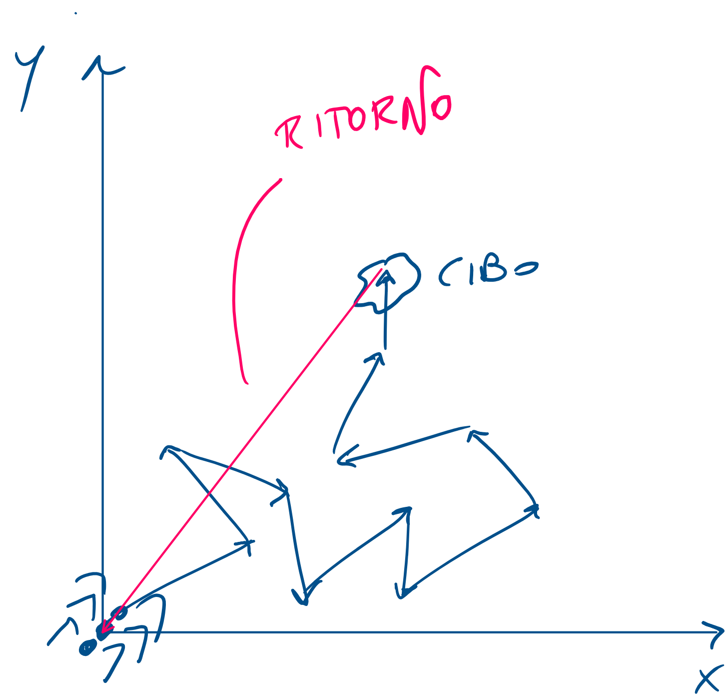
Lezione 2 27/10/2022

giovedì 27 ottobre 2022 14:12

Lezione #2

27/10/2022



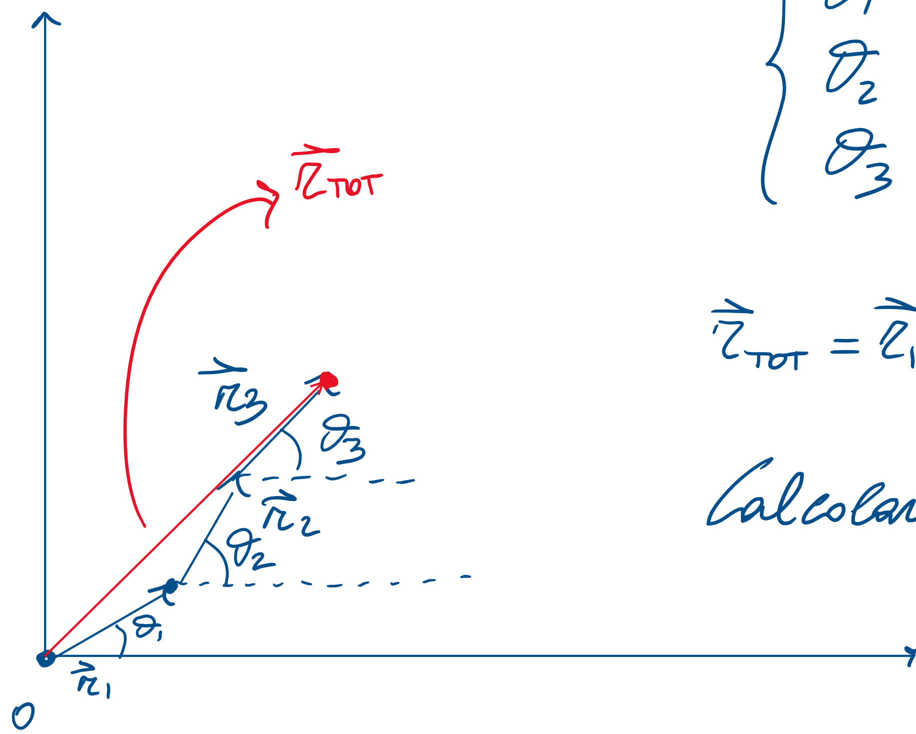
Una formica del deserto esce alle ore 12:00 ($60°$) in cerca di cibo. Supponiamo che faccia 3 passi rappresentati di vettori $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$.

$$|\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| = |\vec{r}_3| = 1{,}81 \text{ cm}$$

$(\theta = 30°$

$|r_1| = |r_2| = |r_3| = 1,81 \text{ cm}$

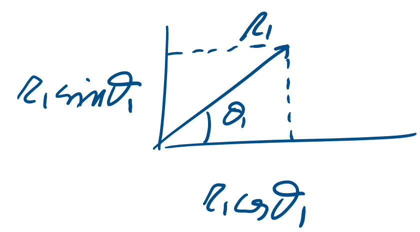
$$\begin{cases} \theta_1 = 30° \\ \theta_2 = 60° \\ \theta_3 = 45° \end{cases}$$



$$\vec{r}_{TOT} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3$$

Calcolare $|\vec{r}_{TOT}|$

$$\vec{r}_{TOT} = (r_{TOT,x} \; ; \; r_{TOT,y})$$



$$\begin{cases} r_{TOTx} = r_1 \cos\theta_1 + r_2 \cos\theta_2 + r_3 \cos\theta_3 \\ r_{TOTy} = r_1 \sin\theta_1 + r_2 \sin\theta_2 + r_3 \sin\theta_3 \end{cases}$$

$r_1 = r_2 = r_3 = r$

$$\begin{cases} r_{TOTx} = r\left(\underset{\theta_1 = 30°}{\frac{\sqrt{3}}{2}} + \underset{\theta_2 = 60°}{\frac{1}{2}} + \underset{\theta_3 = 45°}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right) \\ r_{TOTy} = r\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \end{cases}$$

$r = 1,81 \; 10^{-2} \text{ m}$

$= 0,0181 \text{ m}$

$$\begin{cases} r_{TOTx} = 0{,}0181 \cdot (0{,}8660 + 0{,}5 + 0{,}7071) \\ r_{TOTy} = 0{,}0181 \cdot (0{,}5 + 0{,}8660 + 0{,}7071) \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_{TOTx} = 0{,}037524 \text{ m} \\ r_{TOTy} = 0{,}037524 \text{ m} \end{cases}$$

$$|\vec{r}_{TOT}| = \sqrt{0{,}037524^2 + 0{,}037524^2}$$

$$|\vec{r}_{TOT}| = 0{,}053067 \text{ m}$$

$$\boxed{|\vec{r}_{TOT}| \simeq 0{,}05 \text{ m}}$$

All'andata la formica ha percorso

$$r_{ANDATA} = 3 \cdot (0{,}018) \text{ m}$$

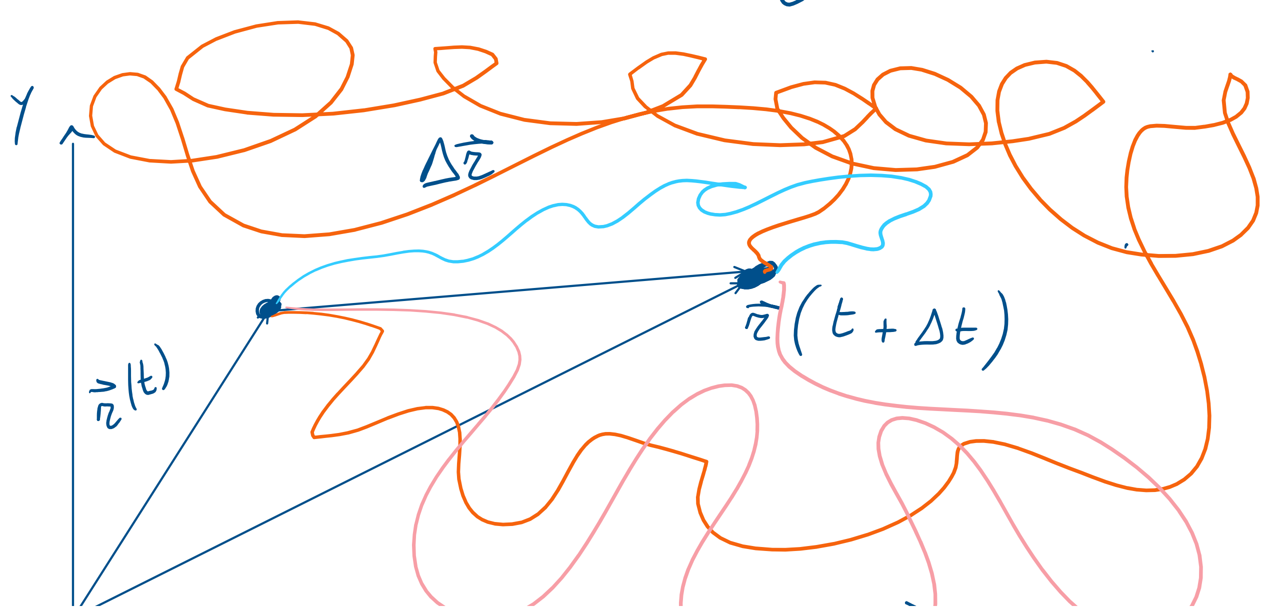
$$\boxed{r_{ANDATA} = 0,054\ m}$$

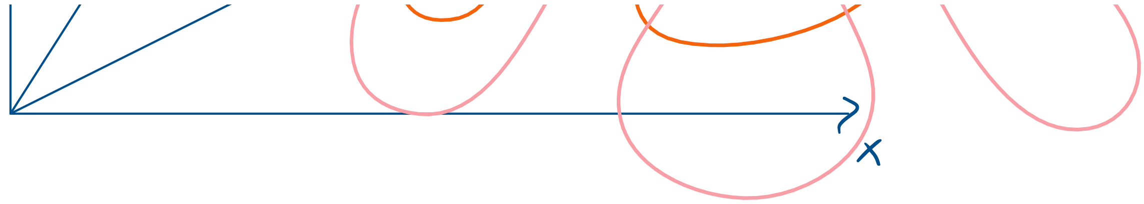
$$\frac{r_{TOT}}{r_{ANDATA}} = 0,92$$ ha risparmiato 8%

Al ritorno la formica ha risparmiato l'8% della distanza!

CINEMATICA

Assunzione: pto materiale $\begin{cases} m \neq 0 \\ S = V = 0 \end{cases}$





$\vec{r}(t)$ = posizione al tempo t

Δt = intervallo di tempo $\Rightarrow$ (dopo 50 s?)

$\Delta \vec{r}$ = SPOSTAMENTO = $\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$

$$\vec{v}_M = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

v_M = v. media

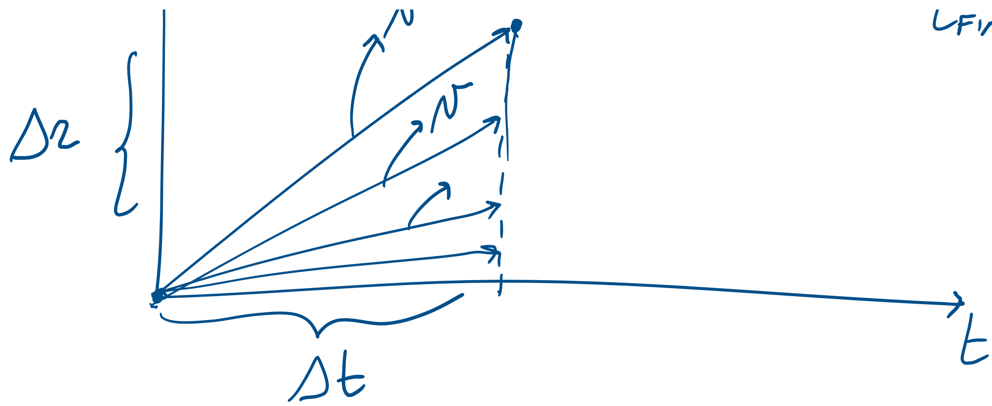
$$[v_M] = \frac{m}{s}$$

v rappresenta la rapidità con cui varia $\vec{r}$ nel tempo

$t_{IN} = 0$

$t_{FIN} = t$

LFIN = t



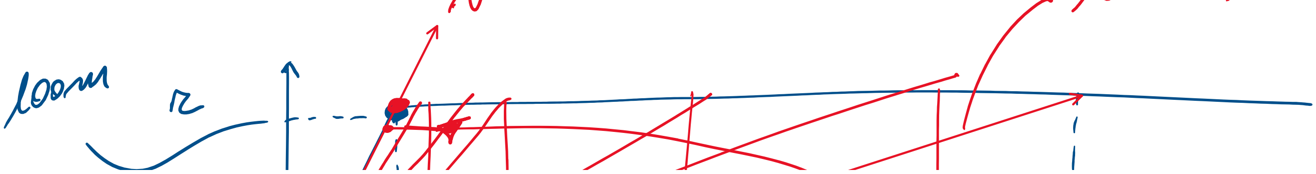
la v è la tangente della pos. $\vec{r}$

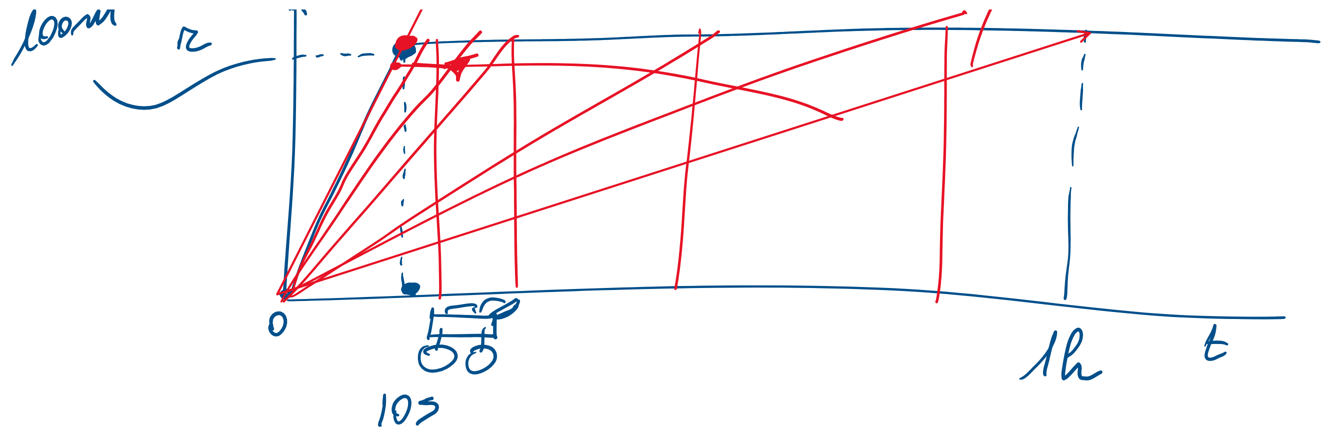
$$\vec{v}_M = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$v = 100$ km/h ?

$v = 100$ km/h !!

$v << 100$ km/h





$$\vec{v}_{IST.} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

derivata di r rispetto a t

$\vec{v}_{IST} = \vec{v}$ $\qquad \vec{v}_M$

$$\vec{a}_M = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$[a] = \frac{m}{s}\frac{1}{s} = m/s^2$$

MOTO UNIF. ACCELERATO IN DUE DIMENSIONI

$\vec{a} = \text{COSTANTE}$ $|\vec{a}|$ non cambia

$t_{IN} = 0$ $\vec{r}_{IN} = \vec{r}_0$ $\vec{v}_{IN} = \vec{v}_0$ a_{IN}

$t_{FIN} = t$ $\vec{r}_{FIN} = \vec{r}$ $\vec{v}_{FIN} = \vec{v}_F$

$$a_{IN} = a_F = a = \text{COST.}$$

$$\vec{a}_M = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_F - \vec{v}_0}{t - 0} \Rightarrow$$

t_{FIN} t_0

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_F - \vec{v}_0}{t}$$

$$\vec{a}t = \vec{v}_F - \vec{v}_0$$

$$\boxed{\vec{v}_F = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t} \qquad \vec{v}_F = (v_{Fx}, v_{Fy})$$

$$\begin{cases} v_{Fx} = v_{0x} + a_x t \\ v_{Fy} = v_{0y} + a_y t \end{cases}$$

$$\vec{v}_M = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t}$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_M\, t$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_M\, t$$

$$v_M = \,? \; = \left(\frac{v_0 + v_F}{2}\right) \quad (\text{media})$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \left(\frac{\vec{v}_0 + \vec{v}_F}{2} \right) t$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{1}{2} \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{v}_F t \qquad \left(\vec{v}_F = \vec{v}_0 + \vec{a} t \right)$$

$$\vec{v} = ? =$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{1}{2} \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \left(\vec{v}_0 + \vec{a} t \right) t$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{1}{2} \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2}$$

$$\vec{r} = (x, y)$$

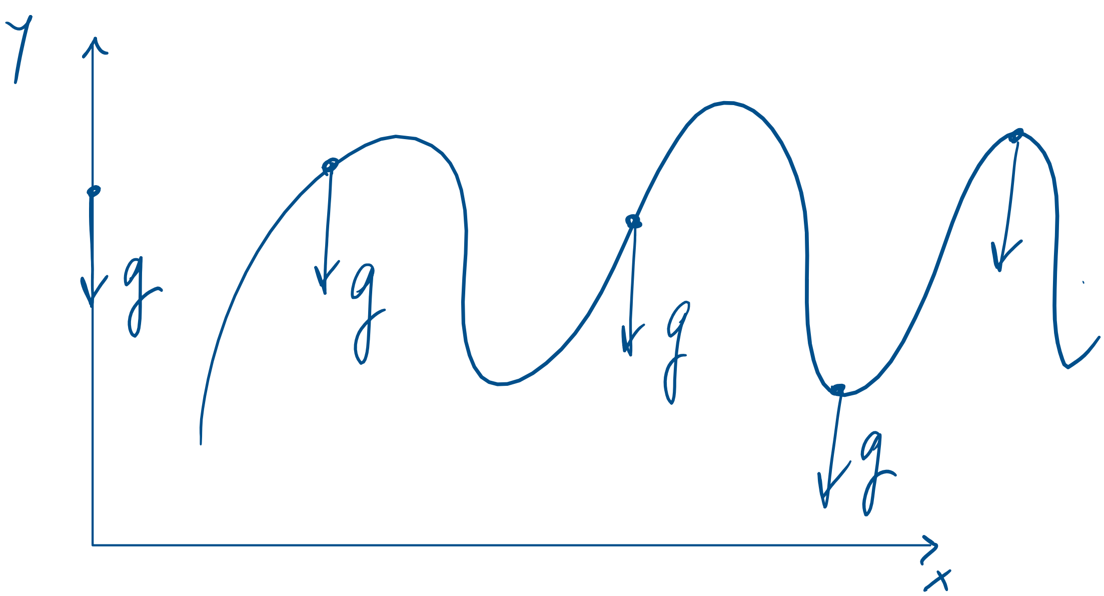
$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

MOTO UNIF. ACCELERATO IN DUE DIMENSIONI

$$\begin{cases} v_{Fx} = v_{0x} + a_x t \\ v_{Fy} = v_{0y} + a_y t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

Consideriamo il caso $\vec{a} = \vec{g} = (0; -g)$



Sostituiamo $\vec{a} = (0; -g)$

$$\begin{cases} v_{Fx} = v_{0x} \\ v_{Fy} = v_{0y} - g t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t \\ y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Esercizio CINEMATICA:

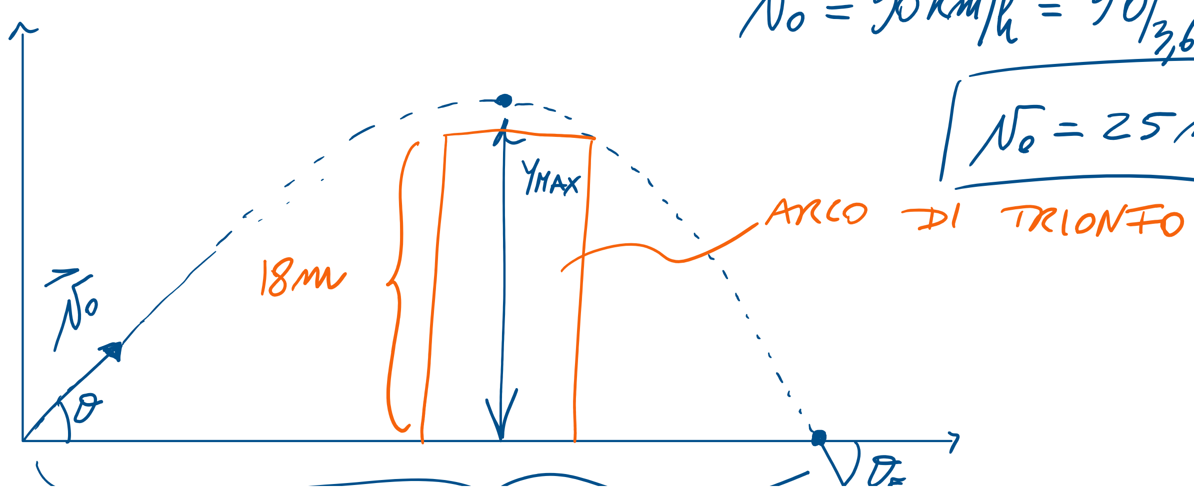
A capodanno 2007 lo stuntman Robbie Madison tentò di stabilire un nuovo record a Las Vegas cercando di superare una replica dell'Arco Di Trionfo alta 18 m. Sapendo che si lanciò con una velocità iniziale pari a v0 = 90 km/h da una rampa alta y0 = 3 m e inclinata con un angolo q θ = 45°, calcolare:

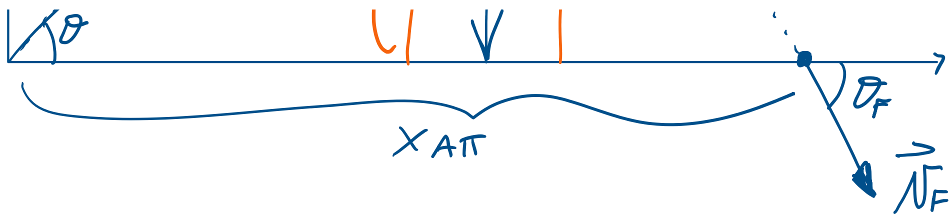
1. Altezza massima raggiunta. Riesce a superare l'Arco?
2. La distanza di atterraggio
3. Il modulo, direzione e verso della sua velocità finale (all'atterraggio)

(Lo stesso Madison nell'impatto col terreno, si lacerò la mano tra pollice e indice e dichiarò che non avrebbe mai ripetuto tale impresa neppure per 10 milioni di dollari)

$v_0 = 90\,km/h = 90/3{,}6 =$

$$\boxed{v_0 = 25\,m/s}$$





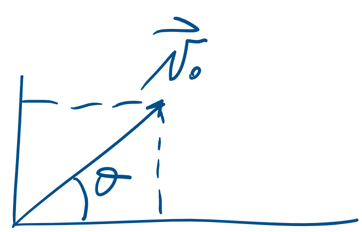
1) Calcolare altezza max y_{MAX}

y_{MAX} è l'unico pto della traiettoria in cui

$$v_y = 0 \Rightarrow t_{MAX} \Rightarrow y_{MAX}$$

$$v_y = v_{0y} - g t$$

$$0 = v_{0y} - g t_{MAX}$$



$$t_{MAX} = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

$$\boxed{t_{MAX} = \frac{v_0 \sin\theta}{g}}$$

tempo a cui raggiungo y_{MAX}

$$t_{MAX} = \frac{25 \cdot \sin(45°)}{9{,}81} = 1{,}80 \text{ s}$$

Sostituisco t_{MAX} in $y = \ldots \Rightarrow y_{MAX}$

$$y_{MAX} = y_0 + v_{0y} t_{MAX} - \frac{1}{2} g t_{MAX}^2$$

$$= 3 + 25 \cdot \sin(45°) \cdot 1{,}8 - \frac{1}{2} 9{,}81 \cdot (1{,}8)^2$$

$$y_{MAX} = 18{,}9276 \ m$$

$$\boxed{y_{MAX} = 18{,}9276 \ m \simeq 20 \ m \quad (1 \ c.s.)}$$

SOL^NE ALTERNATIVA

$$t_{MAX} = v_{0y}/g$$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 = y_0 + v_{0y} \frac{v_{0y}}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_{0y}^2}{g^2}$$

$$= y_0 + \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_{0y}^2}{g}$$

$$\boxed{y_{MAX} = y_0 + \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{g}}$$