Svolgimento dell'esercizio del 05/04/2023

Punto e)

Scriviamo il modello in forma strutturale

$D = C + I + G + X_N \quad (1)$

$C = 400 + 0{,}9\, Y_d \quad (2)$

$T = 200 + 0{,}3\, Y \quad (3)$

$I = 600 - 750\, r \quad (4)$

$X_N = 380 - 0{,}13\, Y - 250\, r \quad (5)$

$Y = D \quad (6)$

↑ settore reale

$L = (0{,}5\, Y - 1000\, r)\, P \quad (7)$

$M_s = M \quad (8)$

$L = M_s \quad (9)$

↑ settore monetario

Sviluppiamo la equazione (1) sostituendo per le incognite come descritte nelle equazioni (2)-(5) nella condizione di operatività (6) alla ricerca della combinazione r-Y che garantisce l'equilibrio nel settore reale [IS].

$Y = C + I + G + X_N$

$Y = 400 + 0{,}9\, Y_d + 600 - 750\, r + G + 380 - 0{,}13\, Y - 250\, r$

Aggreghiamo i termini simili

$Y = 1380 + 0{,}9\,[Y - T] - 1000\, r - 0{,}13\, Y + G$

Sostituiamo la funzione delle tasse (3)

$Y = 1380 + 0{,}9\,[Y - (200 + 0{,}3\, Y)] - 1000\, r - 0{,}13\, Y + G$

$Y = 1380 + 0{,}9\,(Y - 200 - 0{,}3\, Y) - 1000\, r - 0{,}13\, Y + G$

$Y = 1380 + 0{,}9\, Y - 180 - 0{,}27\, Y - 1000\, r - 0{,}13\, Y + G$

$Y = 1200 + 0{,}5\, Y - 1000\, r + G$ isoliamo Y

$Y - 0{,}5\, Y = 1200 - 1000\, r + G$

$0{,}5\, Y = 1200 - 1000\, r + G$ dividiamo per 0,5

$Y = 2400 - 2000\, r + 2G \qquad IS_Y$

Cerchiamo ora IS_r isolando r

$2000\, r = 2400 - Y + 2G$ dividiamo per 2000

$$r = 1{,}2 - 0{,}0005\,Y + 0{,}001\,G \qquad IS_r$$

Cerchiamo ora la relazione tra r ed Y che garantisce l'equilibrio nel settore monetario (LM) sostituendo le equazioni (7) e (8) nella (9)

$$M = (0{,}5\,Y - 1000\,r)\,P$$ divido per P

$$\frac{M}{P} = 0{,}5\,Y - 1000\,r$$ isolo Y

$$-0{,}5\,Y = -\frac{M}{P} - 1000\,r$$ divido per $-0{,}5$

$$Y = 2\frac{M}{P} + 2000\,r \qquad LM_Y$$

Cerchiamo ora la LM_r isolando r

$$-2000\,r = 2\frac{M}{P} - Y$$ divido per -2000

$$r = -0{,}001\frac{M}{P} + 0{,}0005\,Y \qquad LM_r$$

Punto a) risolto

Punto b)

Cerco la forma ridotta del reddito uguagliando le funzioni IS_r e LM_r

$$1{,}2 - 0{,}0005\,Y + 0{,}001\,G = -0{,}001\frac{M}{P} + 0{,}0005\,Y$$

$$-0{,}0005\,Y - 0{,}0005\,Y = -1{,}2 - 0{,}001\,G - 0{,}001\frac{M}{P}$$

$$-0{,}001\,Y = -1{,}2 - 0{,}001\,G - 0{,}001\frac{M}{P}$$ divido per $-0{,}001$

$$Y = 1200 + G + \frac{M}{P}$$ Equazione in forma ridotta del reddito

Cerco la forma ridotta del tasso di interesse uguagliando IS_Y ed LM_Y

$$2400 - 2000\,r + 2G = 2\frac{M}{P} + 2000\,r$$

$$-2000\,r - 2000\,r = -2400 - 2G + 2\frac{M}{P}$$

$$-4000\,r = -2400 - 2G + 2\frac{M}{P}$$ divido per -4000

$$r = 0{,}6 + 0{,}0005\,G - 0{,}0005\frac{M}{P}$$ Equazione in forma ridotta del tasso di interesse.

Punto b) risolto

Punto c)

Per trovare i valori del tasso di interesse di equilibrio e del reddito di equilibrio sostituisco per i valori di G, M e P dati nel testo ($G = 200$; $M = 1200$; $P = 1$)

$$Y^* = 1200 + 200 + \frac{1200}{1} \; ; \quad Y^* = 2600$$

$$r^* = 0{,}6 + 0{,}0005\,(200) - 0{,}0005\left(\frac{1200}{1}\right) ; \quad r^* = 0{,}1$$

Per verificare che le soluzioni siano di equilibrio occorre controllare che $I^* = S^*$ e che $L^* = M$

Nota che S^* = Risparmio Aggregato di Equilibrio [S_{TOT}]

dove

$$S_{TOT} = S_{Pr} + S_{Pb} + S_{rw} \qquad \text{con}$$

$$S_{Pr} = Yd - C$$

$$S_{Pb} = T - G$$

$$S_{rw} = -X_N$$

Cerchiamo prima le nostre variabili

$$T^* = 200 + 0{,}3\,Y^* ; \quad T^* = 200 + 0{,}3\,(2600) ; \quad T^* = 980$$

$$Yd^* = Y^* - T^* ; \quad Yd^* = 2600 - 980 ; \quad Yd^* = 1620$$

$$C^* = 400 + 0{,}9 \cdot Yd^* ; \quad C^* = 400 + 0{,}9 \cdot (1620) ; \quad C^* = 1858$$

$$S_{Pr}^* = Yd^* - C^* ; \quad S_{Pr}^* = 1620 - 1858 ; \quad S_{Pr}^* = -238$$

$$S_{Pb}^* = T^* - G^* ; \quad S_{Pb}^* = 980 - 200 ; \quad S_{Pb}^* = 780$$

$$X_N^* = 380 - 0{,}13\,(Y^*) - 250\,(r^*) ; \quad X_N^* = 380 - 338 - 25$$

$$X_N^* = 17$$

$$S_{rw}^* = -17$$

$$S_{TOT}^* = -238 + 780 - 17 ; \quad S_{TOT}^* = 525$$

Calcoliamo ora gli investimenti di equilibrio

$$I^* = 600 - 750 \cdot (r^*) ; \quad I^* = 600 - 75 ; \quad I^* = 525 = S_{TOT}^* \checkmark$$

Punto c) risolto

Punto d)

Dobbiamo "simulare" una policy che ci permetta di raggiungere gli obiettivi fissati dalle autorità, ovvero $\bar{Y} = 2500$ e $\bar{r} = 0,1$. Questo significa trasformare le variabili che prima erano "endogene" in "esogene", e i precedenti controlli (G ed M) in incognite da individuare

$$\begin{cases} \bar{Y} = 1200 + G + \frac{M}{1} \\ \bar{r} = 0,6 + 0,0005\,G - 0,0005\,\frac{M}{1} \end{cases}$$

Isoliamo G dalla prima equazione

$$\begin{cases} 2500 - 1200 - M = G \\ \quad '' \qquad '' \end{cases} \qquad \begin{cases} G = 1300 - M \\ \quad '' \end{cases}$$

Sostituiamo G nella seconda equazione

$$\begin{cases} G = 1300 - M \\ 0,1 = 0,6 + 0,0005(1300 - M) - 0,0005\,M \end{cases}$$

$$\begin{cases} G = 1300 - M \\ -0,5 = 0,65 - 0,0005\,M - 0,0005\,M \end{cases}$$

$$\begin{cases} G = 1300 - M \\ 0,0005\,M + 0,0005\,M = 1,15 \end{cases} \qquad \begin{cases} G = 1300 - M \\ 0,001\,M = 1,15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} G = 1300 - M \\ M' = 1150 \end{cases} \qquad \begin{cases} G' = 1300 - 1150 \\ \end{cases} \qquad \begin{cases} G' = 150 \\ \end{cases}$$

$G' = 150$ e $M' = 1150$ sono i valori che devono assumere la spesa pubblica e l'offerta di moneta per raggiungere gli obiettivi di policy