

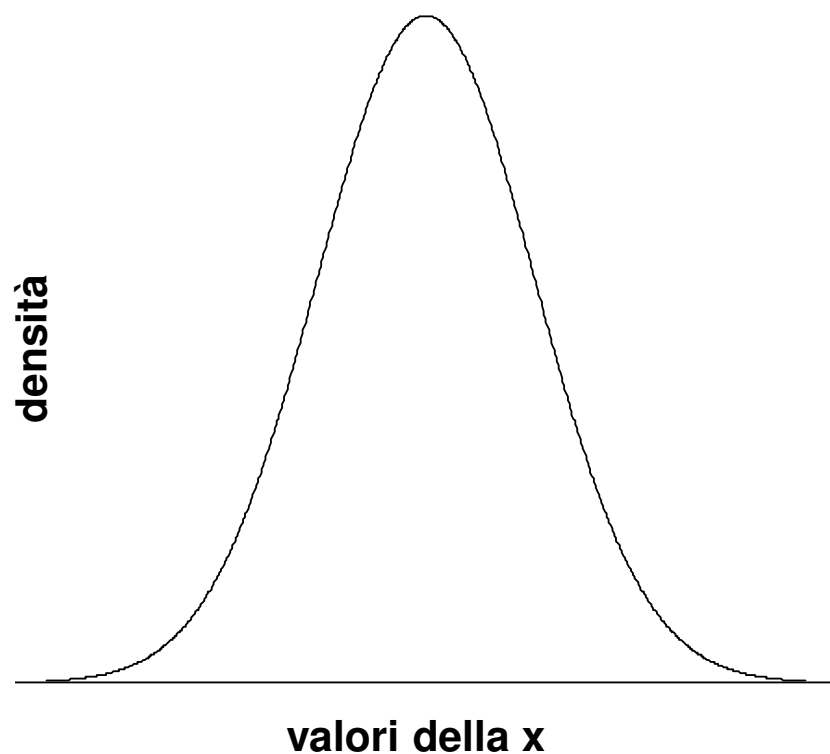
Distribuzione Normale

Introduzione

- ❑ **Introdurre la curva normale**
- ❑ **Approssimare i dati reali con tale modello**
- ❑ **Utilizzo delle tavole della c.n. standardizzata**

La curva normale

Approssima molto bene i fenomeni sociali, economici, demografici

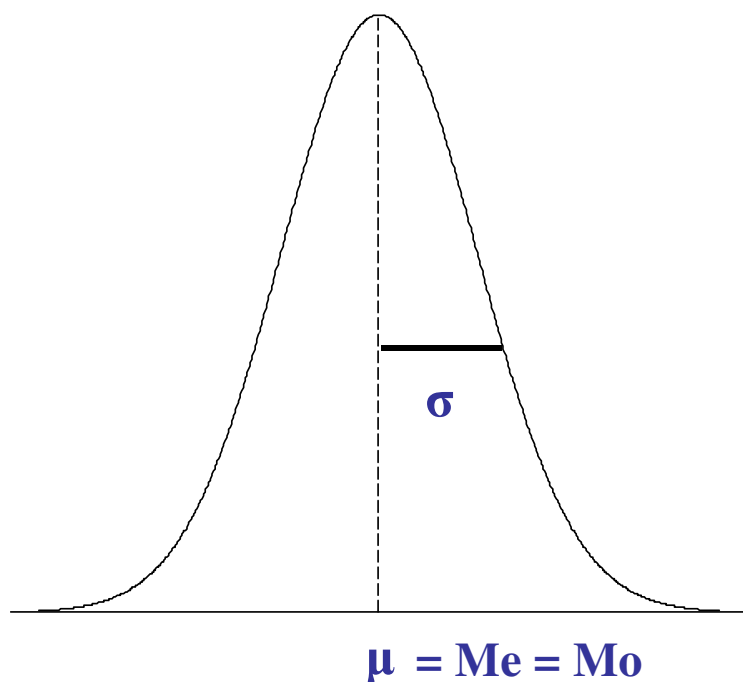


$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$\pi = 3,14$$

$$e = 2,72$$

La curva normale - 2

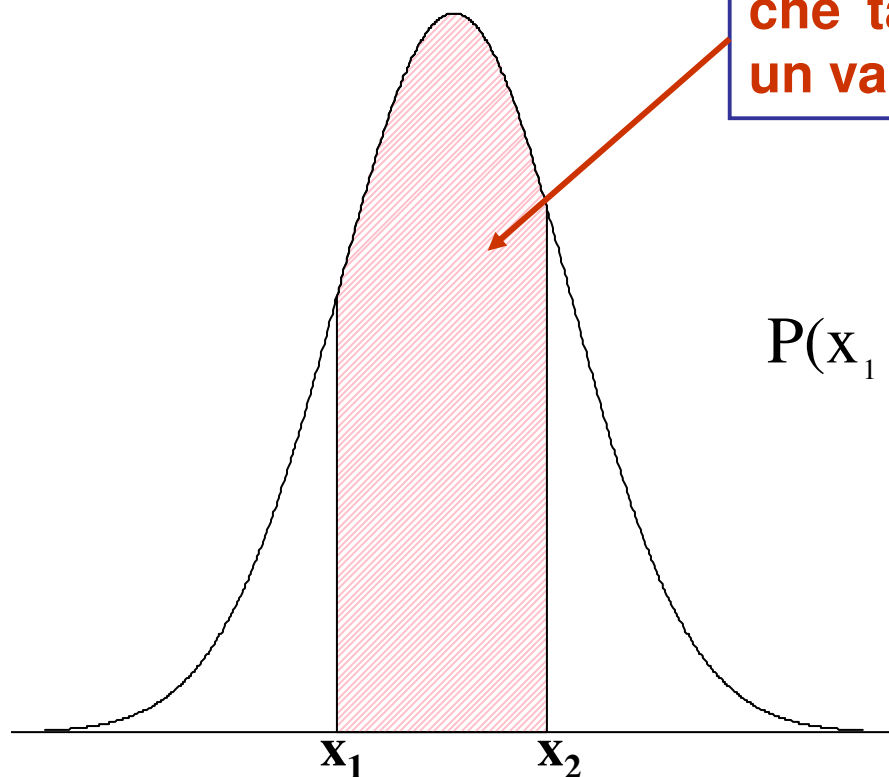


- può variare da $-\infty$ a $+\infty$
- ha un andamento asintotico rispetto all'asse delle ascisse
- ha media pari a μ e varianza pari a σ^2
- è simmetrica rispetto alla media
- ha media, moda e mediana coincidenti
- cresce da $-\infty$ a μ ; decresce da μ a $+\infty$

La curva normale - 3

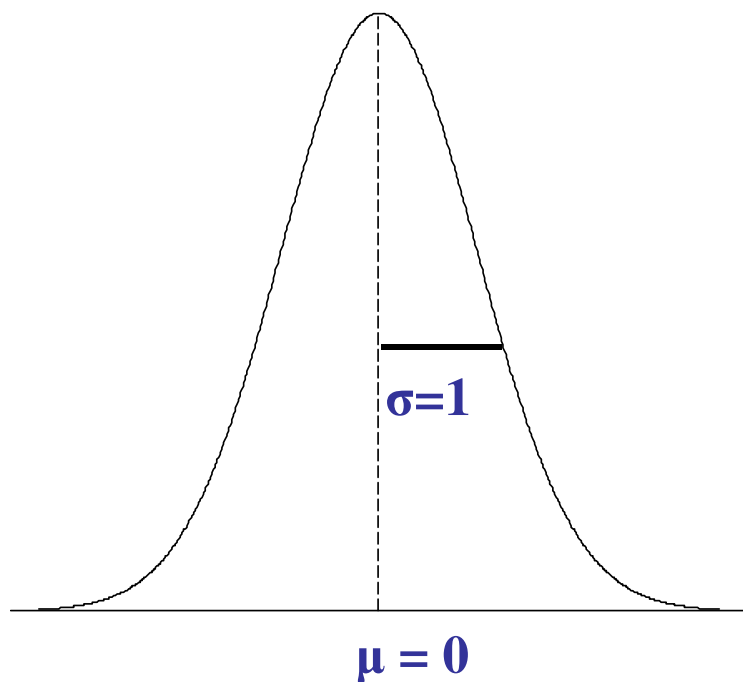
E' una curva di densità di probabilità

tale area rappresenta la probabilità
che tale variabile casuale assuma
un valore compreso tra x_1 ed x_2



$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

La curva normale standardizzata



$$\mu - \sigma \leq x \leq \mu + \sigma \longrightarrow 68,27\%$$

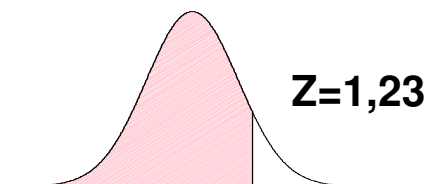
$$\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma \longrightarrow 95,45\%$$

$$\mu - 3\sigma \leq x \leq \mu + 3\sigma \longrightarrow 99,73\%$$

$$\mu - 1,96\sigma \leq x \leq \mu + 1,96\sigma \longrightarrow 95\%$$

La curva normale standardizzata

Area sottostante la curva della distribuzione normale standardizzata



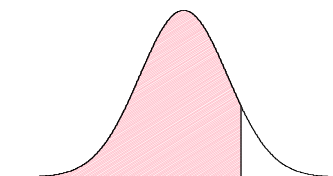
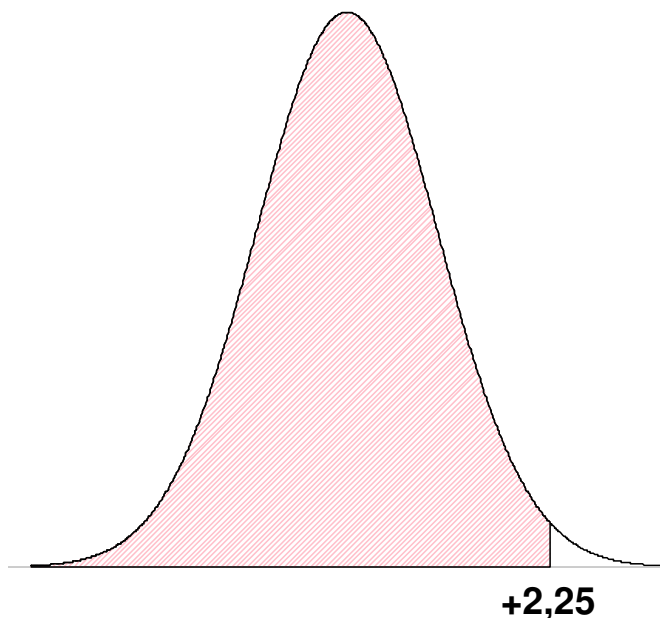
Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

La curva normale standardizzata

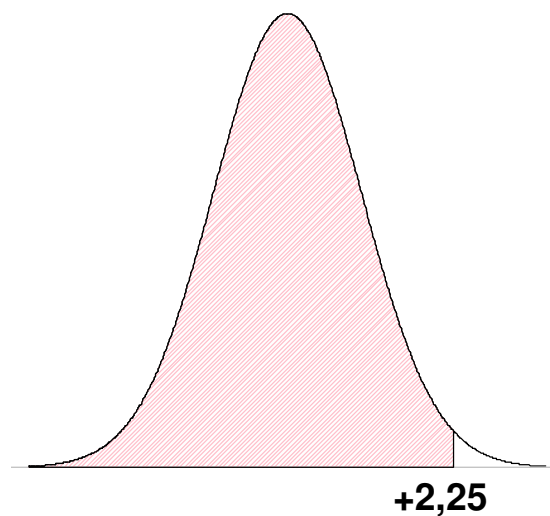
Il risultato ottenuto ad un test da un gruppo di studenti si distribuisce come la curva normale con media pari a 73 e s.q.m. pari a 8. A) Qual è la probabilità che uno studente abbia riportato un voto non superiore a 91? B) Qual è la probabilità che uno studente abbia riportato un voto compreso tra 65 e 89? C) e compreso tra 81 e 89?

A) Non superiore a 91

$$z_1 = \frac{91 - 73}{8} = \frac{18}{8} = 2,25$$

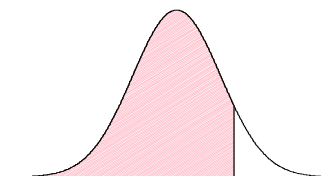


La curva normale standardizzata



$$P(z \leq +2,25) = 0,9878$$

98,78%



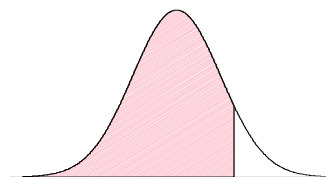
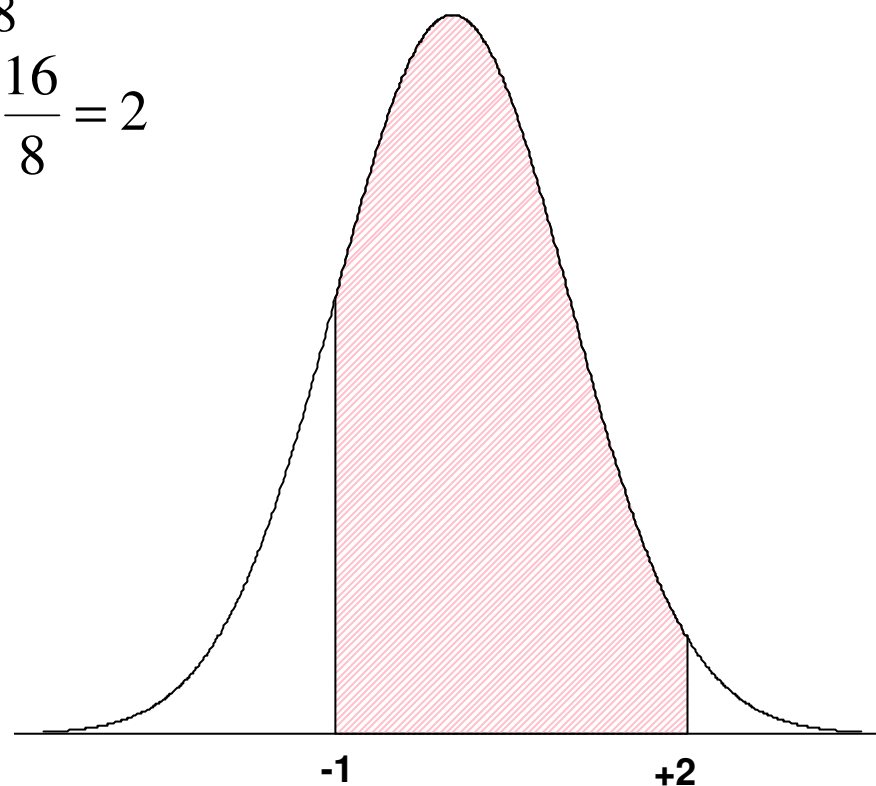
Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946

La curva normale standardizzata

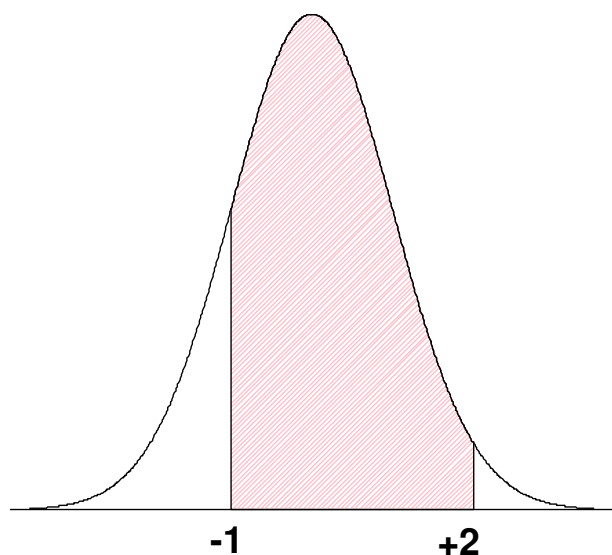
B) Compreso tra 65 e 89

$$z_1 = \frac{65 - 73}{8} = \frac{-8}{8} = -1$$

$$z_2 = \frac{89 - 73}{8} = \frac{16}{8} = 2$$



La curva normale standardizzata



$$\begin{aligned}
 P(-1 \leq z \leq +2) &= \\
 &= (0,9772 - 0,5) + (0,8413 - 0,5) = \\
 &= 0,4772 + 0,3413 = 0,8185
 \end{aligned}$$

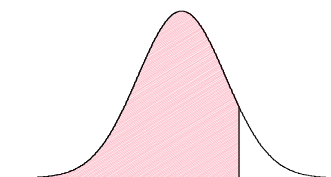
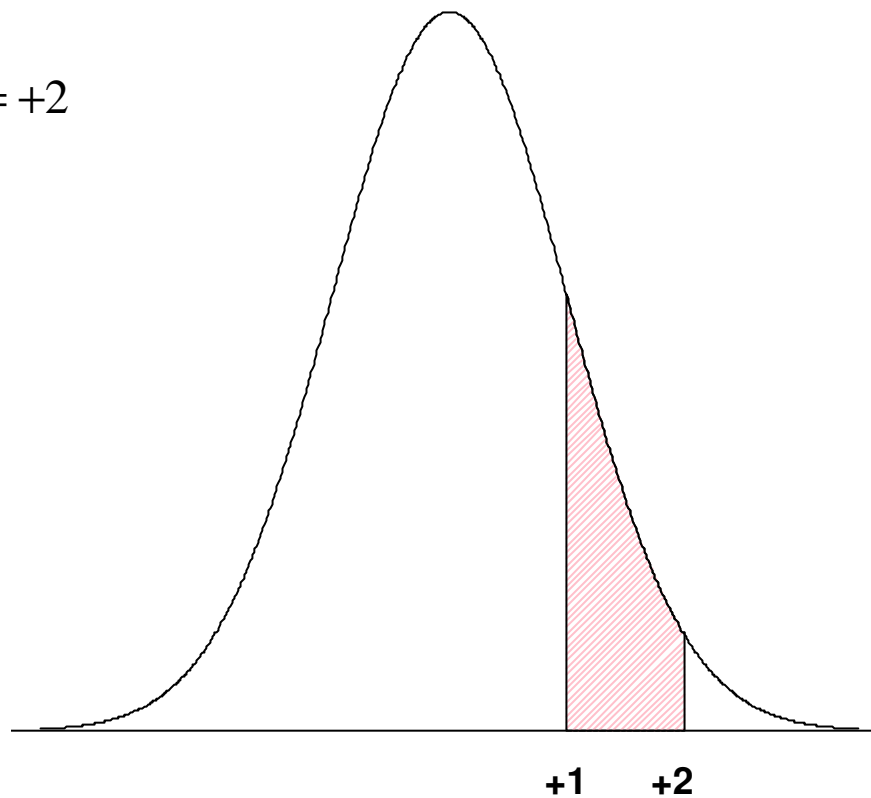
81,85%

Z	0,00	0,01	0,02	0,03
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925

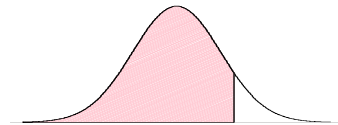
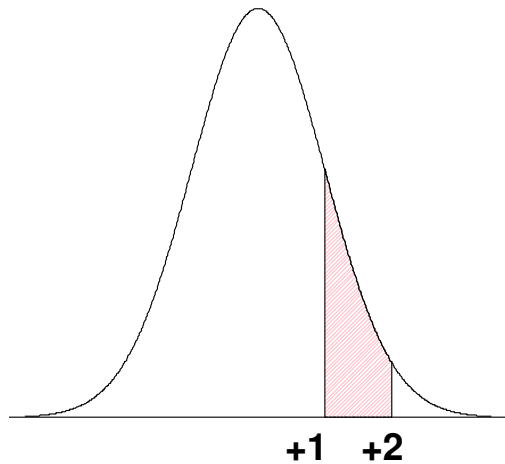
La curva normale standardizzata

B) Compreso tra 81 e 89

$$z_1 = \frac{81 - 73}{8} = \frac{8}{8} = +1$$
$$z_2 = \frac{89 - 73}{8} = \frac{16}{8} = +2$$



La curva normale standardizzata



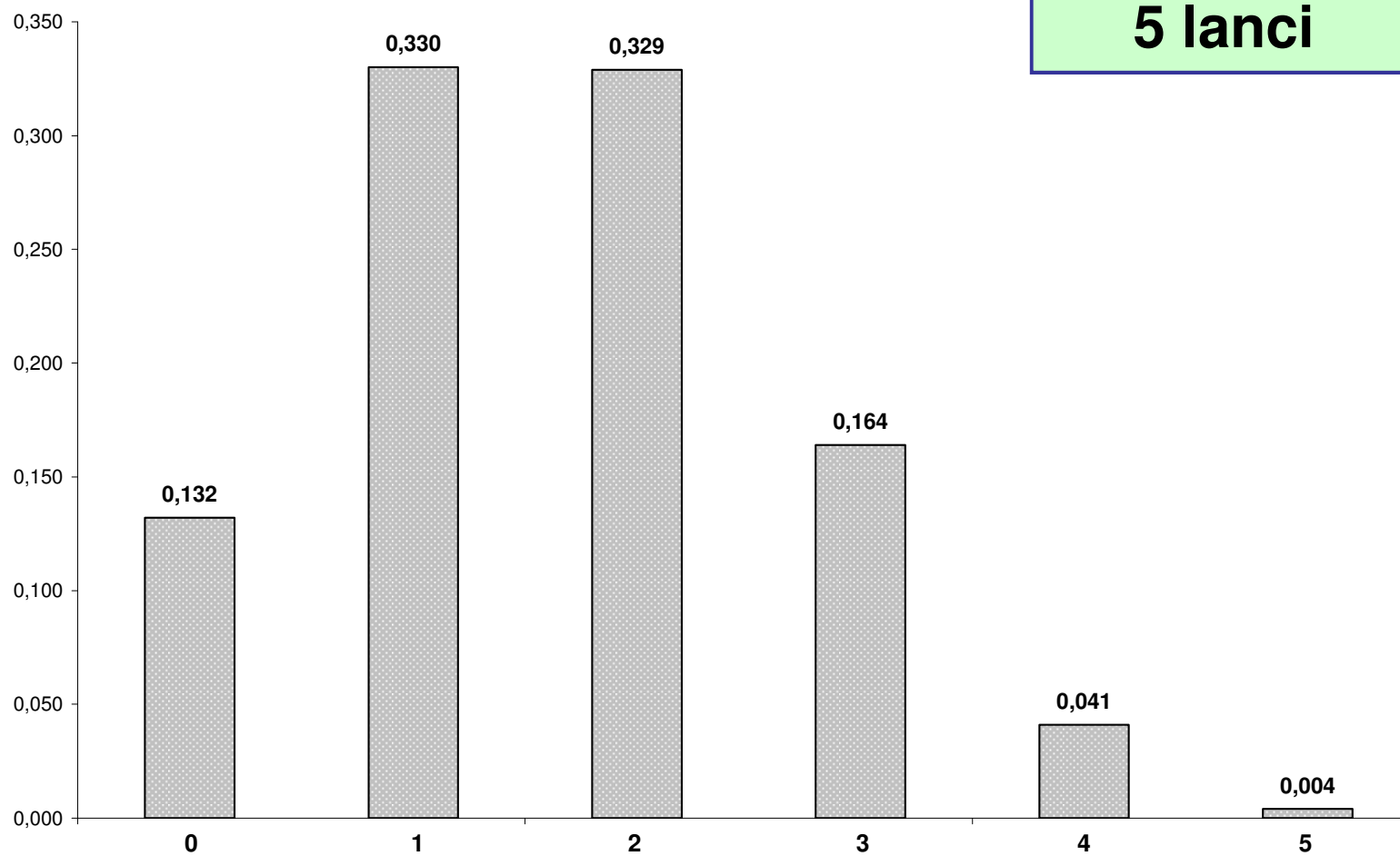
$$P(+1 \leq z \leq +2) =$$

$$= (0,9772 - 0,8413) = 0,1359$$

13,59%

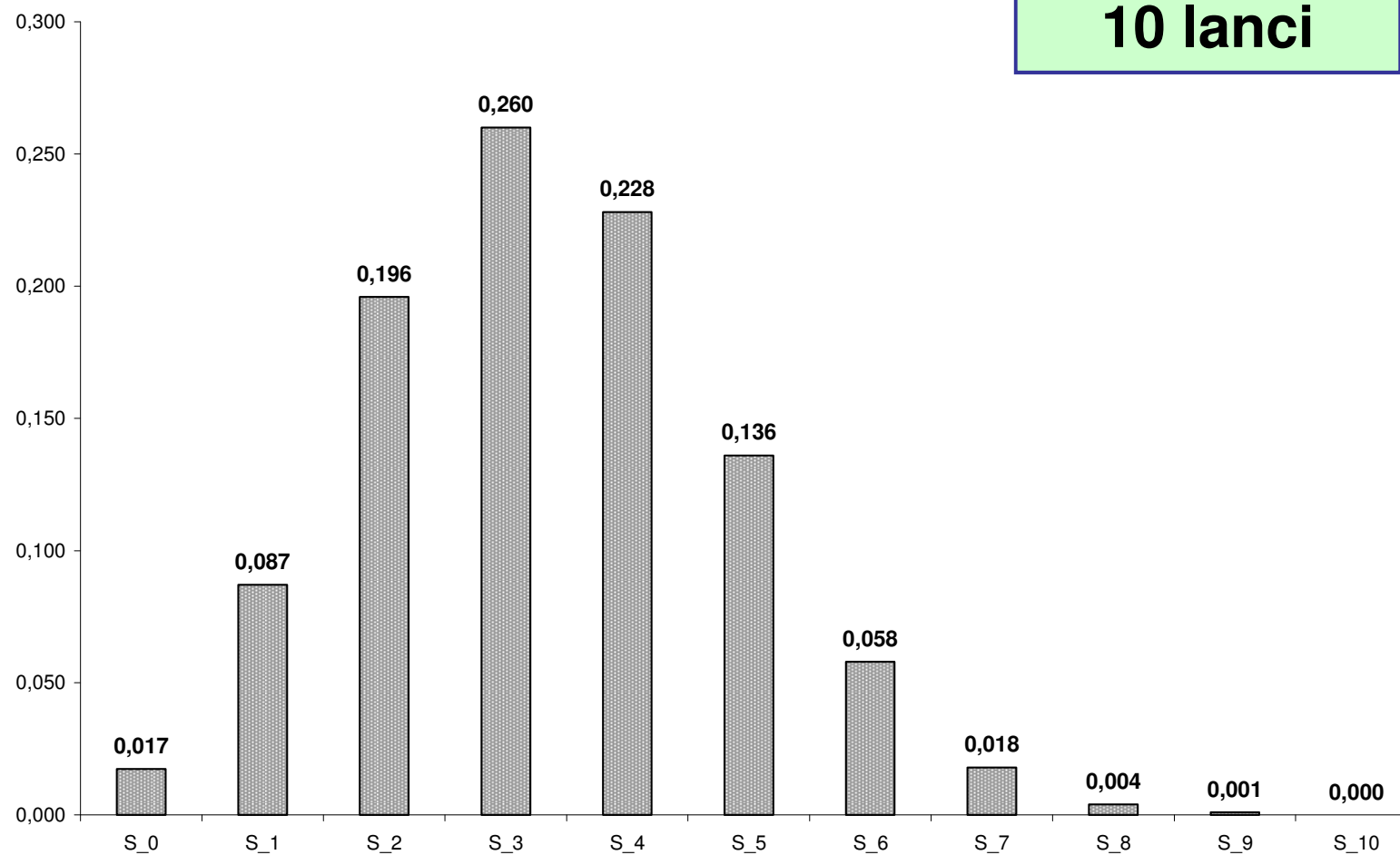
Z	0,00	0,01	0,02	0,03
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925

Binomiale e Normale

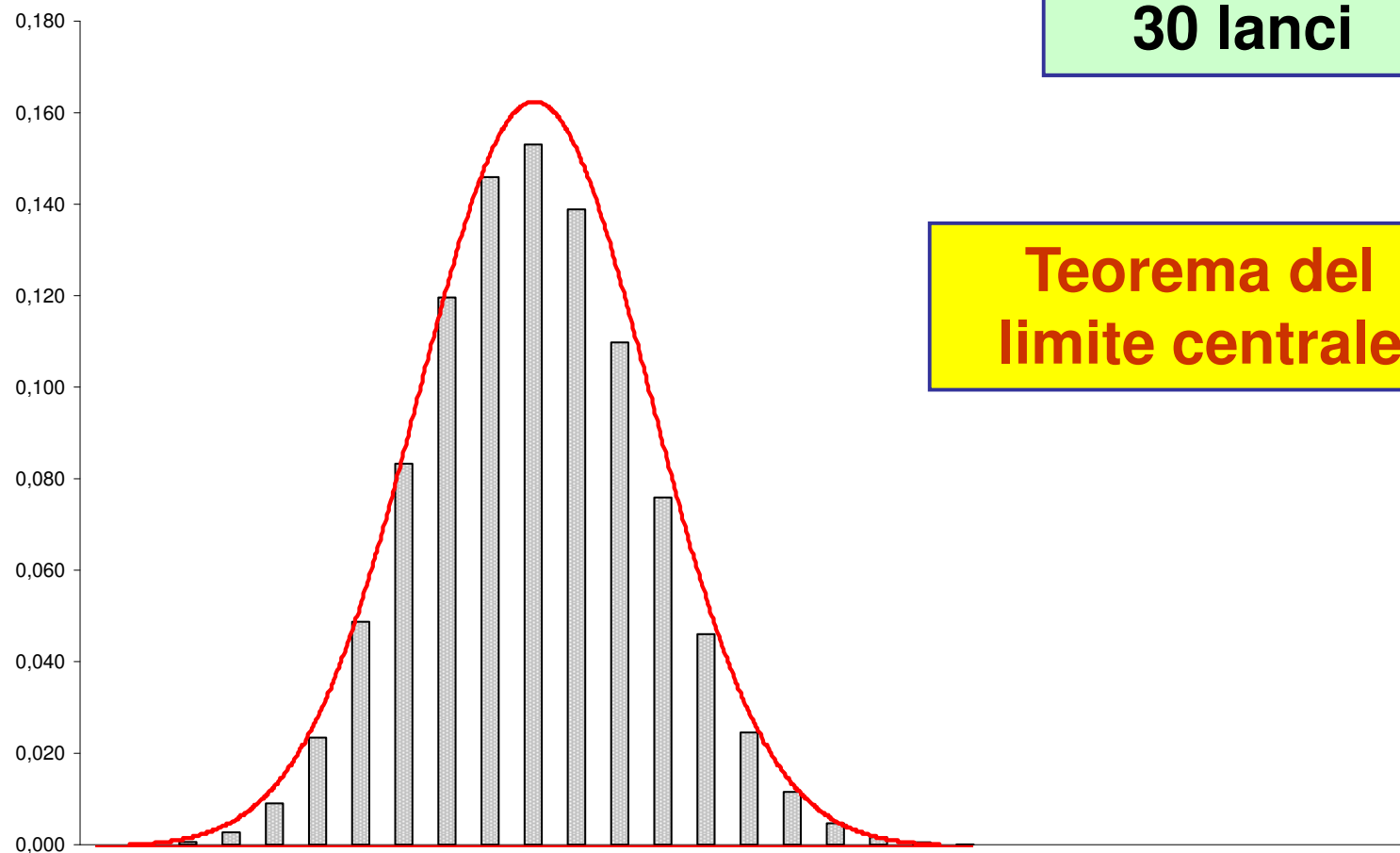


Binomiale e Normale

10 lanci



Binomiale e Normale



30 lanci

**Teorema del
limite centrale**

Riferimenti sul testo

di **Whitlock M.C., Schluter D.**
Analisi statistica dei dati biologici,
Zanichelli

Paragrafi da studiare: 10.1, 10.2, 10.3, 10.4
Esercizi alla fine dei paragrafi.