Università degli Studi di Teramo
Corso di Laurea in Economia

Insegnamento di Economia dello Sport - Prof. Marco Di Domizio

A.A. 2022/2023

Unità didattica 1
Set 1

1. Tempo libero e consumo. Un modello di scelta ottimale.

La domanda di sport può considerarsi tanto come l'insieme dei beni e servizi a carattere sportivo richiesti dal singolo agente, quali la partecipazione *live* ad una competizione, la visione di un evento in televisione, l'acquisto di una "*jersey*" della propria squadra del cuore, ma anche come richiesta di tempo per la pratica sportiva stessa. Se, per quanto riguarda l'acquisto di un bene e servizio, la scelta delle quantità ottimali dipende dai soliti parametri incontrati nell'ambito del corso di microeconomia a proposito della scelta di consumo, per la quale l'agente ottimizza una funzione di utilità rispettando il vincolo di bilancio sul quale incidono il reddito disponibile ed i prezzi dei beni, la decisione di come allocare il proprio tempo tra lavoro e tempo libero risulta lievemente diversa. Un agente economico, in generale, si trova di fronte ad una scelta tra quanto tempo lavorare, rispetto alla disponibilità del tempo complessivo, e quanto tempo invece dedicare allo svago, frazione di tempo all'interno della quale poi definirà quanta parte destinarne alla pratica sportiva. Seguendo i presupposti metodologici evidenziati nel corso base di microeconomia considereremo, quindi, il tempo da dedicare allo svago come una scelta definita da un agente razionale che, posto di fronte a delle funzioni da ottimizzare e rispettando i vincoli ai quali è sottoposto, risolverà un problema di ottimizzazione vincolata.

2. La definizione del problema: variabili esogene, endogene e parametri

Possiamo pensare ad un agente che individua una funzione obiettivo rispetto alle variabili che incidono sul suo benessere. Nel nostro caso l'agente si trova di fronte ad una scelta tra consumo e tempo di svago. Definiamo con X_C^i le quantità fisiche dell'*i-esimo* bene di consumo tra gli N possibili beni, mentre S rappresenta il tempo di svago o tempo libero. Nel modello di scelta tra le due variabili (endogene) un agente definisce una propria *struttura delle preferenze* che deve rispettare i canonici principi introdotti nel corso base di microeconomia:

- Continuità
- Completezza
- Transitività
- Locale non sazietà

La definizione delle preferenze passa attraverso la costruzione di una funzione di utilità che avrà la seguente forma:

$$U = U\left(X_C^i, S\right), \tag{1}$$

per la quale valgono le consuete proprietà delle funzioni di utilità studiate in microeconomia, ovvero

$$\frac{\partial U}{\partial X_C^i} \equiv U_i' > 0, \quad \frac{\partial U}{\partial S} \equiv U_S' > 0,$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \left(x_C^i\right)^2} \equiv U_i'' \leq 0, \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} \equiv U_S'' \leq 0.$$

Tali proprietà matematiche si sostanziano nelle consuete ipotesi di utilità marginali positive negli argomenti della funzione, ma decrescenti. L'equazione (1) definisce, quindi, la struttura delle preferenze dell'agente. A questa egli associa il vincolo che tiene conto di diverse variabili e parametri. L'ipotesi è che questi dispone di una certa quantità di reddito non da lavoro (può essere considerata una rendita di famiglia) che indicheremo con R_{NL}, e di una quantità di tempo limitata a disposizione (*T*) che lo stesso agente può distribuire tra lavoro (*L*) e tempo libero o svago (*S*). Il tempo a disposizione può essere considerato come quella quantità di tempo che rimane a disposizione una volta soddisfatti i bisogni primari quali dormire e nutrirsi, e che a sua volta va distribuita tra lavoro e svago. Nel definire le proprie scelte l'agente considera il salario percepito per ogni unità di tempo (w) che gli permette di disporre di un reddito da lavoro (R_L) che potrà impiegare, insieme a quello non da lavoro, per acquistare beni di consumo. Il vincolo dell'agente si presenterà, quindi, nella seguente forma:

$$R_{NL} + R_L = \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot X_C^i \qquad (2),$$

dove

$$R_L = w \cdot (T - S) \qquad (3),$$

è il reddito da lavoro pari al salario w per il tempo di lavoro (*T*-*S*), p_i è il vettore dei prezzi degli *N* beni di consumo. A questo punto abbiamo tutti gli elementi per costruire il problema in forma analitica. Questo si presenterà come:

$$\max_{X_C^i, S} U = U\left(X_C^i, S\right)$$

$$\text{Sub } R_{NL} + w \cdot (T - S) = \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot X_C^i$$

$$S \leq T.$$

La risoluzione del problema chiama in causa l'ottimizzazione di funzioni in contesti statici. Introduciamo quindi la funzione di *Lagrange* sulla quale applicheremo le condizioni del primo ordine. Il problema diventa quindi il seguente:

$$\max_{X_C^i, S, \lambda} L = U\left(X_C^i, S\right) - \lambda \cdot \left[R_{NL} + w \cdot (T - S) - \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot X_C^i\right], \qquad (4)$$

le cui FOC (first order conditions) sono:

$$\frac{\partial L}{\partial X_C^i} = 0 \qquad \rightarrow \qquad U_i' - \lambda \cdot p_i = 0, \qquad \forall i \qquad \text{con } i = 1,2, \dots, N$$

$$\frac{\partial L}{\partial S} = 0 \qquad \rightarrow \qquad U_S' - \lambda \cdot w = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \qquad \rightarrow \qquad R_{NL} + w \cdot (T - S) - \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot X_C^i = 0.$$

Sviluppando le prime due equazioni della FOC, e isolando ed uguagliando λ da entrambe, otteniamo:

$$\frac{U_i'}{p_i} = \frac{U_j'}{p_j} = \frac{U_S'}{w}, \qquad \forall i \neq j \qquad (5)$$

che definisce la condizione di ottimo che l'agente deve rispettare per massimizzare la propria funzione di utilità. Questa suggerisce che occorre uguagliare le utilità marginali ponderate ai prezzi di ogni bene di consumo e che queste dovranno uguagliare l'utilità marginale del tempo libero ponderata al suo prezzo, nel nostro modello il salario, che rappresenta il costo-opportunità dello svago. Una volta definiti i rapporti ottimali tra beni di consumo e tra consumo e svago, la sostituzione delle relazioni all'interno del vincolo di bilancio definirà le quantità ottimali di beni di consumo e tempo libero nel paniere del consumatore $\left(X_C^{i*}, S^*\right)$. Le condizioni del secondo ordine (Second Order Conditions - SOC) si ritengono naturalmente soddisfatte date le ipotesi sulla funzione di utilità che sarà strettamente concava.

3. La scelta ottimale nel caso di un solo bene di consumo

Consideriamo il seguente esempio in cui, per semplicità di esposizione e per permettere la rappresentazione grafica, ipotizziamo la presenza di un solo bene di consumo *C*. Questo può essere considerato come una miscellanea di beni con un prezzo medio pari a p_C. In questo caso il problema di ottimo vincolato dell'agente può essere scritto come segue:

$$\max_{C,S} U = U(C,S)$$

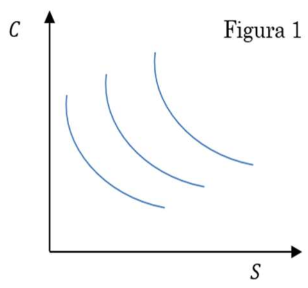
$$\text{Sub } R_{NL} + w \cdot (T - S) = p_C \cdot C$$

$$S \leq T.$$

Date le ipotesi sulla funzione di utilità sappiamo, dagli studi di microeconomia, che questa può essere rappresentata da una serie di curve di indifferenza, ovvero curve di livello che rappresentano livelli di utilità crescenti. Tali curve di indifferenza sono, date le ipotesi sulle preferenze:

- decrescenti,
- convesse,
- non intersecanti,
- con SMS decrescente.

Queste sono rappresentabili nel piano cartesiano (*C*, *S*) come descritto nella



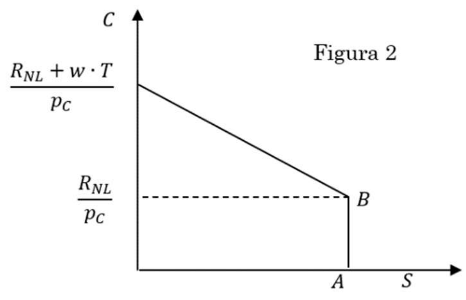


figura 1. Allo stesso modo possiamo rappresentare il vincolo di bilancio nel piano (*C, S*) come nella figura 2.

Quest'ultimo ha una forma leggermente diversa rispetto a quella con la quale siamo soliti rappresentarlo in un problema di allocazione tra due beni di consumo. La presenza di un limite nel tempo a disposizione da dedicare al lavoro o allo svago, così come la presenza di un reddito non da lavoro, condizionano la posizione nel piano del vincolo. Sull'asse delle ascisse indichiamo il tempo libero (*S*) che, nel caso coincida con il tempo totale a disposizione (*T*), determinerà indirettamente la quantità massima del bene di consumo *C* che è possibile acquistare, pari al rapporto tra reddito non da lavoro e prezzo dei beni di consumo. Allo stesso tempo, in caso di assenza di tempo libero, la somma del reddito non da lavoro e di quello guadagnato attraverso il lavoro determinerà il valore massimo di reddito che l'agente può spendere e, dati i prezzi, anche la quantità massima di beni di consumo che può acquistare.

La soluzione ottimale può trovarsi su uno qualsiasi dei punti che delimitano il vincolo di bilancio, ad eccezione di quella verticale compresa tra A e B (lo studente è invitato a rispondere per quale motivo questa sezione, ad eccezione del punto B, è esclusa dalle possibili soluzioni).

4. Analisi di statica comparata

Supponiamo di formalizzare in modo esplicito la funzione di utilità e, quindi, di individuare le soluzioni del nostro problema di ottimo. Introduciamo una forma funzionale dell'utilità che rispetti le ipotesi delle utilità marginali. Possiamo pensare ad una forma del genere:

$$U(C,S) = C^{\alpha} \cdot S^{1-\alpha}, \qquad \text{con} \qquad 0 < \alpha < 1.$$

È molto agevole calcolare le utilità marginali che saranno:

$$U'_C = \alpha \cdot C^{\alpha-1} \cdot S^{1-\alpha},$$

$$U'_S = (1-\alpha) \cdot C^{\alpha} \cdot S^{-\alpha},$$

dalle quali, servendoci delle FOC descritte nella equazione (5), possiamo scrivere:

$$\frac{\alpha \cdot C^{\alpha-1} \cdot S^{1-\alpha}}{p_C} = \frac{(1-\alpha) \cdot C^{\alpha} \cdot S^{-\alpha}}{w}.$$

Raccogliendo rispetto alle variabili per le quali cerchiamo la soluzione, consumo e svago (*C* e *S*), possiamo calcolarne il "rapporto ottimale":

$$S = \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \cdot \frac{p_C}{w} \cdot C \qquad \text{oppure} \qquad C = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \cdot \frac{w}{p_C} \cdot S, \qquad (6).$$

A questo punto basterà semplicemente sostituire una delle relazioni descritte nella (6) all'interno del vincolo di bilancio ed otteniamo:

$$R_{NL} + w \cdot (T - S) = p_C \cdot \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \cdot \frac{w}{p_C} \cdot S.$$

Raccogliamo ed avremo:

$$S \cdot \left(\frac{w}{1-\alpha}\right) = R_{NL} + w \cdot T,$$

$$S^* = (1-\alpha) \cdot \left[\frac{R_{NL}}{w} + T\right]. \tag{7}$$

La (7) rappresenta la soluzione, in forma ridotta, del tempo libero che dipende da sole variabili esogene e parametri. Possiamo quindi studiare il segno delle derivate di statica comparata per verificare in che direzione si muove la soluzione in presenza di cambiamenti nelle preferenze (α), nel tempo a disposizione (T), nel reddito non da lavoro (R_{NL}), e nel salario (w):

$$\frac{\partial S^*}{\partial \alpha} = -\frac{R_{NL}}{w} - T < 0,$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial T} = 1 - \alpha > 0,$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial R_{NL}} = \frac{1-\alpha}{w} > 0,$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial w} = -\frac{1-\alpha}{w^2} \cdot R_{NL} < 0.$$

5. Corner solutions

Tra le possibili "estensioni" del problema, la situazione più comune è quella associata a possibili soluzioni d'angolo che, come ricordiamo dagli studi di microeconomia, sono legate a specifiche caratteristiche delle preferenze. Tra queste, le più comuni sono quelle di una perfetta sostituibilità dei beni o dei servizi confrontati, oppure quelle della presenza di beni che sono indifferenti nella struttura delle preferenze dell'agente economico. Lo studente è invitato a utilizzare le conoscenze del corso base di microeconomia e a svilupparle nell'ambito delle decisioni di allocazione del tempo tra lavoro per il consumo e svago.