Demo: divergenza tra condizioni di ottimo individuale e ottimo sociale

Hp: 2 Agenti A, B. A produce un bene x_A che genera un beneficio individuale per A, e una esternalità negativa per B. Per produrre x_A A ha un costo $c_A(x_A)$. Il suo benessere è definito come $W_A(x_A)$ ed è pari a

$$W_A(x_A) = b_A(x_A) - c_A(x_A)$$

(l'agente B "subisce" una esternalità negativa dalle azioni di produzione di A e il suo benessere sarà indicato come segue:

$$W_B(\bar{x}_A, x_B) = b_B(x_B) - c_B(x_B, \bar{x}_A)$$

Si sviluppa il modello ed ognuno massimizza le proprie funzioni di welfare. Iniziamo con A

A: $$\max_{x_A} \; w_A(x_A) = b_A(x_A) - c_A(x_A)$$

Impongo la condizione del primo ordine $\dfrac{d W_A(x_A)}{d x_A} = \phi$

$$\frac{d w_A(x_A)}{d x_A} = \phi \Rightarrow b'_{A,x_A}(x_A) = c'_{A,x_A}(x_A)$$

B: $$\max_{x_B} \; w_B(\bar{x}_A, x_B) = b_B(x_B) - c_B(x_B, \bar{x}_A)$$

$$\frac{d w_B(\bar{x}_A, x_B)}{d x_B} = \phi \Rightarrow b'_{B,x_B}(\bar{x}_A, x_B) = c'_{B,x_B}(x_B, \bar{x}_A) \quad (1)$$

soluzioni di ottimo individuale

Cosa succede se una entità superiore (Stato) si propone di massimizzare il welfare sociale?

Dobbiamo costruire una funzione di welfare sociale

$$SW = W_A(x_A) + W_B(x_B)$$

$$SW = b_A(x_A) - c_A(x_A) + b_B(x_B) - c_B(\bar{x}_A, x_B)$$

Il social planner definisce le quantità ottimali (da un punto di vista sociale) sia di X_A che di x_B che massimizzano SW. Impone la condizione del primo ordine su SW:

$$\frac{dSW}{dX_A} = 0 \quad ; \quad \frac{dSW}{dX_B} = 0$$

$$\frac{dSW}{dx_A} = 0 \; ; \quad b'_{A,x_A}(x_A) - c'_{A,x_A}(x_A) - c'_{B,x_A}(x_B,\bar{x}_A) = 0$$

$$\frac{dSW}{dX_B} = 0 \; ; \quad b'_{B,x_B}(X_B) - c'_{B,x_B}(X_B,\bar{X}_A) = 0$$

condizioni di ottimo sociale

2

DOPO TEOREMA DI COASE :

le condizioni di ottimo sociale sono indipendenti (e quindi anche le soluzioni) dal modo in cui i diritti sono definiti.

Hp: 2 agenti A, B come nel caso precedente

$$W_A(x_A) = b_A(x_A) - c_A(x_A)$$

$$W_B(x_B, x_A) = b_B(x_B) - c_B(x_B, x_A)$$

1° caso: il diritto di esternalità è attribuito a B. In questa situazione A deve pagare un prezzo (dato e concorrenziale) a B per poter produrre o consumare x_A. La funzione di benessere di A diventa

$$W_A(x_A) = b_A(x_A) - c_A(x_A) - p\,x_A$$

La funzione di benessere di B invece sarà:

$$W_B(x_B, x_A) = b_B(x_B) - c_B(x_B, x_A) + p\,x_A$$

Imponiamo le condizioni del primo ordine per l'ottimo individuale

$$\frac{d\,W_A(X_A)}{d\,X_A} = \emptyset \; ; \quad b'_A(X_A) - c'_A(X_A) - p = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{d\,W_B(X_B, X_A)}{d\,X_A} = \emptyset \; ; \quad -c'_{B,X_A}(X_B, X_A) + p = 0 \qquad (4)$$

Nel mercato della esternalità il prezzo pagato da A deve necessariamente uguagliare quello incassato da B

P dalla (3) sarà

$$p = b'_A(X_A) - c'_A(X_A)$$

P dalla (4) sarà

$$p = c'_{B,X_A}(X_B, X_A)$$

Uguagliando avremo:

$$b'_A(X_A) - c'_A(X_A) = c'_{B,X_A}(X_B, X_A)$$

Questa è la condizione che soddisfa l'ottimo sociale visto nel modello precedente, quindi comporta l'ottimo individuale che coincide con quello sociale.

Caso 2: Se diritto alle esternalità è attribuito ad A. In questo caso è B che paga A per non produrre:

$$W_A(X_A) = b_A(X_A) - c_A(X_A) + p\,(-X_A)$$

$$W_B(X_B, X_A) = b_B(X_B) - c_B(X_B, X_A) - p\,(-X_A)$$

Le condizioni del primo ordine imposte sui singoli welfare replicano esattamente quelle ottenute nel caso precedente (1° caso). Quindi avremo:

$$p = b'_A(X_A) - c'_A(X_A) \qquad \text{dalla ottimizzazione di } A$$

$$p = c'_{B,X_A}(X_A, X_B) \qquad \text{dalla ottimizzazione di } B$$

Infine a "prescindere" dal soggetto che è chiamato a pagare o a riscuotere il diritto a queste estendibili: la configurazione ottimale "individuale" coincide a quella "sociale".