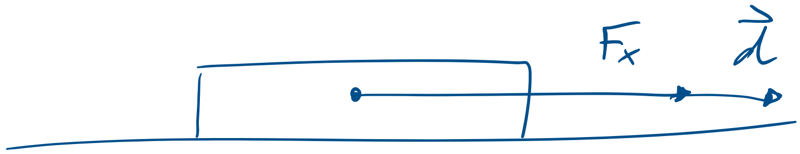




$$\vec{F}^{RIS} = \begin{cases} F_x = F_1 \cos\vartheta - \mu N \\ F_y = N - F_p + F_1 \sin\vartheta = 0 \end{cases}$$

$$N = F_p - F_1 \sin\vartheta = 377{,}4 \ N$$

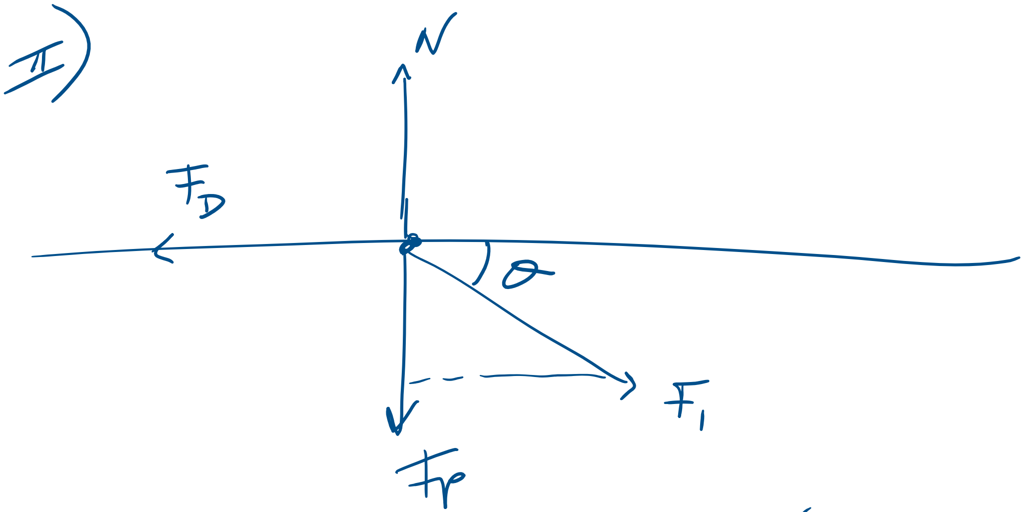
$$F_x = 14{,}6588 \ N$$



$$L = \vec{F} \cdot \vec{d} = F_x \, d \, \underset{1}{\cos(0^\circ)} = \underbrace{14{,}6588}_{F} \cdot \underset{d}{3}$$

$$\boxed{L_1 = 43{,}97 \ J}$$

Scenario II)



$$\begin{cases} F_x = -F_D + F_1 \cos\theta \\ F_y = N - F_P - F_1 \sin\theta = 0 \end{cases} \qquad (F_D = \mu N)$$

$$N = F_P + F_1 \sin\theta = 407{,}4\ N$$

$$F_x = -\mu N + F_1 \cos\theta = 13{,}7588$$

$$L = F_x d = 13{,}7588 \cdot 3$$

$$\boxed{L_2 = 41{,}27\ J}$$

Nel secondo scenario abbiamo bisogno di un lavoro minore per montare l'oggetto

$L_1 > L_2$.

In generale il lavoro è l'energia trasferita a un corpo per mezzo di una forza che agisce su di esso

L e K ?

$$L = F\Delta x = ma\,\Delta x = m\frac{\Delta v}{\Delta t}\Delta x$$

$$= m\,\Delta v\underbrace{\frac{\Delta x}{\Delta t}}_{v} = m\,v\,\underbrace{\Delta v}_{(v_F - v_0)}$$

$$= m\,v\,(v_F - v_0) \qquad v = v_{media} = \frac{v_F + v_0}{2}$$

$$= m\left(\frac{v_F + v_0}{2}\right)(v_F - v_0)$$

$$= \frac{1}{2} m \left(v_F^2 - v_0^2 \right) = \frac{1}{2} m v_F^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$= K_F - K_{IN}$$

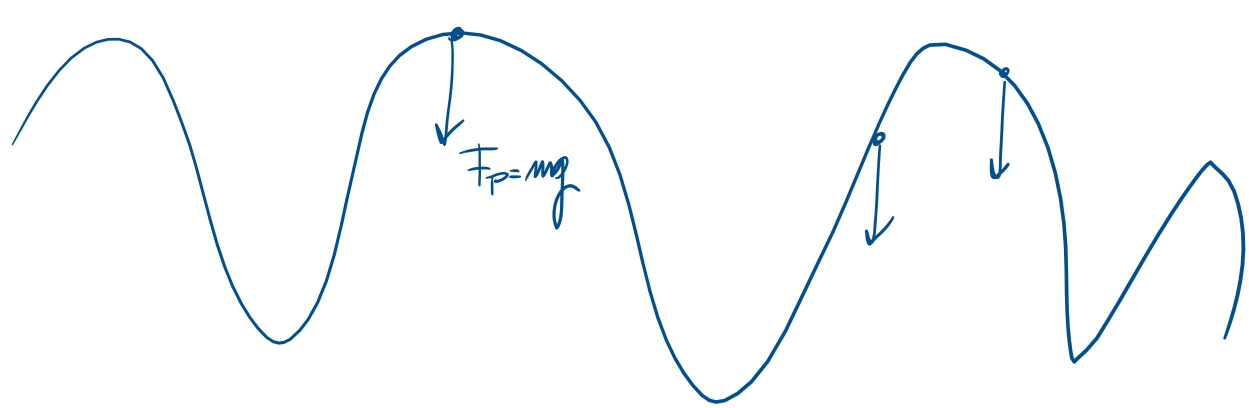
$$\boxed{L = \Delta K = K_F - K_{IN}}$$

Teorema en. cinetica

Il lavoro complessivo svolto da tutte le forze agenti su un sistema è pari alla variazione di en. cinetica

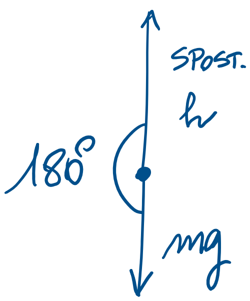
[VALE SEMPRE!!]

FORZA PESO ED ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

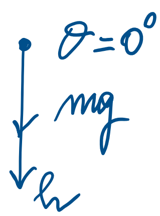


Lavoro svolto è nullo per spostamento lungo x;

lungo y:



$$L_{SALITA} = mgh \underbrace{\cos(180°)}_{-1} = -mgh < 0$$



$$L_{DISCESA} = mgh \underbrace{\cos(0°)}_{1} = mgh > 0$$

$\Delta U = mgh$ = energia potenziale gravitazionale

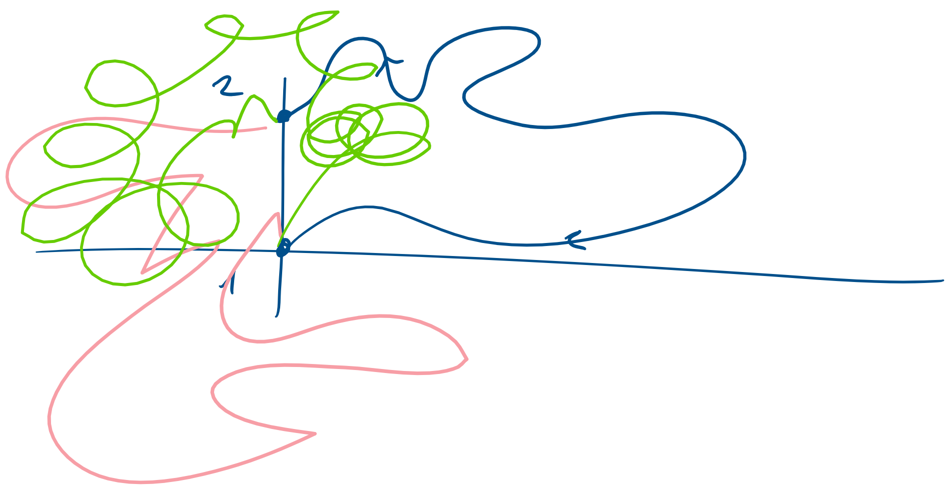
mg → Forza peso

h → altezza

$$\boxed{\Delta U = -L}$$

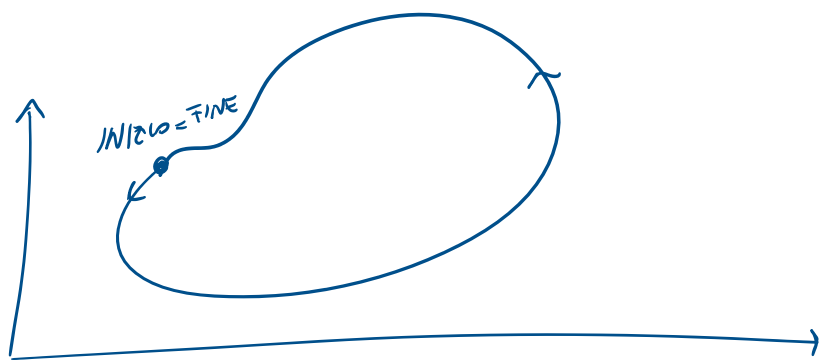
Forza conservativa:

$\vec{F}$ il cui lavoro non dipende dalla traiettoria/percorso ma solo dallo stato iniziale e finale



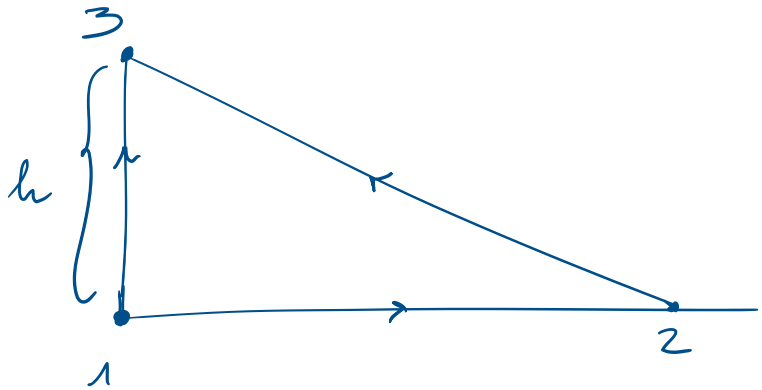
Il lavoro svolto in un circuito/percorso chiuso è sempre nullo

(INIZIO = FINE)



Ad esempio $\begin{cases} F_P \text{ è una forza conservativa} \\ F_D \text{ non è " " "} \end{cases}$

Esercizio

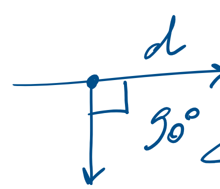


Lavoro fatto nel Tragitto 13:

$$\boxed{L_P^{13} = -mgh}$$

$$L_P^{123} = L_P^{12} + L_P^{23}$$

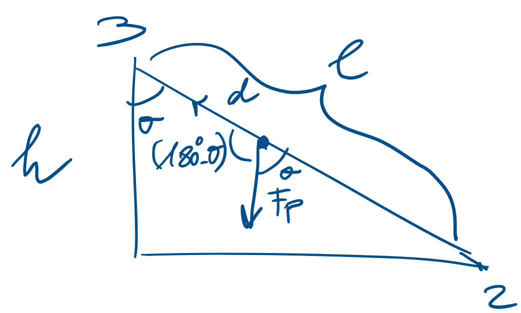
$$= 0 + \left[mgl\cos(180° - \theta) \right]$$



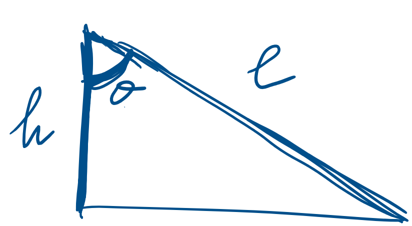
$L_P^{12} = 0$

$$= -mgl\cos\theta$$

$$\boxed{L_P^{123} = -mgh}$$



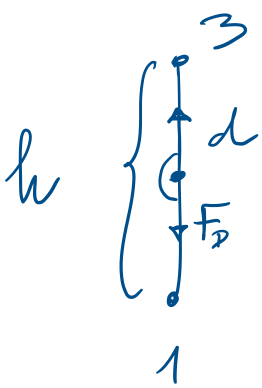
$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$



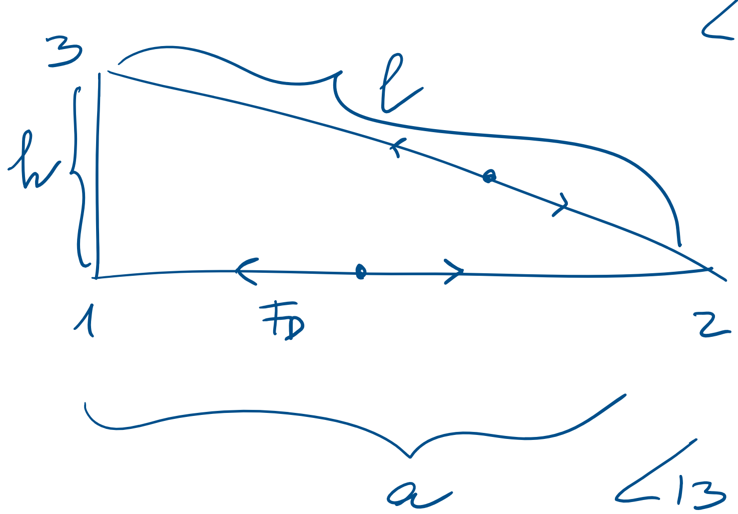
$l\cos\theta = h$

$L_p^{13} = L_p^{123} \Rightarrow$ lavoro non dipende dal percorso seguito ma solo da istante iniziale e finale

Nel caso delle forze di attrito F_D



$$L_{13} = -F_D \cdot h$$



$$L_{123} = L_{12} + L_{23}$$
$$= -F_D a - F_D l$$
$$= -F_D(a+l)$$

$$L_{13} = -F_D h$$
$$L_{123} = -F_D(a+l)$$

Quindi in questo caso $L_{13} \neq L_{123}$

il lavoro dipende dal percorso seguito

$$\Downarrow$$

la forza di attrito non è conservativa

TEOREMA DELLA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

Nel caso in cui sul sistema agiscano <u>solo</u> forze conservative, l'energia meccanica complessiva

$E = K + U$ si conserva:

$$\Delta E = 0 \qquad \Delta K + \Delta U = 0$$

$$(K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0$$

$$(K_f + U_f) = (K_i + U_i)$$