



Sintesi della distribuzione di un carattere: La media aritmetica

Le Medie

- ❑ **Conoscere le caratteristiche principali del fenomeno investigato**
 - Quale reddito disponibile ha *mediamente* una certa popolazione?
 - Qual è l'età *media* di un gruppo di persone?
 - Qual è l'altezza *media* di un gruppo di individui?
- ❑ **Informazione quantitativa che, da sola, ci dia un'idea del problema che stiamo analizzando**
- ❑ **Interpretazione vs. Contenuto**
- ❑ **Medie di posizione e medie analitiche**

La Moda

- **Defin.:** E' la modalità del carattere che si presenta con la frequenza più elevata
- **Caratteri qualitativi e quantitativi**

X_i	n_i
Maschi	170
Femmine	130
	300

X_i	n_i
0	45
1	60
2	60
3	50
4	35
	250

X_i	n_i
Economia	120
Statistica	100
Matematica	80
	300

La Moda - 2

X_i	n_i	h_i
10 — 30	78	3,90
30 — 60	96	3,20
60 — 100	69	1,72
100 — 200	42	0,42
200 — 500	15	0,05
	300	

12 ; 18; 20; 24 ; 22

X_i	n_i
12	1
18	1
20	1
22	1
24	1
	5

La Mediana

15 ; 12; 8; 11 ; 14

La **MEDIANA** è la modalità del carattere che occupa la posizione centrale in una distribuzione ordinata di dati

8 ; 11; **12**; 14 ; 15

Dispari

$$\frac{(n+1)}{2}$$

Pari

$$\frac{n}{2} \text{ e } \frac{n}{2} + 1$$

La Mediana - 2

X_i	n_i	N_i
1	11	11
2	21	32
3	32	64
4	28	92
5	16	108
6	7	115
	115	

$$\frac{(n+1)}{2} = \frac{(115+1)}{2} = \frac{116}{2} = 58$$

1,1,1,1..... 11 volte

2,2,2,2..... 21 volte

3,3,3,3..... 32 volte

4,4,4,4..... 28 volte

La Mediana - 3

X_i	n_i	N_i
170 —175	12	12
175 —180	28	40
180 —185	45	85
185 —190	20	105
190 —195	11	116
195 —200	4	120
	120	

$$\frac{n}{2} = \frac{120}{2} = 60$$

$$\frac{n}{2} + 1 = \frac{120}{2} + 1 = 60 + 1 = 61$$



La Mediana - 4

X_j	n_i	N_i	a_i	h_i
0 —20	94	94	20	4,7
20 —30	104	198	10	10,4
30 —50	132	330	20	6,6
50 —60	121	451	10	12,1
60 —80	70	521	20	3,5
80 —100	18	539	20	0,9
	539			

$$\frac{(n+1)}{2} = \frac{(539+1)}{2} = \frac{540}{2} = 270$$

- Quante sono le unità considerate?
- Di che tipo di carattere si tratta?
- Qual è la moda?
- Qual è la mediana?

N=539

Moda = (50-60)

Mediana = (30-50)

Le medie analitiche

- ❑ Sono il risultato di una operazione algebrica
- ❑ Coinvolge tutti gli elementi della distribuzione
- ❑ Caratteri quantitativi

La media aritmetica

10 8 15 7

$$(10 + 8 + 15 + 7)/4 = 40/4 = 10$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

La media aritmetica – Proprietà

□ 1^a Proprietà

è sempre compresa tra la più piccola e la più grande delle modalità presenti nella distribuzione

7 8 10 15

La media aritmetica – Proprietà

□ 2^a Proprietà

la somma di tutte le differenze tra ogni x_i e la media aritmetica è sempre uguale a zero

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X}) = 0$$

$$\begin{aligned} & (10 - 10) + (8 - 10) + (15 - 10) + (7 - 10) = \\ & = 0 - 2 + 5 - 3 = 0 \end{aligned}$$

La media aritmetica – Proprietà

□ 3^a Proprietà

la somma di tutte le differenze tra ogni x_i e la media aritmetica elevate al quadrato costituisce un “minimo”

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \min$$

$$\begin{aligned} & (10 - 10)^2 + (8 - 10)^2 + (15 - 10)^2 + (7 - 10)^2 = \\ = & 0^2 - 2^2 + 5^2 - 3^2 = 0 + 4 + 25 + 9 = 38 \end{aligned}$$

se calcoliamo le differenze rispetto ad un altro valore (ad es. 8):

$$\begin{aligned} & (10 - 8)^2 + (8 - 8)^2 + (15 - 8)^2 + (7 - 8)^2 = \\ = & 2^2 - 0^2 + 7^2 - 1^2 = 4 + 0 + 49 + 1 = 54 (>38) \end{aligned}$$



La media aritmetica – Distribuzioni di frequenze

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i \cdot n_i)}{n}$$

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$
1	11	1 x 11 = 11
2	21	2 x 21 = 42
3	32	3 x 32 = 96
4	28	4 x 28 = 112
5	16	5 x 16 = 80
6	7	6 x 7 = 42
	115	$\Sigma(x_i \cdot n_i) = 383$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i \cdot n_i)}{n} = \frac{383}{115} = 3,3$$

La media aritmetica – modalità divise in classi

X_i	n_i	N_i	C_i	$C_i \cdot n_i$
170 —175	12	12	172,5	$172,5 \times 12 = 2.070,0$
175 —180	28	40	177,5	$177,5 \times 28 = 4.970,0$
180 —185	45	85	182,5	$182,5 \times 45 = 8.212,5$
185 —190	20	105	187,5	$187,5 \times 20 = 3.750,0$
190 —195	11	116	192,5	$192,5 \times 11 = 2.117,5$
195 —200	4	120	197,5	$197,5 \times 4 = 790,0$
	120			21.910,0

Moda = 180-185

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (c_i \cdot n_i)}{n} = \frac{21.910}{120} = 182,6$$

La media aritmetica – Esercizio 1

X_i	n_i	N_i	C_i	$C_i \cdot n_i$
1-5	45	45	3,0	$3 \times 45 = 135,0$
6-9	35	80	7,5	$7,5 \times 35 = 262,5$
10-19	26	106	14,5	$14,5 \times 26 = 377,0$
20-29	20	126	24,5	$24,5 \times 20 = 490,0$
30-39	15	141	34,5	$34,5 \times 15 = 517,5$
40-49	10	151	44,5	$44,5 \times 10 = 445,0$
	151			2.227,0

Moda = 1 - 5

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (c_i \cdot n_i)}{n} = \frac{2.227}{151} = 14,7$$

La media aritmetica – Esercizio 2

X_j	n_i	C_i	$C_i \cdot n_i$
0 -20	94	10	$10 \times 94 = 940$
20 -30	104	25	$25 \times 104 = 2.600$
30 -50	132	40	$40 \times 132 = 5.280$
50 -60	121	55	$55 \times 121 = 6.655$
60 -80	70	70	$70 \times 70 = 4.900$
80 -100	18	90	$90 \times 18 = 1.620$
	539		21.995

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (c_i \cdot n_i)}{n} = \frac{21.995}{539} = 40,8$$

La media aritmetica – Esercizio 3

X_i	n_i	C_i	$C_i \cdot n_i$
1 —5	15	3	$3 \times 15 = 45$
6 —10	24	8	$8 \times 24 = 192$
11 —15	30	13	$13 \times 30 = 390$
16 —20	40	18	$18 \times 40 = 720$
21 —25	23	23	$23 \times 23 = 529$
26 —30	19	28	$28 \times 19 = 532$
31 —35	10	33	$33 \times 10 = 330$
	161		2.738

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (c_i \cdot n_i)}{n} = \frac{2.738}{161} = 17,01$$

Riferimenti sul testo

di **Whitlock M.C., Schluter D.**
Analisi statistica dei dati biologici,
Zanichelli

Paragrafi da studiare: 3.1 (primo punto), 3.2 (primo punto)

Esercizi alla fine dei paragrafi.