

Le asserzioni categoriche

Unit 3, Lez 1 – Corso di Logica e
Teoria dell'Argomentazione

Sommario

- Asserzioni categoriche
- Diagrammi di Venn
- Inferenze dirette
- Sillogismi categorici
- Forme e figure

Assertzioni categoriche

- Qualche uccello è un volatile.* A
Ogni volatile è alato. B
∴ Qualche uccello è alato. ∴ C

In logica proposizionale

 - E' valido? SI, ma non per la logica proposizionale
 - Dunque non dipende dai soli operatori verofunzionali
- La validità deriva dalla struttura interna delle proposizioni, ovvero da termini che le premesse hanno in comune
- Qualche U è V.*
Ogni V è A.
∴ Qualche U è A.

U, V, A non sono proposizioni ma **termini di classe**, ovvero denotano insiemi di oggetti

Struttura asserzioni

Termini di classe

<i>Qualche</i>	<i>U</i>	<i>è</i>	<i>V</i>
<i>Ogni</i>	<i>V</i>	<i>è</i>	<i>A</i>
<i>Qualche</i>	<i>U</i>	<i>è</i>	<i>A</i>

Quantificatori

Copula

Termini di classe

- Possono essere
 - Espressioni nominali (banco marrone, collega di studio, omino blu alto due mele, ecc.)
 - Aggettivi ed espressioni aggettivali (buono, pesante, intermediario commerciale, ecc.)
 - Verbi ed espressioni verbali (cammina, studia molto, aiuta Bob, ecc.)
- **Forma canonica** (per semplificare il confronto tra i termini): uso delle espressioni nominali ('buono' → 'cosa buona'; 'aiuta Bob' → 'cosa che aiuta Bob'; ecc.)
 - Ogni dolce è buono → ogni dolce è una cosa buona
 - Ogni studente aiuta Bob → ogni studente è una cosa che aiuta Bob

Quantificatori

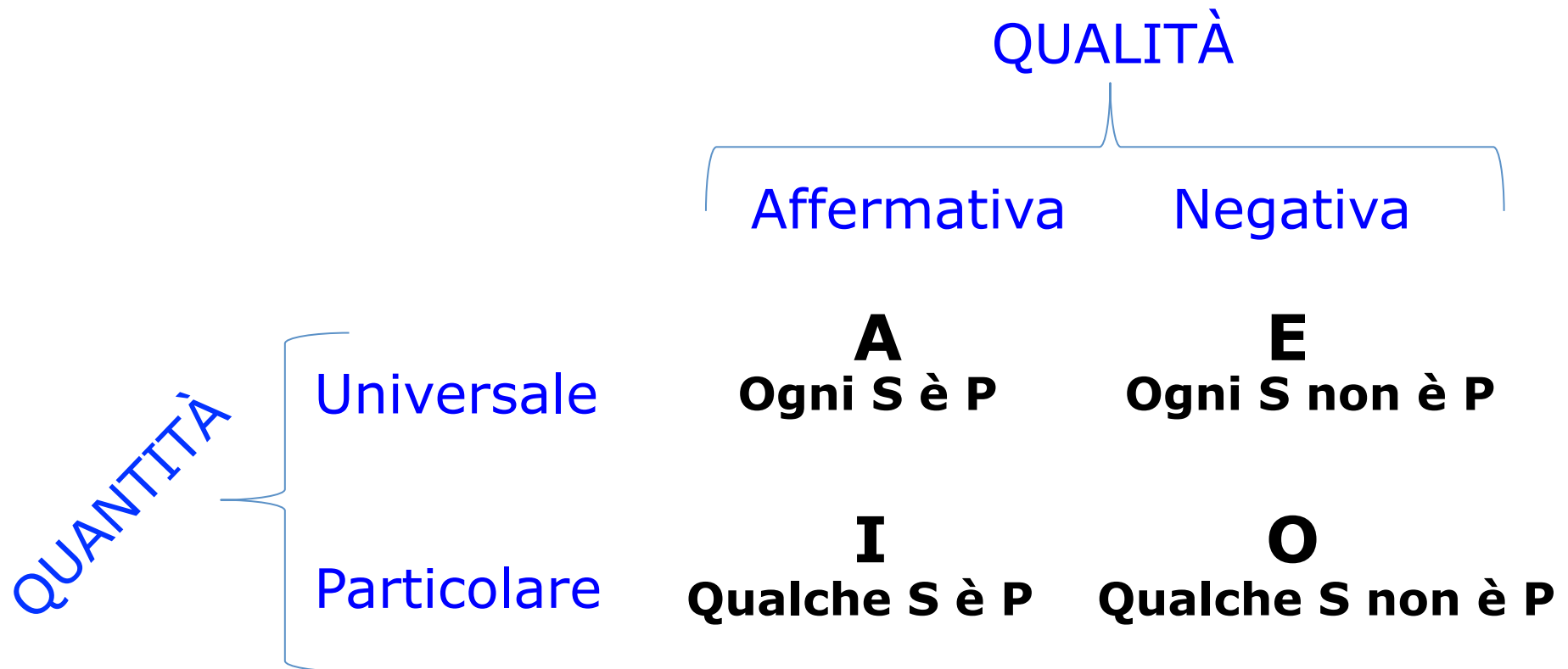
- I **quantificatori** sono operatori logici che esprimono relazioni non tra proposizioni bensì tra termini di classe
 - Ogni, ognuno, ciascuno, qualunque, tutti, ecc.
 - Qualche, almeno un, alcuni, ecc.
- Significato logico di 'qualche': almeno uno, al limite anche tutti (mentre lo usiamo abitualmente per dire 'più di uno')
- Significato logico di 'ogni': tutti, senza eccezioni (identico al suo significato abituale)

Usiamo 'ogni' e 'qualche': esempi

- Ciascun dottore indossa il camice
- Qualunque siepe è verde
- Alcuni scogli sono sommersi
- Tutti i quadrati sono rettangoli
- Almeno un cantante è stonato
- A scuola c'è una professoressa brava
- Esistono cani che non abbaiano
- Certi gatti sono odiosi
- Ci sono degli studenti bravissimi

Forme delle asserzioni

- Aristotele (IV sec. A.C.): esistono quattro **forme fondamentali - A, E, I, O**



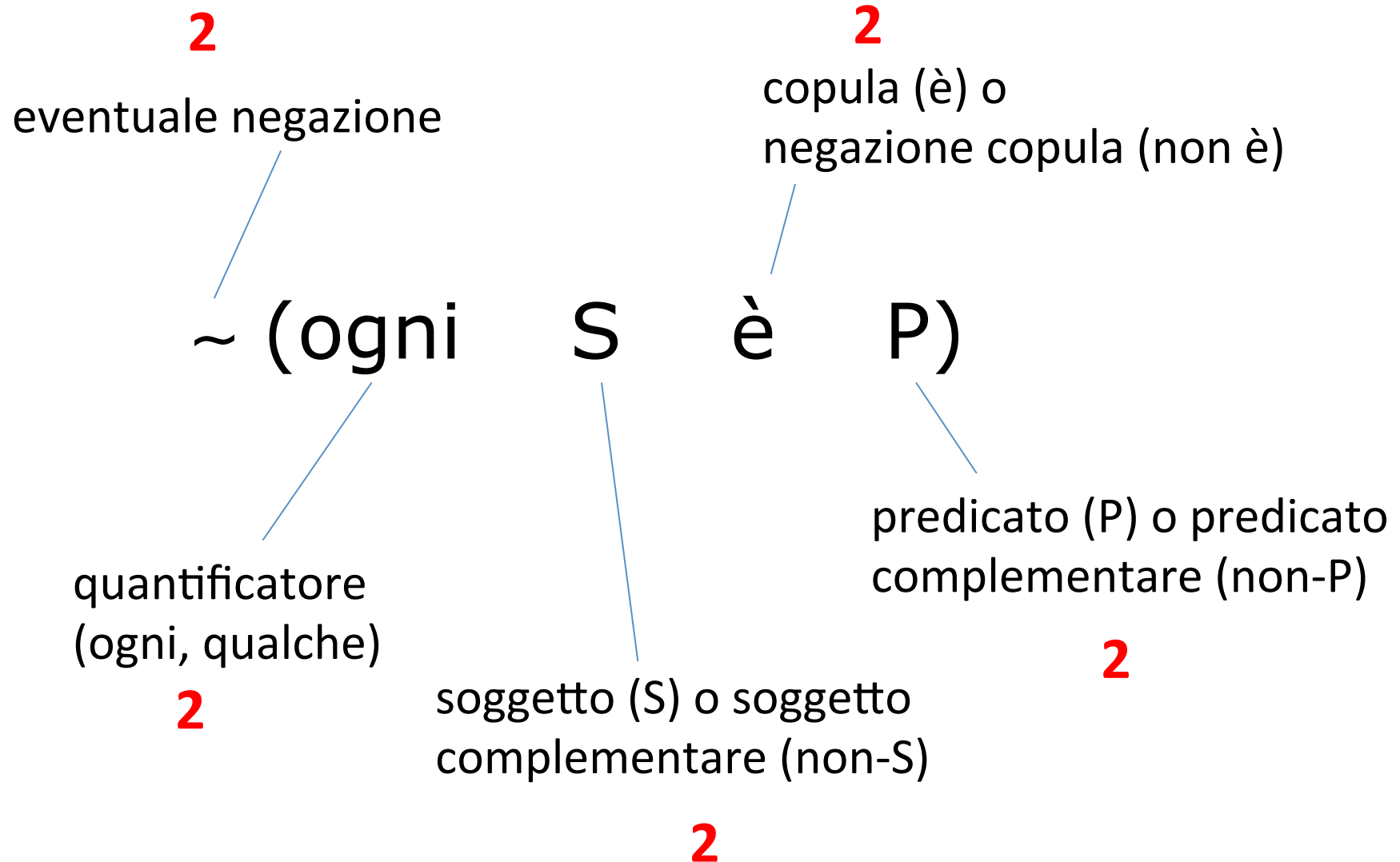
Forme derivate

- Forme fondamentali: A, E, I, O
- **Forme derivate:** $\sim A$, $\sim E$, $\sim I$, $\sim O$
 - $\sim A$ *Non si dà il caso che ogni S è P*
 - $\sim E$ *Non si dà il caso che ogni S non è P*
 - $\sim I$ *Non si dà il caso che qualche S è P*
 - $\sim O$ *Non si dà il caso che qualche S non è P*

Varianti

- Vocaboli con particelle prefisse ad indicare una negazione ('-in', '-dis', '-a', ecc.) sono interpretabili come termini complementari (ad indicare l'insieme delle cose che non hanno una certa proprietà)
- Ogni forma ha quattro varianti. Ad esempio, le varianti della A sono:
 - *Ogni S è P* variante di base
 - *Ogni non-S è P* soggetto complementare
 - *Ogni S è non-P* predicato complementare
 - *Ogni non-S è non-P* soggetto e predicato compl.
- Complessivamente abbiamo 32 varianti (8 forme x 4 varianti ciascuna)

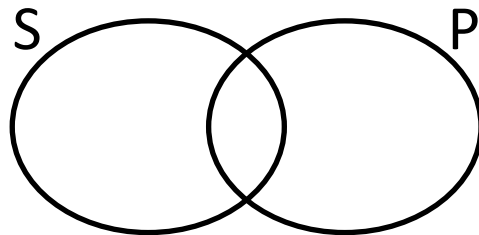
Numero forme categoriche: 32



Diagrammi di Venn

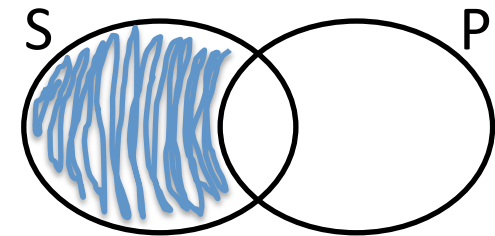
- Strumento grafico per visualizzare le relazioni semantiche tra i termini di un'asserzione categorica (relazione di appartenenza)

{quantificatore} S {copula} P

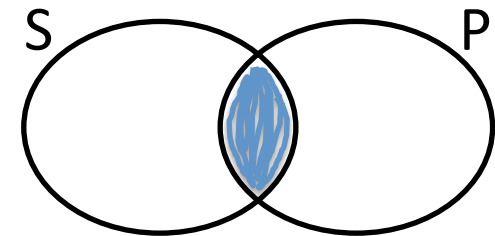


Diagrammi delle forme fondamentali

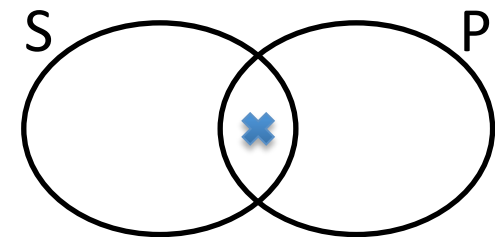
A (*ogni S è P*): ogni elemento di S è anche elemento di P (cioè S è contenuto in P)



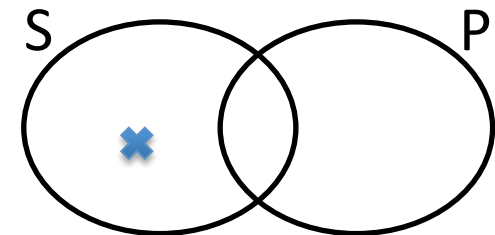
E (*ogni S non è P*): ogni elemento di S non è elemento di P (S e P sono insiemi disgiunti)



I (*qualche S è P*): qualche elemento di S è anche elemento di P (l'intersezione tra S e P non è vuota)

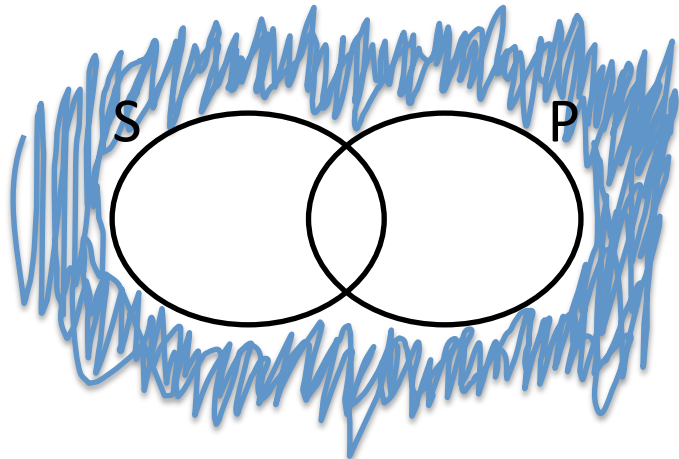


O (*qualche S non è P*): qualche elemento di S non è elemento di P (l'insieme S non è contenuto in P)

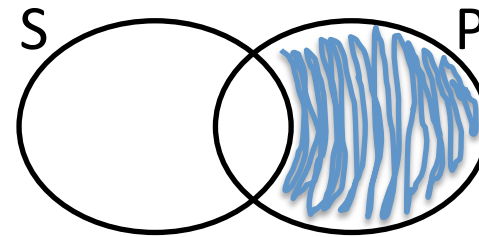


Esempi ulteriori

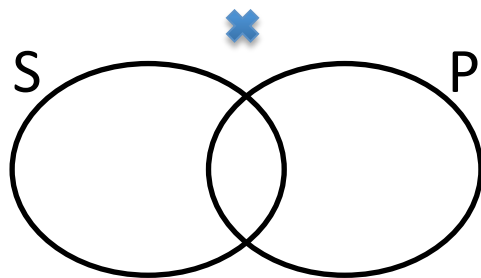
- Ogni non-S è P



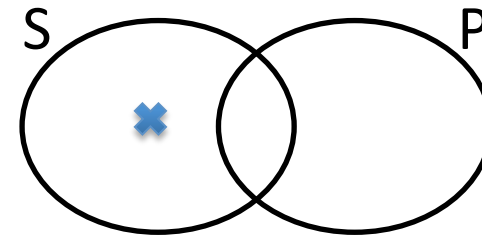
- Ogni non-S non è P



- Qualche non-S è non-P

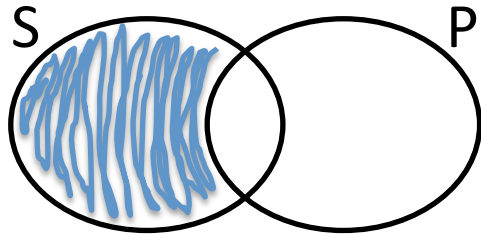


- Qualche S è non-P

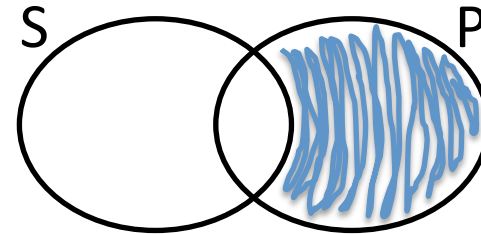


Esempi forme derivate

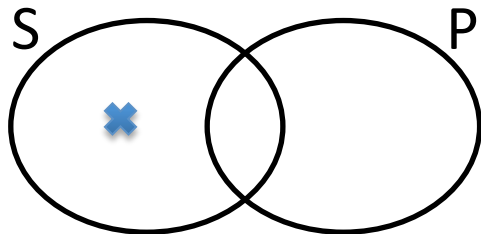
- $\sim(\text{qualche } S \text{ non è } P)$



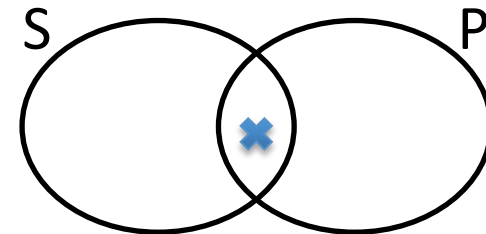
- $\sim(\text{qualche non-}S \text{ è } P)$



- $\sim(\text{ogni } S \text{ è } P)$

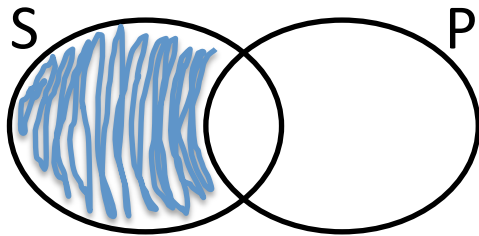


- $\sim(\text{ogni } S \text{ è non-}P)$

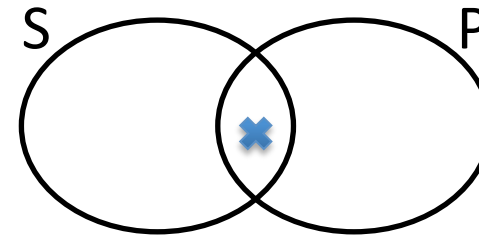


Esempi di equivalenze

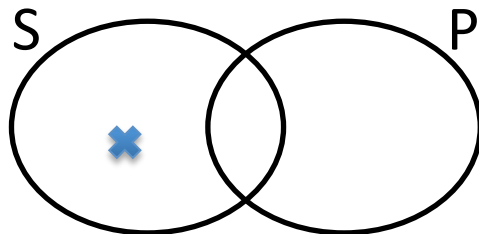
- [A] Ogni S è P
- [\sim O] \sim (qualche S non è P)



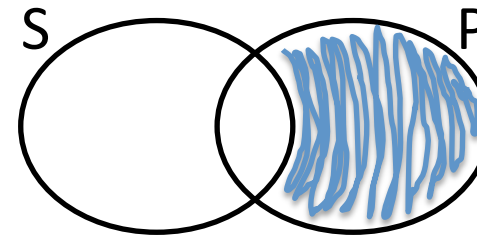
- [I] Qualche S è P
- \sim (ogni S è non-P)



- [O] Qualche S non è P
- Qualche S è non-P
- [\sim A] \sim (ogni S è P)



- Ogni non-S non è P
- \sim (qualche non-S è P)



Inferenze dirette

- Forme argomentative con una premessa ed una conclusione
- Con i diagrammi di Venn: se il diagramma della premessa descrive una situazione in cui la conclusione è vera allora la forma è valida
- Vediamo i 4 tipi di inferenza diretta:
 - Validità per obversione
 - Validità da eliminazione di contraddizioni
 - Validità per conversione
 - Validità per contrapposizione

Validità per obversione

- Due proposizioni sono **obverse** quando si passa dall'una all'altra invertendo la qualità e introducendo il predicato complementare
- Le forme che hanno in premessa e conclusione due proposizioni obverse sono valide (e sono dette **obversioni**)

Qualche S non è P
∴ Qualche S è non-P

Ogni S non è P
∴ Ogni S è non-P

Qualche S è non-P
∴ Qualche S non è P

Ogni S è non-P
∴ Ogni S non è P

Validità da eliminazione di contraddizioni

- Due proposizioni sono **contraddittorie** quando l'una implica necessariamente la negazione dell'altra
 - Ad es. sono contraddittorie A [ogni S è P] e O [qualche S non è P].
- Le forme che hanno in premessa e conclusione una proposizione e la negazione della sua contraddittoria sono valide

Ogni S è P
∴ ∼(Qualche S non è P)

∼(Ogni S è P)
∴ Qualche S non è P

∼(Qualche S non è P)
∴ Ogni S è P

Qualche S non è P
∴ ∼(Ogni S è P)

Validità per conversione

- Due proposizioni sono **converse** quando si passa dall'una all'altra scambiando soggetto e predicato
- Le forme E ed I che hanno in premessa e conclusione due proposizioni converse sono valide e sono dette **conversioni** (mentre nelle forme A ed O le conversioni sono invalide)
- Esempi

Ogni S non è P
∴ Ogni P non è S

VALIDE

Qualche S è P
∴ Qualche P è S

Ogni S è P
∴ Ogni P è S

INVALIDE

Qualche S non è P
∴ Qualche P non è S

Validità per contrapposizione

- Due proposizioni sono **contrapposte** quando si passa dall'una all'altra sostituendo al soggetto il complementare del predicato ed al predicato il complementare del soggetto
- Le forme A ed O che hanno in premessa e conclusione due proposizioni contrapposte sono valide e sono dette **contrapposizioni** (mentre nelle forme E ed I la contrapposizione è invalida)

Ogni S è P

∴ Ogni non-P è non-S

VALIDE

Qualche S non è P

∴ Qualche non-P non è non-S

Ogni S non è P

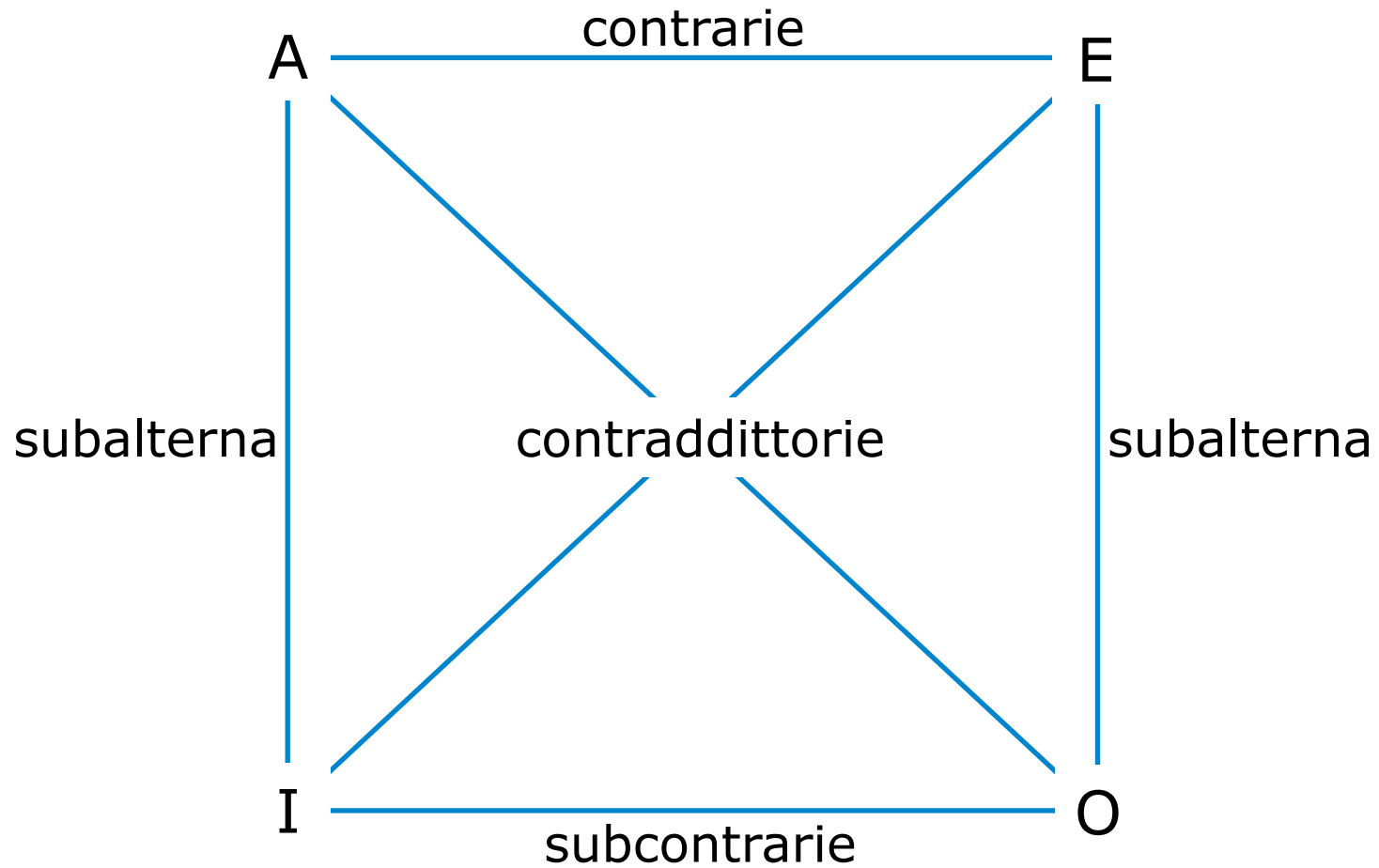
∴ Ogni non-P non è non-S

INVALIDE

Qualche S è P

∴ Qualche non-P è non-S

Quadrato aristotelico



Teoria aristotelica vs. ...

- Tutte le relazioni del quadrato determinavano inferenze valide
 1. due asserzioni contraddittorie (A, O; oppure E, I) hanno valori di verità opposti (è valida l'inferenza dall'una alla negazione dell'altra)
 2. due asserzioni contrarie (A, E) non sono entrambe vere (è valida l'inferenza dall'una alla negazione dell'altra)
 3. due asserzioni subcontrarie (I, O) non sono entrambe false (è valida l'inferenza dall'una alla negazione dell'altra)
 4. ogni asserzione inferisce validamente la sua subalterna (A, dunque I; E, dunque O)

... vs. logica contemporanea

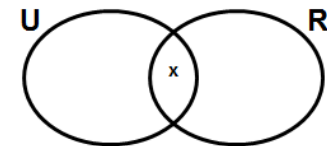
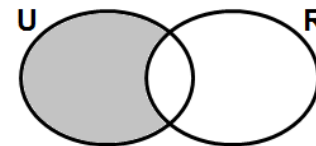
- Mentre nelle contraddizioni la validità è ancora accertata, le altre presuppongono in modo cruciale che i termini denotino insiemi non vuoti
- Oggi non partiamo da questo presupposto, dunque le 2, 3 e 4 sono invalide
- Esempi

– [A] *Ogni S è P*
∴ [~E] *~(Ogni S non è P)*

– [O] *Qualche S è P*
∴ [~I] *~(Qualche S non è P)*

– [A] *Ogni S è P*
∴ [I] *Qualche S è P*

Ogni unicorno è rosa
∴ *~(Ogni unicorno non è rosa)*

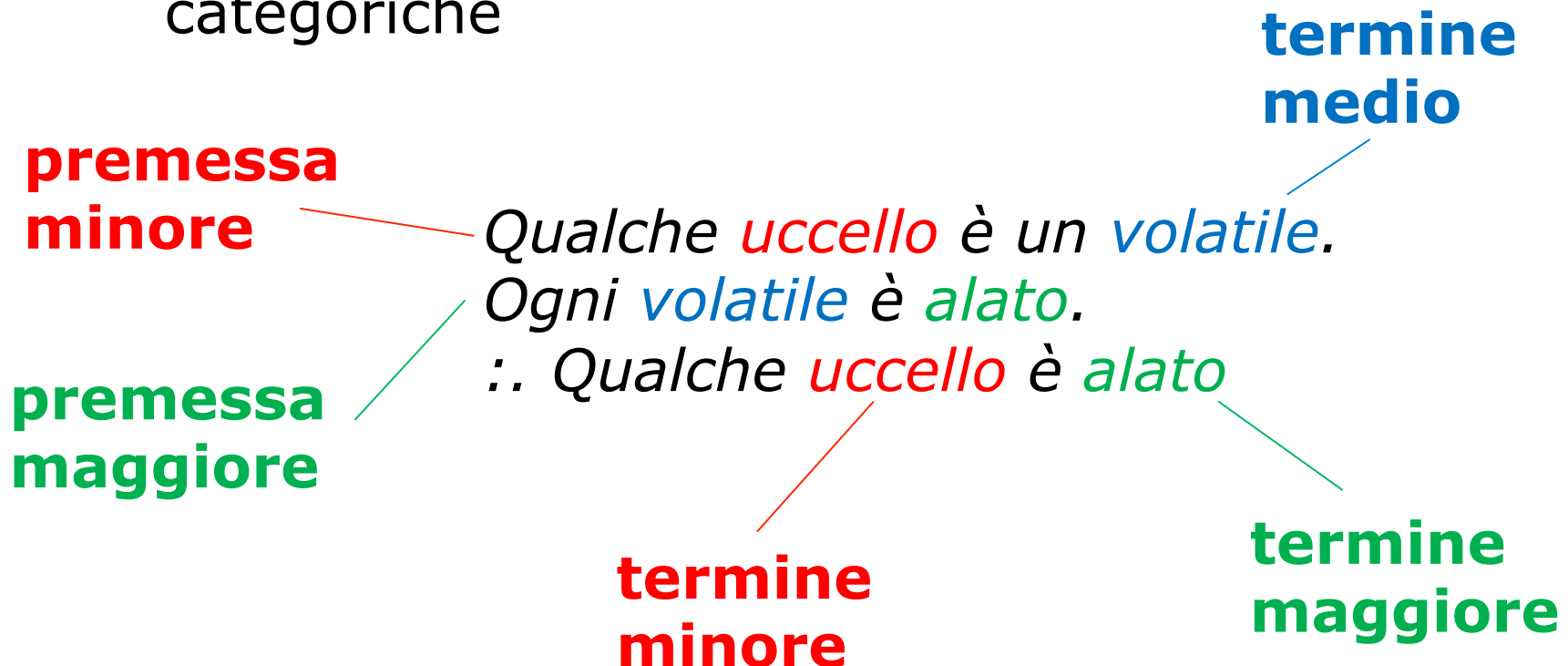


Ricapitolando...

- Sono inferenze valide
 - da una asserzione categorica alla sua obversa
 - da una asserzione categorica alla negazione della sua contraddittoria
 - da una asserzione categorica alla sua conversa ma solo nelle forme E e I
 - da una asserzione categorica alla sua contrapposta ma solo nelle forme A e O
- Sono inferenze invalide
 - da una asserzione universale alla sua contraria
 - da una asserzione particolare alla sua subcontraria
 - da una asserzione universale alla sua subalterna

Sillogismi categorici

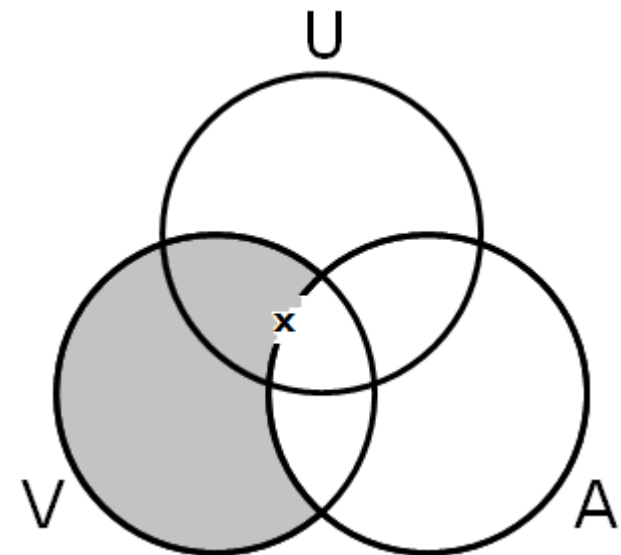
- I **sillogismi categorici** sono argomentazioni con due premesse ed una conclusione in cui:
 - premesse e conclusione sono asserzioni categoriche



Sillogismi e diagrammi di Venn

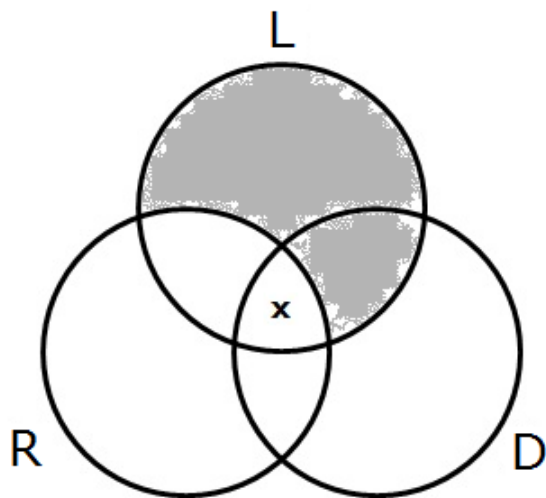
- Qualche *uccello* è un *volatile*.
Ogni *volatile* è *alato*.
∴ Qualche *uccello* è *alato*

1. Nell'intersezione tra U e V c'è almeno un elemento, nel dubbio se sia o no in A collochiamo una x sopra la linea divisoria
2. La parte di V non contenuta in A è vuota (la cancelliamo)
3. Dunque, c'è almeno un elemento tra U ed A

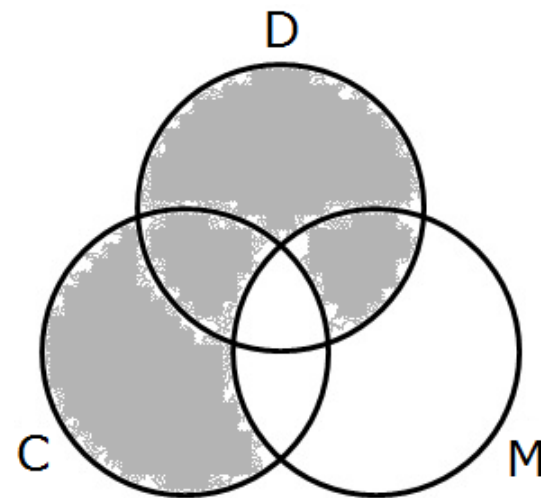


Esempi

- "Ogni logico è razionale.
Qualche logico è una
persona divertente. Quindi
qualche persona divertente
è razionale"
- Ogni L è R
Qualche L è D
 \therefore Qualche D è R



- "Ogni doberman è un cane.
Ogni cane è un
mammifero. Quindi ogni
doberman è un
mammifero".
- Ogni D è C
Ogni C è M
 \therefore Ogni D è M



Esempio

Sappiamo che 'Non è vero che nessuna persona depressa sia felice' e 'Nessuna persona depressa non è serena'. Quale delle seguenti asserzioni è conseguenza logica?

- a) 'Tutte le persone serene non sono felici'
- b) 'Alcune persone serene sono infelici'
- c) 'Non è vero che alcune persone serene non sono felici'
- d) 'Alcune persone serene non sono infelici'

Osservazioni:

- 'Nessun A è B' \leftrightarrow 'Ogni A è non-B'
(per obversione, ma n) \leftrightarrow 'Ogni A non è B'
- 'Nessun A non è B' \leftrightarrow 'Ogni A non è non-B'
(per obv.) \leftrightarrow 'Ogni A è B'

Esempio

'Nessuna persona depressa è felice'

'Non è vero che nessuna persona depressa sia felice'

Ogni D non è F

~(Ogni D non è F)

Qualche D è F

'Nessuna persona depressa non è serena'

Ogni D non è non S

Ogni D è S

Possibili conclusioni:

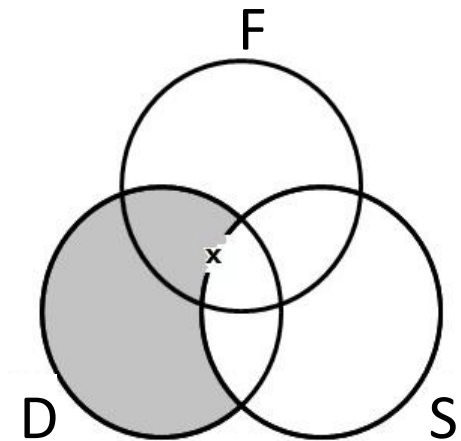
qualche D è F, qualche F è D, qualche D è S,
qualche S è D, qualche F è S, qualche S è F

a) 'Tutte le persone serene non sono felici'

b) 'Alcune persone serene sono infelici'

c) 'Non è vero che alcune persone serene non sono felici'

d) 'Alcune persone serene non sono infelici'



Risposta: D

Figure

- Ci sono quattro figure a seconda del posto occupato dal termine medio (M) nelle due premesse (F minore, H maggiore)
- **Forma canonica:** la prima premessa contiene il termine maggiore

Figura I

M H

F M

∴ F H

Figura II

H M

F M

∴ F H

Figura III

M H

M F

∴ F H

Figura IV

H M

M F

∴ F H

Forme sillogistiche e validità

- Considerando solo le asserzioni fondamentali, senza negazioni e senza termini complementari, abbiamo $4^3=64$ forme sillogistiche per ogni figura, cioè 256 complessivamente
- Le forme sillogistiche valide però sono poche

Figure valide e nomi

- Nella logica medievale venivano assegnati nomi per facilitare la memorizzazione

Figura I	Figura II	Figura III	Figura IV
<i>AAA</i>	<i>EAE</i>	<i>IAI</i>	<i>AEE</i>
<i>Barbara</i>	<i>Cesare</i>	<i>Disamis</i>	<i>Camenes</i>
<i>EAE</i>	<i>AEE</i>	<i>AII</i>	<i>IAI</i>
<i>Celarent</i>	<i>Camestres</i>	<i>Datisi</i>	<i>Dimaris</i>
<i>AII</i>	<i>EIO</i>	<i>OAO</i>	<i>EIO</i>
<i>Darii</i>	<i>Festino</i>	<i>Bocardo</i>	<i>Fresison</i>
<i>EIO</i>	<i>AOO</i>	<i>EIO</i>	
<i>Ferio</i>	<i>Baroco</i>	<i>Ferison</i>	

- Sono 15 (invece la logica tradizionale ne considerava 19, aggiungendo le figure *AAI* e *EAO* alle figure III e IV, che dipendono dal presupposto esistenziale)

Esempi

- *I figura in Celarent*

– M H	Tutti gli M non sono H
F M	Tutti gli F sono M
∴ F H	∴ Tutti gli F non sono H

- *II figura in Baroco*

– H M	Tutti gli H sono M
F M	Qualche F non è M
∴ F H	∴ Qualche F non è H

Esempi

- *III figura in Disamis*

– M H	Qualche M è H
M F	Ogni M è F
∴ F H	∴ Qualche F è H

- *IV figura in Fresison*

– H M	Ogni H non è M
M F	Qualche M è F
∴ F H	∴ Qualche F non è H

Alcune condizioni di validità

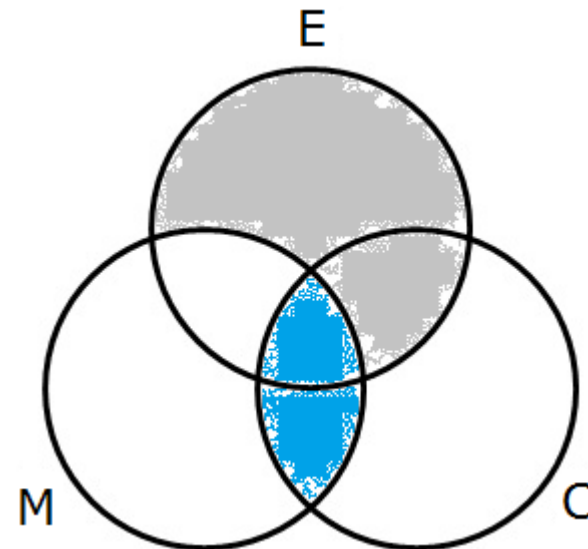
- Il termine medio non deve comparire nella conclusione
- Almeno una premessa deve essere universale
- Almeno una premessa deve essere affermativa
- Da due premesse affermative deve seguire una conclusione affermativa
- Se una premessa è negativa allora tale deve essere anche la conclusione
- Se una premessa è particolare allora tale deve essere anche la conclusione

Le inferenze dirette sono possibili sostituzioni

- Per obversione
 - Qualche S non è P \leftrightarrow Qualche S è non-P
 - Ogni S non è P \leftrightarrow Ogni S è non-P
- Da contraddizione (A-O, E-I)
 - Ogni S è P \leftrightarrow Non-(Qualche S non è P)
 - Ogni S non è P \leftrightarrow Non-(Qualche S è P)
- Per conversione (E, I)
 - Ogni S non è P \leftrightarrow Ogni P non è S
 - Qualche S è P \leftrightarrow Qualche P è S
- Per contrapposizione (A, O)
 - Ogni S è P \leftrightarrow Ogni non-P è non-S
 - Qualche S non è P \leftrightarrow Qualche non-P non è non-S

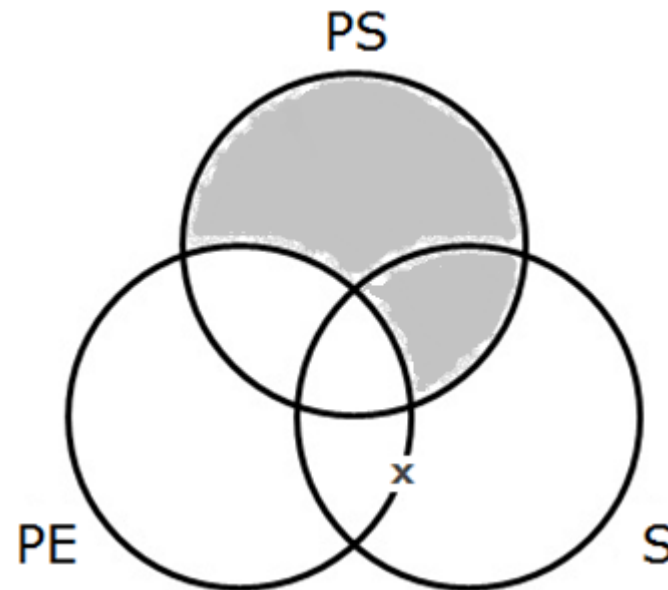
Esempio

- (1) "Tutti gli erbivori mangiano erba. Nessun cane mangia erba. Quindi nessun cane è erbivoro."
- "Ogni cane è non erbivoro." quindi "erbivoro" è il termine maggiore, "cane" il minore
- "Ogni erbivoro è un mangiatore d'erba. Ogni cane non è un mangiatore d'erba. Quindi ogni cane non è erbivoro."
- Ogni E è M
Ogni C non è M
∴ Ogni C non è E
- II figura, forma AEE (è una II figura in Camestres) perciò è valido
- Il diagramma di Venn è



Esempio

- (23) “Chi studia passa l’esame. Qualche studente non studia. Quindi qualche studente non passa l’esame.”
- “qualche studente non è una persona che passa l’esame” quindi “persona che passa l’esame” è il termine maggiore, “studente” il minore
- Ogni persona che studia è una persona che passa l’esame. Qualche studente non è una persona che studia. Quindi qualche studente non è una persona che passa l’esame.
- Ogni PS è PE
Qualche S non è PS
∴ Qualche S non è PE
- I figura, forma AOO, perciò non è valido



Per casa

- Leggere
 - Varzi, cap. 5
- Esercizi sul Varzi
- E poi esercizi online