



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI TERAMO

## **Homework 5- Microeconomia: soluzioni**

Noemi Pace  
npace@unite.it

# Homework 5

## Domanda 1

Prendete in considerazione la seguente funzione di produzione

$$Q = F(L, K) = L^2 K$$

- (a) Calcolate il Saggio Marginale di Sostituzione Tecnica tra L e K in corrispondenza di L=10 e K=2
- (b) Calcolate il Saggio Marginale di Sostituzione Tecnica tra L e K in corrispondenza di L=2 e K=10.
- (c) Commentate il risultato ottenuto nei punti (a) e (b).

### Come si procede?

- 1) Calcoliamo il SMST tra L e K partendo dalla funzione di produzione (calcolo  $MP_L$  e  $MP_K$ , e poi calcolo il rapporto).
- 2) Sostituisco il valori di L e K indicate nei punti (a) e (b).
- 3) Commento il risultato

# Homework 5

## Domanda 1

$$Q = F(L, K) = L^2 K$$

$$MP_L = 2LK$$

$$MP_K = L^2$$

$$SMST_{L,T} = (MP_L / MP_K) = (2K/L)$$

**(a) Valore del SMST quanto  $L=10$  e  $K=2$ :**

$$SMST_{L,T} = (2K/L) = 4/10 = 0.4$$

**(b) Valore del SMST quanto  $L=2$  e  $K=10$ :**

$$SMST_{L,T} = (2K/L) = 20/2 = 10$$

# Homework 5

## Domanda 1

(a) Valore del SMST quanto  $L=10$  e  $K=2$ :

$$SMST_{L,T} = (2K/L) = 4/10 = 0.4$$

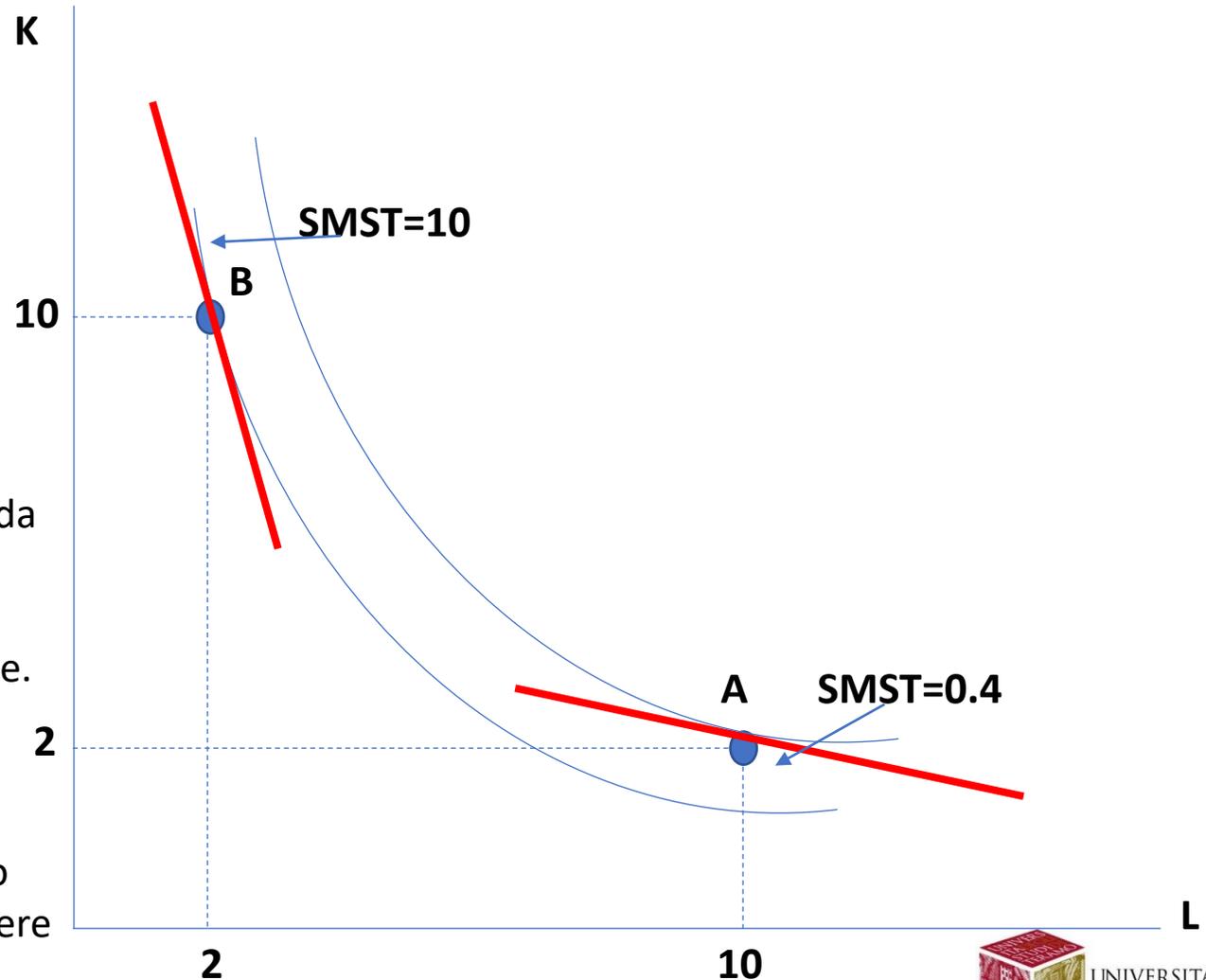
(b) Valore del SMST quanto  $L=2$  e  $K=10$ :

$$SMST_{L,T} = (2K/L) = 20/2 = 10$$

(c) Il SMST tra L e K decresce quanto più ci spostiamo da sinistra in alto a destra in basso dell'isoquante di Produzione. Perché?

In B, il lavoro è relativamente scarso rispetto al capitale. Ciò significa che un'eventuale riduzione di L deve essere compensata con grandi quantità di K per rimanere sullo stesso isoquante di produzione.

In A al contrario, il lavoro è molto abbondante rispetto al capitale quindi un'eventuale riduzione di L deve essere compensata con quantità minime di K.



# Homework 5

## Domanda 2.

Considerate un'impresa agricola con funzione di produzione  $Q=K^{0.25}L^{0.25}$ .

Supponete che il costo unitario del lavoro sia  $w=16$  e quello dei macchinari sia  $r=1$ .

- a) Determinate la funzione di costo per l'impresa.
- b) Supponete ora che, a seguito di un intervento fiscale del governo il costo del lavoro si riduca (ad un livello inferiore a 16). Che effetto avrà questo sulla tecnologia efficiente (cioè sulla combinazione di L e K)? E sulla domanda di lavoro e di macchinari dell'impresa? Rispondete dicendo in quale direzione varieranno K, L, e il loro rapporto

# Homework 5

## Domanda 2.

Considerate un'impresa agricola con funzione di produzione  $Q=K^{0.25}L^{0.25}$ .

Supponete che il costo unitario del lavoro sia  $w=16$  e quello dei macchinari sia  $r=1$ .

a) Determinate la funzione di costo per l'impresa.

$$\begin{aligned} &\text{Min}_{L,K} wL+rK \\ &\text{s.t. } Q=K^{0.25}L^{0.25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lagrangiano} &= wL+rK+\lambda(Q-K^{\beta}L^{\alpha}) \\ \text{Lagrangiano} &= 16L+K+\lambda(4-K^{0.25}L^{0.25}) \end{aligned}$$

$$d\text{Lagr}/dL = 16 - 0.25 \lambda L^{-0.75} K^{0.25} = 0$$

$$d\text{Lagr}/dK = 1 - 0.25 \lambda K^{-0.75} L^{0.25} = 0$$

$$d\text{Lagr}/d\lambda = 4 - K^{0.25}L^{0.25} = 0$$

# Homework 5

## Domanda 2.

Considerate un'impresa agricola con funzione di produzione  $Q=K^{0.25}L^{0.25}$ .

Supponete che il costo unitario del lavoro sia  $w=16$  e quello dei macchinari sia  $r=1$ .

a) Determinate la funzione di costo per l'impresa.

Divido la prima condizione del primo ordine per la seconda:

$$dLagr/dL=w-0.25 \lambda L^{-0.75} K^{0.25}=0$$

$$dLagr/dK=r-0.25 \lambda K^{-0.75} L^{0.25}=0$$

$$(K/L)=16$$

$K=16L$  Sostituisco nella funzione di produzione

$$Q=(16L)^{0.25}L^{0.25} =2L^{0.5} \quad Q/2=L^{0.5}$$

$$L=(Q/2)^2 =Q^2/4 \quad K=16(Q/2)^2$$

$$C(Q)=16* Q^2/4 +16* Q^2/4=32*Q^2/4=8*Q^2 =8Q^2$$

# Homework 5

## Domanda 2.

Considerate un'impresa agricola con funzione di produzione  $Q=K^{0.25}L^{0.25}$ .

Supponete che il costo unitario del lavoro sia  $w=16$  e quello dei macchinari sia  $r=1$ .

b) Supponete ora che, a seguito di un intervento fiscale del governo il costo del lavoro si riduca (ad un livello inferiore a 16). Che effetto avrà questo sulla tecnologia efficiente (cioè sulla combinazione di L e K)? E sulla domanda di lavoro e di macchinari dell'impresa? Rispondete dicendo in quale direzione varieranno K, L, e il loro rapporto.

L aumenta

K si reduce

SMST si riduce

# Homework 5

## Domanda 3.

La Brite produce cellulari utilizzando capitale e lavoro. La sua funzione di produzione é descritta dalla seguente tabella.

	L=1	L=2	L=3
K=1	20	35	55
K=2	30	40	58
K=3	35	44	60

In base alle vostre informazioni dite quali delle seguenti affermazioni sono corrette, spiegando perché.

- a) La produttività marginale del lavoro é decrescente.
- b) La produttività marginale del capitale é decrescente.
- c) I rendimenti di scala sono costanti.

# Homework 5

## Domanda 3.

a) La produttività marginale del lavoro é decrescente.

	L=1	L=2	L=3
K=1	20	35	55
K=2	30	40	58
K=3	35	44	60

Per K=1:  $\Delta Q_{1,2}=15$ ,  $\Delta Q_{2,3}=20$

Per K=2:  $\Delta Q_{1,2}=10$ ,  $\Delta Q_{2,3}=18$

Per K=3:  $\Delta Q_{1,2}=9$ ,  $\Delta Q_{2,3}=16$

L'affermazione é falsa: la produttività marginale del lavoro é crescente.

# Homework 5

## Domanda 3.

b) La produttività marginale del capitale é decrescente.

	L=1	L=2	L=3
K=1	20	35	55
K=2	30	40	58
K=3	35	44	60

Per L=1:  $\Delta Q_{1,2}=10$ ,  $\Delta Q_{2,3}=5$

Per L=2:  $\Delta Q_{1,2}=5$ ,  $\Delta Q_{2,3}=4$

Per L=3:  $\Delta Q_{1,2}=3$ ,  $\Delta Q_{2,3}=2$

L'affermazione é vera: la produttività marginale del capitale é decrescente.

# Homework 5

## Domanda 3.

c) I rendimenti di scala sono costanti.

	L=1	L=2	L=3
K=1	20	35	55
K=2	30	40	58
K=3	35	44	60

L=1 e K=1: Q=20

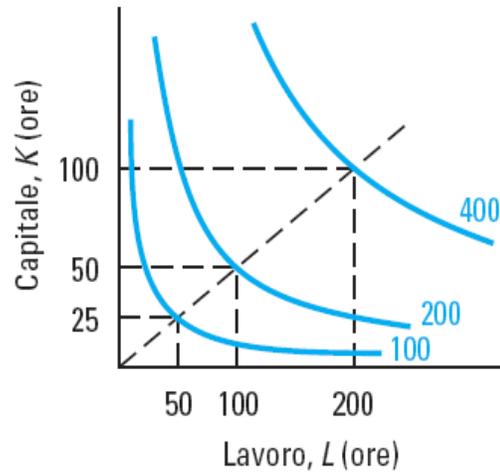
L=2 e K=2: Q=40

L=3 e L=3: Q=60

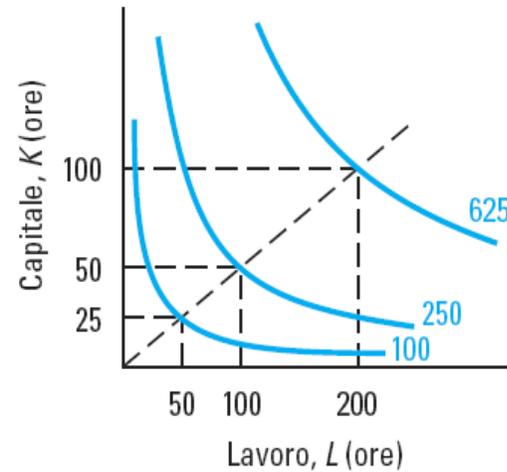
L'affermazione é vera: aumentando della stessa propozione tutti gli input, la quantità aumenta in maniera esattamente proporzionale.

# Rendimenti di scala costanti, crescenti e decrescenti con due input

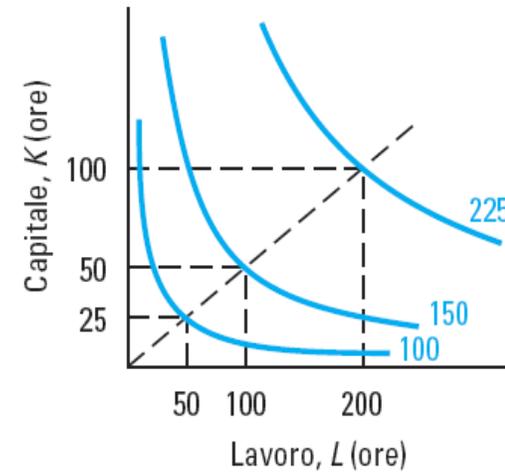
(a) Rendimento di scala costante



(b) Rendimento di scala crescente



(c) Rendimento di scala decrescente



Rendimento di scala	In caso di variazione proporzionale di tutti i fattori...
Costanti	Variazione proporzionale dell'output
Crescenti	Variazione più che proporzionale dell'output
Decrescenti	Variazione meno che proporzionale dell'output