

Esercizi

Esempi formalizzazione

Alcune cose sono rosse

$$\exists xRx$$

Non esistono cose rosse

$$\sim \exists xRx$$

Non si dà il caso che qualunque cosa sia rossa

$$\sim \forall xRx$$

Esistono cose rosse e cose non rosse

$$\exists xRx \& \exists x \sim Rx$$

O tutto è rosso o niente lo è

$$(1) \forall xRx \vee \sim \exists xRx$$

$$(2) \forall xRx \vee \forall x \sim Rx$$

Tutto è o rosso o non rosso

$$\forall x(Rx \vee \sim Rx)$$

Alcuni pesci sono rossi e altri no

$$\exists x(Px \& Rx) \& \exists x(Px \& \sim Rx)$$

Certi pesci sono rossi e grandi

$$\exists x(Px \& (Rx \& Gx))$$

Qualche pesce rosso è grande

$$\exists x((Px \& Rx) \& Gx)$$

Alcuni pesci rossi non sono grandi

$$\exists x(Px \& Rx) \& \sim Gx$$

Certi pesci sono rossi, altri sono grandi

$$\exists x(Px \& Rx) \& \exists x(Px \& Gx)$$

Non esistono pesci rossi

$$\sim \exists x(Px \& Rx)$$

Esempi formalizzazione

I pesci rossi non sono grandi

$$(1) \forall x((Px \& Rx) \rightarrow \sim Gx)$$

$$(2) \sim \exists x((Px \& Rx) \& Gx)$$

Ogni pesce è o rosso o grande

$$\forall x(Px \rightarrow (Rx \vee Gx))$$

Tutti i pesci rossi sono grandi

$$\forall x((Px \& Rx) \rightarrow Gx)$$

Tutti i pesci rossi boccheggiano

$$\forall x((Px \& Rx) \rightarrow Bx)$$

Certi pesci sono rossi ma non grandi

$$\exists x(Px \& (Rx \& \sim Gx))$$

I pesci sono rossi ma non grandi

$$(1) \forall x(Px \rightarrow (Rx \& \sim Gx))$$

$$(2) \forall x(Px \rightarrow Rx) \& \forall x(Px \rightarrow \sim Gx)$$

Nessun pesce che boccheggia è grande

$$\forall x((Px \& Bx) \rightarrow \sim Gx)$$

Nessun pesce rosso che boccheggia è grande

$$\forall x(((Px \& Rx) \& Bx) \rightarrow \sim Gx)$$

Esistono pesci rossi che non boccheggiano

$$\exists x((Px \& Rx) \& \sim Bx)$$

Esempi formalizzazione

Ci sono pesci rossi che, se fa freddo, boccheggiano

$$\exists x((Px \& Rx) \& (F \rightarrow Bx))$$

Tutti i pesci rossi, se non fa freddo, boccheggiano

$$\forall x((Px \& Rx) \& (\sim F \rightarrow Bx))$$

Se fa freddo i pesci non nuotano

$$F \rightarrow \forall x(Px \rightarrow \sim Nx)$$

$$F \rightarrow \sim \exists x(Px \& Nx)$$

Alcuni pesci rossi nuotano solo se fa freddo

$$\exists x((Px \& Rx) \& (Nx \rightarrow F))$$

I pesci rossi non nuotano se non fa freddo

$$\sim F \rightarrow \forall x((Px \& Rx) \rightarrow \sim Nx)$$

$$\sim F \rightarrow \sim \exists x((Px \& Rx) \& Nx)$$

$$\forall x((Px \& Rx) \& (\sim F \rightarrow \sim Nx))$$

$$\sim \exists x((Px \& Rx) \& (\sim F \rightarrow \sim Nx))$$

Alcuni pesci rossi nuotano solo se fa freddo

$$\exists x((Px \& Rx) \& (Nx \rightarrow F))$$

Esempi formalizzazione

Senza eccezioni, i pesci sono rossi

$$\forall x(Px \rightarrow Rx)$$

Se qualcosa è rosso allora è un pesce

$$\forall x(Rx \rightarrow Px)$$

Se c'è qualcosa rossa, c'è un pesce

$$\exists xRx \rightarrow \exists xPx$$

Se una cosa è rossa, è un pesce

$$\forall x(Rx \rightarrow Px)$$

Se una cosa è rossa, i pesci sono rossi

$$\exists xRx \rightarrow \forall x(Px \rightarrow Rx)$$

Se ogni cosa è rossa, allora i pesci sono rossi

$$\forall xRx \rightarrow \forall x(Px \rightarrow Rx)$$

A volte i pesci sono rossi

$$\exists x(Px \& Rx)$$

...(e a volte non sono rossi?)

$$\exists x(Px \& Rx) \& \exists x(Px \& \sim Rx)$$

Un pesce è rosso (?)

...(uno solo?)

$$\exists x(Px \& Rx)$$

...(tutti?)

$$\forall x(Px \rightarrow Rx)$$

Un pesce è sempre rosso

$$\forall x(Px \rightarrow Rx)$$

Solo i pesci sono rossi

$$\forall x(Rx \rightarrow Px)$$

I pesci boccheggianti nuotano

$$\forall x((Px \& Bx) \rightarrow Nx)$$

Esempi formalizzazione

Solo i pesci boccheggianti nuotano	$\forall x(Nx \rightarrow (Px \& Bx))$
Se qualcosa boccheggia non è un pesce rosso	$\forall x(Bx \rightarrow \sim(Px \& Rx))$
Se c'è qualcosa rosso che nuota, non è un pesce	$\exists x((Rx \& Nx) \rightarrow \sim Px)$
I pesci che nuotano boccheggiano	$\forall x((Px \& Nx) \rightarrow Bx)$
Tutti i pesci che nuotano boccheggiano, a meno che non siano rossi	$\forall x((Px \& Nx) \rightarrow (\sim Rx \rightarrow Bx))$
Tutti e soli i pesci rossi nuotano	$\forall x((Px \& Rx) \leftrightarrow Nx)$
Tra tutti i pesci che nuotano, solo quelli rossi boccheggiano	$\forall x((Px \& Nx) \rightarrow (Bx \rightarrow Rx))$
Tra tutti i pesci che nuotano, solo quelli rossi non boccheggiano	$\forall x((Px \& Nx) \rightarrow (\sim Bx \rightarrow Rx))$

Esempi formalizzazione

Bob vuole tutto

$$\forall x \forall b x$$

Qualcuno vuole tutto

$$\exists x \forall y \forall xy$$

A Bob non piace nulla

$$\forall x \sim Pxb$$

Nulla piace a Bob

$$\forall x \sim Pxb$$

C'è qualcosa che a Carla non piace

$$\exists x \sim Pxc$$

C'è qualcosa che piace a Bob e Anna

$$\exists x (Pxb \ \& \ Pxa)$$

A Bob piace qualcosa che piace a Anna

$$\exists x (Pxb \ \& \ Pxa)$$

C'è qualcosa che piace a Bob, e
qualcosa che piace a Anna

$$\exists x Pxb \ \& \ \exists x Pxa$$

Le cose che piacciono a Bob non
piacciono a Anna

$$\forall x (Pxb \rightarrow \sim Pxa)$$

Se Bob si piace, allora a Bob piace
qualcosa

$$Pbb \rightarrow \exists x Pbx$$

Se Bob non si piace, allora non gli piace
nulla

$$\sim Pbb \rightarrow \forall x \sim Pxb$$

Esempi formalizzazione

Se a Bob piace qualcosa, allora gli piace qualunque cosa $\exists x Pxb \rightarrow \forall x Pxb$

A tutti piace almeno qualcosa $\forall x \exists y Pyx$

C'è almeno qualcosa che piace a tutti $\exists x \forall y Pxy$

C'è almeno una cosa a cui piace tutto $\exists x \forall y Pyx$

A tutti piace tutto $\forall x \forall y Pyx$

Ad Anna piace uno studente $\exists x (Sx \& Pxa)$

Ad uno studente piace una ballerina $\exists x \exists y ((Sx \& By) \& Pyx)$

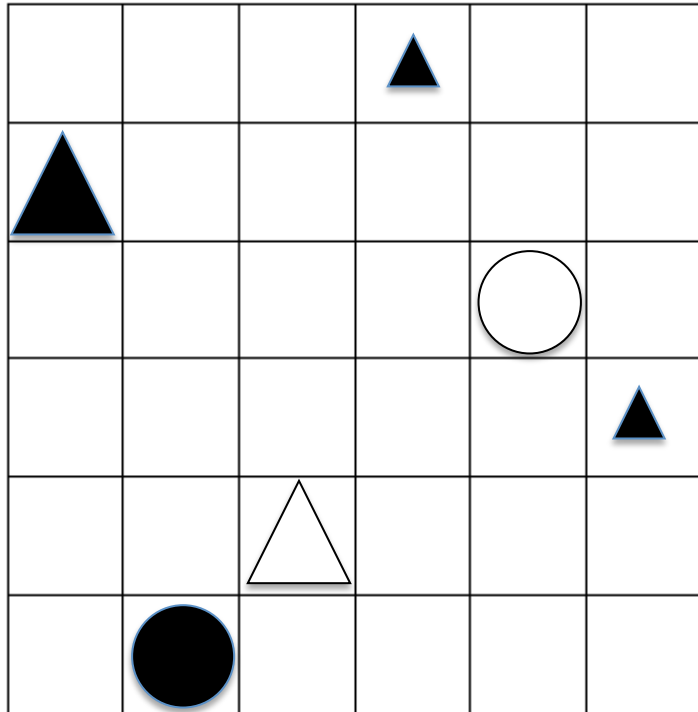
A qualche studente piace ogni ballerina $\exists x (Sx \& \forall y (By \rightarrow Pyx))$

C'è una ballerina che piace a tutti gli studenti $\exists x (Bx \& \forall y (Sx \rightarrow Pxy))$

Bob ha fatto conoscere una ballerina a uno studente $\exists x \exists y (Bx \& (Sy \& Cbyx))$

Uno studente ha fatto conoscere un suo amico a una ballerina $\exists x \exists y \exists z ((Sx \& By) \& (Axz \& Cxzy))$

Esempio Interpretazione



$\exists x(\sim Tx \& Nx)$	V
$\exists x(Cx \& \sim Gx)$	F
$\exists x((Cx \& Gx) \& Bx)$	V
$\forall x(Bx \rightarrow Cx)$	F
$\forall x(Px \rightarrow Tx)$	V
$\forall x((Bx \& \sim Cx) \rightarrow \sim Px)$	V
$\exists x((Cx \& Px) \vee Tx)$	V

'T' sta per 'triangolo',

'C' sta per 'cerchio',

'B' sta per 'bianco',

'G' sta per 'grande',

'D' sta per 'più a destra di',

'Q' sta per 'quadrato',

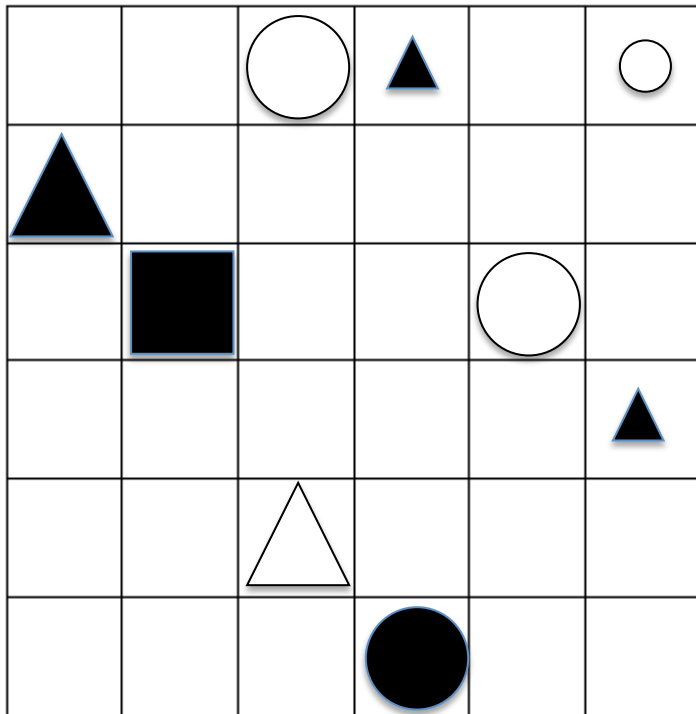
'N' sta per 'nero',

'P' sta per 'piccolo',

'A' sta per 'più in alto di',

'S' sta per 'più a sinistra di'.

Esempio Interpretazione



'A' sta per 'più in alto di',
 'D' sta per 'più a destra di',
 'S' sta per 'più a sinistra di'.

$\sim \exists x(Qx \& Gx)$	F
$\exists x((Tx \& Gx) \& Nx) \& \exists x(Cx \& Bx)$	V
$\exists x(Qx \& Nx) \& \exists x(Qx \& Px)$	F
$\forall x(Qx \rightarrow \forall y(Cy \rightarrow Sxy))$	V
$\forall xQx \rightarrow \forall y(Cy \rightarrow By)$	V
$\forall x((Cx \& Gx) \rightarrow \exists y(Ty \& Sxy))$	V
$\sim \forall x(Cx \rightarrow \exists y(Qy \& Dxy))$	F
$\exists x((Tx \& Bx) \& \forall y(Cy \rightarrow Axy))$	F
$\exists x((Cx \& Bx) \& \exists y((Qy \& Ny) \& Dxy))$	V
$\exists x((Tx \& Nx) \& \forall y((Cy \& Gy) \rightarrow Dxy))$	V
$\forall x((Cx \& Bx) \& \forall y((Cy \& Ny) \rightarrow Axy))$	V
$\sim \exists x((Qx \& Nx) \& \forall y(Cy \rightarrow Axy))$	V