Lezione 10 06/04/2022

mercoledì 25 marzo 2020 15:13

Lezione #10

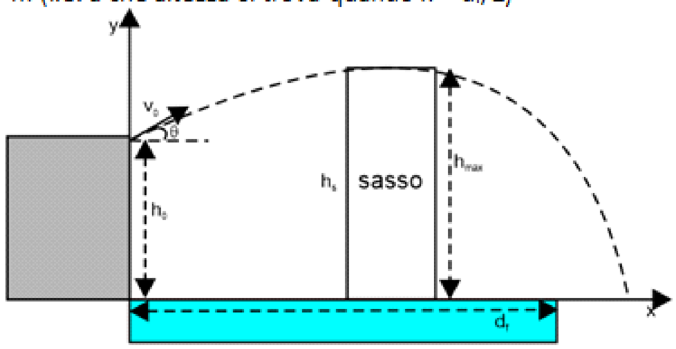
06/04/22

Esercizio 1 (13 pti)

Un canguro si trova a dover saltare da una altezza h_0 = 2.5 m per attraversare un fiume le cui rive distano di 5.1 m.

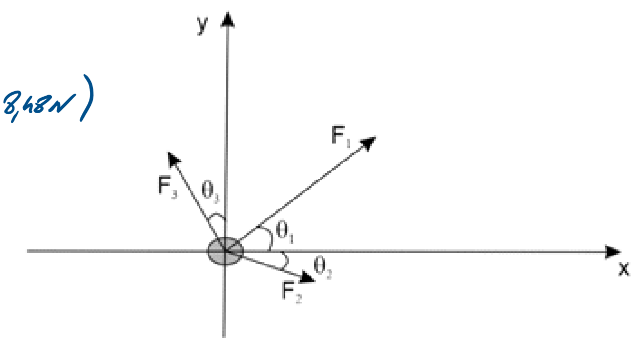
Sapendo che la sua velocità iniziale è apri a v_0 = 26,12 Km/h e che forma un angolo θ = 42⁰ con l'asse x, calcolare:

1. l'altezza massima h_{max} raggiunta nel salto;
2. se riuscirà a saltare il fiume sapendo che le rive sono distanti d_f = 5.1 m (in altre parole se la distanza finale all'atterraggio e' maggiore di questo valore);
3. modulo, direzione e verso della velocita' finale di atterraggio;
4. se riuscirà a superare un sasso posto al centro del fiume, quindi ad una distanza pari a $d_f/2$, e alto hs = 2.5 m (i.e. a che altezza si trova quando x = $d_f/2$)



Esercizio 2 (13 pti)

Un disco da hockey di massa m=0.3 kg scorre su una superficie orizzontale priva di attrito di una pista di ghiaccio. Esso e' colpito simultaneamente da tre diverse mazze da hockey come mostrato in figura. La forza F_1 ha modulo 8.0 N, F_2 ha modulo 3.0 N e F_3 ha modulo 5.0 N. Gli angoli che le forze formano con l'asse x sono rispettivamente θ_1=45°, θ_2= 30° e θ_3=30°. Calcolare:

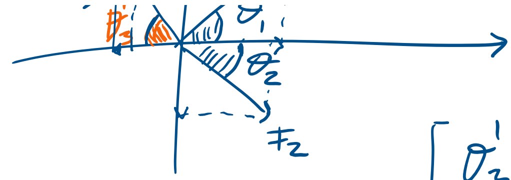


1. Il modulo della risultante delle forze agenti sul disco; ($10{,}24\ N$; $F_{R,x} = 5{,}75 N$; $F_{Ry} = 8{,}48 N$)
2. Il momento risultante di F_1 ed F_2 rispetto a un asse perp. al piano xy e posto a distanza di 2 m sull'asse x ($-8\ Nm$)
3. Calcolare il valore del modulo, direzione e verso di una quarta forza da applicare al disco per farlo procedere con una velocita' costante.
4. Se ora sul piano fosse presente attrito dinamico con μ_k = 0.04, calcolare di quanto varia l'accelerazione del disco ($F_K = -0{,}11\ N$; $a' = 32{,}96\ m/s^2$; $\Delta a = 0{,}34\ m/s^2$)

Domanda teorica (4 pti):

Esempi di centro di massa applicazioni, le leggi di Newton ed esempi

1) $\vec{F}_{RIS}$?



$$\left[\, \theta_3' = 90^\circ - \theta_3 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \,\right]$$

$$\begin{cases} F_{RIS,x} = F_1 \cos\theta_1 + F_2 \cos\theta_2 - F_3 \cos(\underbrace{\theta_3'}_{60^\circ}) \\ F_{RIS,y} = + F_1 \sin\theta_1 - F_2 \sin\theta_2 + F_3 \sin\underbrace{\theta_3'}_{60^\circ} \end{cases}$$

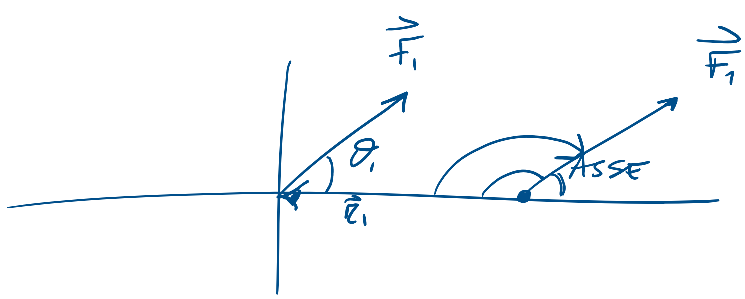
$$\begin{cases} F_{RIS,x} = 5{,}75\,N \\ F_{RIS,y} = 8{,}48\,N \end{cases}$$

$$F_{RIS} = \sqrt{F_{RIS,x}^2 + F_{RIS,y}^2} = 10{,}24\,N$$

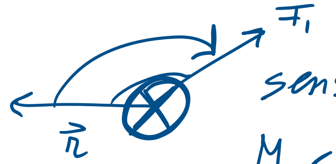
$$\boxed{F_{RIS} \simeq 10\,N} \quad (1\ c.s.)$$

2) $\vec{M}_{TOT} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$

$\vec{M}_1$:



$$\theta = 180^\circ - \theta_1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$



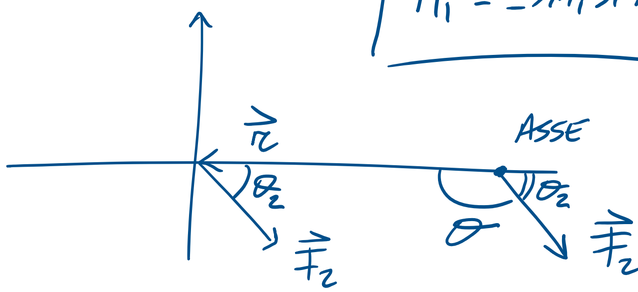
senso orario

$M_1 < 0$

$$M_1 = -r_1 F_1 \sin\theta = -2 \cdot 8 \cdot \sin(135°) = -11{,}31\ Nm$$

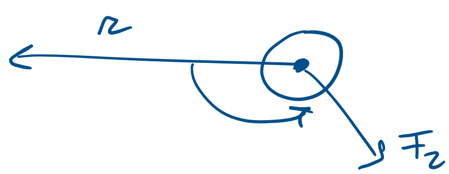
$$\boxed{M_1 = -11{,}31\ Nm}$$

$\vec{M}_2$:



$$\theta = 180° - \theta_2 = 180° - 30°$$

$$\theta = 150°$$



senso antiorario

$M_2 > 0$

$$M_2 = + r F_2 \sin\theta = 2 \cdot 3 \cdot \sin(150°)$$

$$\boxed{M_2 = 3\ Nm}$$

$$M_{TOT} = -11{,}31 + 3 = -8{,}31\ Nm$$

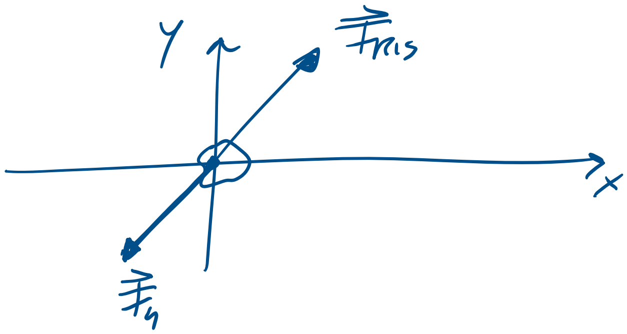
$$\boxed{M_{TOT} \simeq -8\ Nm \ (1\ c.s.)}$$

3)

$\vec{v} = \vec{\text{cost}} \Rightarrow I^a$ LEGGE DI NEWTON

$$\Downarrow$$

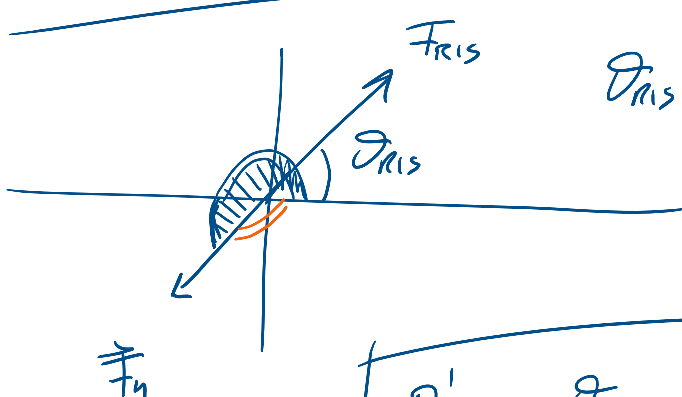
$$\vec{F}_{RIS} = \vec{0}$$



$$\vec{F}'_{RIS} = \vec{F}_{RIS} + \vec{F}_4 = \vec{0}$$

$$\boxed{\vec{F}_4 = -\vec{F}_{RIS}}$$

$$\boxed{F_4 = -10{,}24\,N \simeq -10\,N}$$



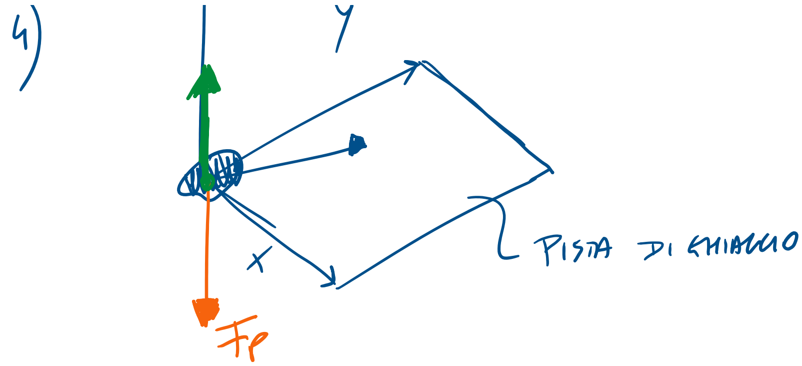
$$\vartheta_{RIS} = \arctan\left(\frac{F_{RIS,y}}{F_{RIS,x}}\right)$$

$$\vartheta_{RIS} = 55{,}9^\circ$$

$$\boxed{\vartheta'_4 = -\vartheta_{RIS} = -55{,}9^\circ}$$

4)

4)



$$\boxed{F_K = -\mu_K N}$$

N?

l'unica forza $\perp$ al piano è F_P

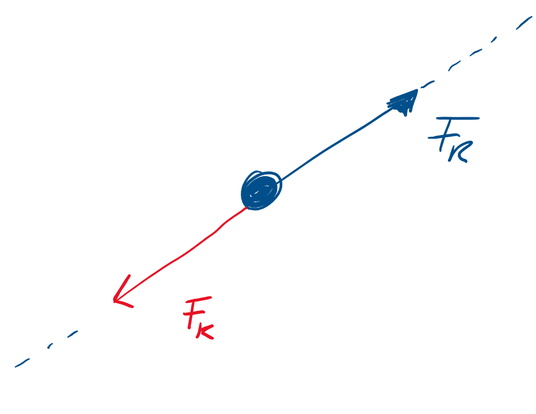
lungo l'asse z:

$$F_{RIS,z} = 0 = -F_P + N$$

$$\boxed{N = F_P}$$

$$F_K = -\mu_K N = -\mu_K F_P = -\mu_K mg$$

$$F = ma$$



$$F'_{RIS} = ma' = F_R - F_K$$

$$a' = \left(\frac{F_R - F_K}{m}\right)$$

$$F_k = -\mu_k m g = -0{,}04 \cdot 0{,}3 \cdot 9{,}81 = -0{,}11\ N$$

$$a' = \frac{10{,}24 - 0{,}11}{0{,}3} = 33{,}76\ m/s^2$$

$$\simeq 34\ m/s^2$$

$$\Delta a = a - a' = \frac{F_R}{m} - \left(\frac{F_R - F_k}{m}\right) =$$

$$= \cancel{\frac{F_R}{m}} - \cancel{\frac{F_R}{m}} + \frac{F_k}{m} = 0{,}3666\ m/s^2$$

$$\boxed{\Delta a = 0{,}40\ m/s^2}$$

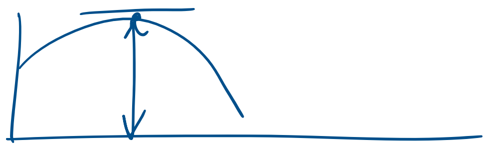
|—|

SIMULAZIONE PRIMO PARZIALE (TESTO in Piattaforma)

SOLUZIONE

Es. 1

1) $\underline{v_0 = 6{,}2\ km/h} = 6{,}2/3{,}6 = 1{,}722\ m/s$



$$v_y = 0$$

$$\Downarrow$$

$$0 = v_{0y} - g\, t_{max}$$

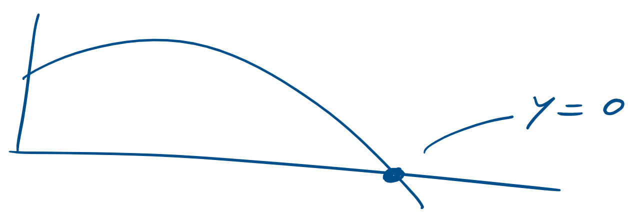
$$t_{max} = v_{0y}/g = \frac{v_0 \sin\theta}{g} = 0{,}1006\ s$$

$$y_{max} = y_0 + v_{0y}\, t_{max} - \frac{1}{2} g\, t_{max}^2$$

$$= 353 + (1{,}72)\sin(35°) \cdot 0{,}1006 - \frac{1}{2}\, 9{,}81\, (0{,}1006)^2$$

$$\boxed{y_{max} = 353{,}0496\ m \simeq 350\ m \quad (2\ c.s.)}$$

2) $x_{att} = ?$



$$y = 0 \Rightarrow 0 = y_0 + v_{0y}\, t_{att} - \frac{1}{2} g\, t_{att}^2$$

$$t_{att}^2 \underbrace{\left(-\frac{1}{2} g\right)}_{a} + t \underbrace{\left(v_{0y}\right)}_{b} + \underbrace{y_0}_{c} = 0$$

$a = -\frac{1}{2} g$; $b = v_0 \sin\vartheta = 0{,}9866$; $c = 353$

$$t_{ATT\,1,2} = \begin{cases} 8{,}5845\ s \\ \cancel{-8{,}3834\ s} \end{cases} \qquad \boxed{t_{ATT} = 8{,}5845\ s}$$

$$x_{ATT} = x_0 + v_{0x}\, t_{ATT} = v_0 \cos\vartheta \cdot t_{ATT} =$$

$$= 1{,}72 \cos(35°) \cdot 8{,}5845$$

$$\boxed{x_{ATT} = 12{,}0951\ m \simeq 12\ m \quad (2\ c.s.)}$$

3a) $$\begin{cases} v_{Fx} = v_0 \cos\vartheta = 1{,}72 \cdot \cos(35°) = 1{,}4089\ m/s \\ v_{Fy} = v_0 \sin\vartheta - g\, t_{ATT} = 1{,}72 \sin(35°) - 9{,}81 \cdot 8{,}5845 \end{cases}$$

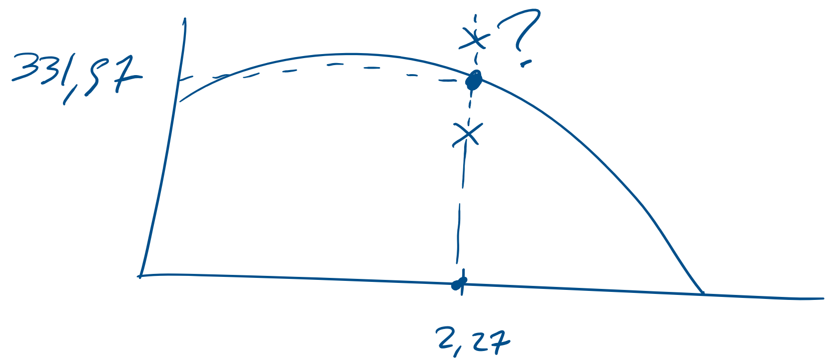
$$= -83{,}2274\ m/s$$

$$|\vec{v}_F| = \sqrt{v_{Fx}^2 + v_{Fy}^2} = 83{,}2393\ m/s$$

$$|\vec{v}_F| = \sqrt{v_{Fx}^2 + v_{Fy}^2} = 83,2393 \text{ m/s}$$

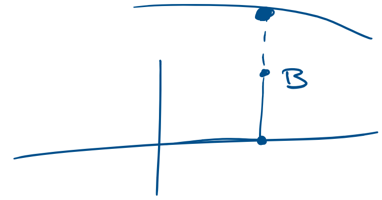
$$\boxed{v_F \simeq 83 \text{ m/s} \quad (1 \text{ c.s.})}$$

3b) $\begin{cases} x_B = 2,27 \\ y_B = 331,97 \end{cases}$



$$x_B = \cancel{x_0} + v_{0x}\, t_B \qquad t_B = \frac{x_B}{v_0 \cos\theta} = 1,6111 \text{ s}$$

$$y_B = y_0 + v_{0y}\, t_B - \frac{1}{2} g\, t_B^2 = 353 + 1,72 \cos(35°) \cdot 1,6111 + $$
$$- \frac{1}{2}(9,81)(1,6111)^2$$

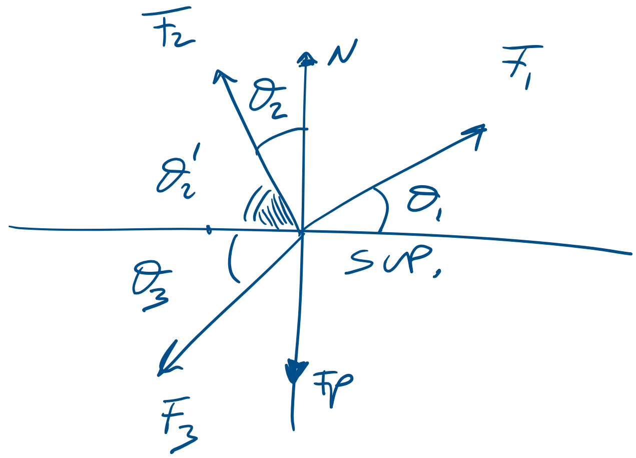


$$y_B = 342,53 \text{ m} \neq 331,97$$

Base sempre è troppo alto rispetto alla bandiera !!!

Es. 2

1)



$$\theta_2' = 90° - 32{,}78°$$

$$\boxed{\theta_2' = 57{,}22°}$$

$$\begin{cases} F_x = F_1 \cos\theta_1 - F_2 \cos\theta_2' - F_3 \cos\theta_3 \\ F_y = -F_p + N + F_1 \sin\theta_1 + F_2 \sin\theta_2' - F_3 \sin\theta_3 = 0 \end{cases}$$

$F_y = 0$ in questo caso

$$\begin{cases} F_x = 10{,}622 \cdot \cos(45{,}55°) - 1{,}566 \cdot \cos(57{,}22°) - 4{,}321 \cdot \cos(44{,}33°) \\ F_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x = 3{,}4997 \ N \\ F_y = 0 \end{cases}$$

$F_y = 0$

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + \cancel{F_y}^2} = 3{,}4897\ N$$

$$\boxed{F = 3{,}49\ N \quad (3\ c.s.)}$$

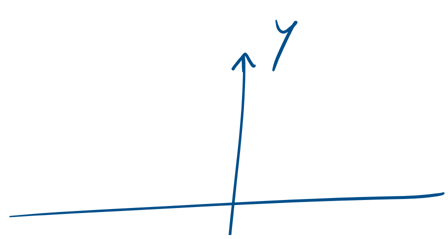
$a = ?$ $\quad \boxed{F = ma}$

$$a = F/m = \frac{3{,}49}{5{,}78} = 0{,}6038\ m/s^2$$

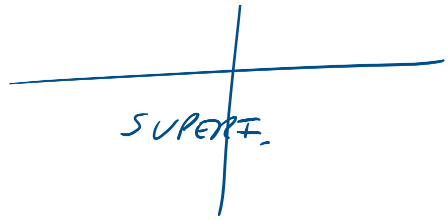
$$\boxed{a \simeq 0{,}604\ m/s^2 \quad (3\ c.s.)}$$

2) $F_k = \mu_k N$

in questo caso



in questo caso



N è diretta su Y

$\Rightarrow$ $\boxed{F_y = 0}$ ricavo N :

?

$$F_y = -F_p + N + F_1 \sin\vartheta_1 + F_2 \sin\theta_2' - F_3 \sin\theta_3 = 0$$

$$\boxed{N = F_p - F_1 \sin\vartheta_1 - F_2 \sin\theta_2' + F_3 \sin\vartheta_3}$$

$$N = 5{,}18 \cdot 9{,}81 - 10{,}622 \cdot \sin(45{,}55) - 1{,}566 \cdot \sin(57{,}22) +$$

$$+ 4{,}321 \cdot \sin(44{,}33)$$

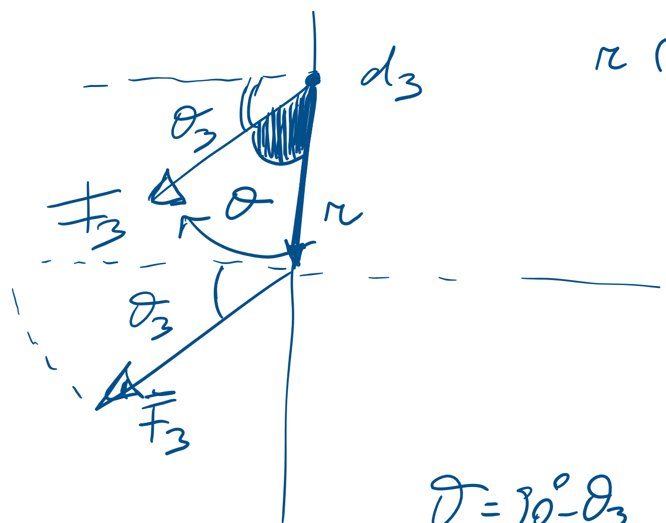
$$N = 50{,}8220 \text{ N}$$

$$F = \mu_k N = 0{,}01 \cdot 50{,}822 = 0{,}5082 \text{ N}$$

$$F_k = \mu_k N = 0{,}01 \cdot 50{,}822 = 0{,}5082\,N$$

$$\boxed{F_k \simeq 0{,}508\,N}$$

3) M_3



r $\cap$ $\vec{F}_3$ senso orario

$M_3 < 0$

$\otimes$

$\theta = 90° - \theta_3$ in questo caso

$$\boxed{\theta = 45{,}67°}$$

$$M_3 = -\ 4{,}712 \cdot 4{,}321 \cdot \sin(45{,}67°)$$

$$M_3 = -\ 14{,}5645\ \ Nm$$

$$\boxed{M_3 \simeq -14{,}6 \ \text{Nm} \quad (3 \ \text{c.s.})}$$