



# ESERCITAZIONI, RIPASSO E APPROFONDIMENTI «TEORIA DEI GIOCHI»

Dott.ssa Audrey De Dominicis  
[adedominicis@unite.it](mailto:adedominicis@unite.it)

# EQUILIBRIO DI NASH

In un gioco con 2 giocatori, una coppia di strategie definisce un equilibrio di Nash se, per ogni giocatore, è vero che la strategia di quel giocatore è una *best-response* alla strategia dell'altro giocatore

# EQUILIBRIO DI NASH

GIOCATORE 2

L

C

R

U

0

4

5

4

0

3

M

4

0

5

0

4

3

D

3

3

6

5

5

6

GIOCATORE 1

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
|   |   | L | C | R |
| U | 0 | 4 | 5 |   |
|   |   | 4 | 0 | 3 |
| M | 4 | 0 | 5 |   |
|   |   | 0 | 4 | 3 |
| D | 3 | 3 | 6 |   |
|   |   | 5 | 5 | 6 |

# EQUILIBRIO DI NASH

|             |   |             |   |   |   |
|-------------|---|-------------|---|---|---|
|             |   | GIOCATORE 2 |   |   |   |
|             |   | L           | C | R |   |
| GIOCATORE 1 | U | 0           | 4 | 5 |   |
|             | M | <u>4</u>    | 0 | 5 |   |
|             | D | 3           | 3 | 6 |   |
|             |   |             | 4 | 5 | 6 |

Qual è la domanda che ci dobbiamo fare per trovare l'equilibrio di Nash?

Qual è la strategia migliore del **Giocatore 1** se il **Giocatore 2** sceglie...

**L?**

Consideriamo solo la strategia **L** del **Giocatore 2**

I payoff a disposizione del **Giocatore 1** sono:  
 0 (strategia U)  
 4 (strategia M)  
 3 (strategia D)

Tra questi payoff, il **Giocatore 1** sceglierà il migliore e cioè 4 (strategia M)

# EQUILIBRIO DI NASH

|             |   |             |          |   |
|-------------|---|-------------|----------|---|
|             |   | GIOCATORE 2 |          |   |
|             |   | L           | C        | R |
| GIOCATORE 1 | U | 0           | <u>4</u> | 5 |
|             | M | 4           | 0        | 3 |
|             | D | <u>4</u>    | 0        | 3 |
|             |   | 5           | 5        | 6 |

Qual è la domanda che ci dobbiamo fare per trovare l'equilibrio di Nash?

Qual è la strategia migliore del **Giocatore 1** se il **Giocatore 2** sceglie...

**C?**

Consideriamo solo la strategia **C** del **Giocatore 2**

I payoff a disposizione del **Giocatore 1** sono:  
 4 (strategia U)  
 0 (strategia M)  
 3 (strategia D)

Tra questi payoff, il **Giocatore 1** sceglierà il migliore e cioè 4 (strategia U)

# EQUILIBRIO DI NASH

|             |   |             |          |          |
|-------------|---|-------------|----------|----------|
|             |   | GIOCATORE 2 |          |          |
|             |   | L           | C        | R        |
| GIOCATORE 1 | U | 0           | <u>4</u> | 5        |
|             | M | <u>4</u>    | 0        | 5        |
|             | D | 3           | 3        | <u>6</u> |
|             |   | 4           | 0        | 3        |
|             |   | 0           | 4        | 3        |
|             |   | 5           | 5        | 6        |

Qual è la domanda che ci dobbiamo fare per trovare l'equilibrio di Nash?

Qual è la strategia migliore del **Giocatore 1** se il **Giocatore 2** sceglie...

**R?**

Consideriamo solo la strategia **R** del **Giocatore 2**

I payoff a disposizione del **Giocatore 1** sono:  
 5 (strategia U)  
 5 (strategia M)  
 6 (strategia D)

Tra questi payoff, il **Giocatore 1** sceglierà il migliore e cioè 6 (strategia D)

# EQUILIBRIO DI NASH

|             |   | GIOCATORE 2 |          |          |   |
|-------------|---|-------------|----------|----------|---|
|             |   | L           | C        | R        |   |
| GIOCATORE 1 | U | 0           | <u>4</u> | 5        | 3 |
|             | M | <u>4</u>    | 0        | 5        | 3 |
|             | D | 3           | 3        | <u>6</u> | 6 |

Qual è la domanda che ci dobbiamo fare per trovare l'equilibrio di Nash?

Qual è la strategia migliore del **Giocatore 2** se il **Giocatore 1** sceglie...

**U?**

Consideriamo solo la strategia **U** del **Giocatore 1**

I payoff a disposizione del **Giocatore 2** sono:  
 4 (strategia L)  
 0 (strategia C)  
 3 (strategia R)

Tra questi payoff, il **Giocatore 2** sceglierà il migliore e cioè 4 (strategia L)

# EQUILIBRIO DI NASH

|             |   | GIOCATORE 2 |          |          |
|-------------|---|-------------|----------|----------|
|             |   | L           | C        | R        |
| GIOCATORE 1 | U | 0           | <u>4</u> | 5        |
|             | M | <u>4</u>    | 0        | 5        |
|             | D | 3           | 3        | <u>6</u> |
|             |   | 4           | 0        | 3        |
|             |   | 0           | <u>4</u> | 3        |
|             |   | 5           | 5        | 6        |

Qual è la domanda che ci dobbiamo fare per trovare l'equilibrio di Nash?

Qual è la strategia migliore del **Giocatore 2** se il **Giocatore 1** sceglie...

**M?**

Consideriamo solo la strategia **M** del **Giocatore 1**

I payoff a disposizione del **Giocatore 2** sono:

- 0 (strategia L)
- 4 (strategia C)
- 3 (strategia R)

Tra questi payoff, il **Giocatore 2** sceglierà il migliore e cioè 4 (strategia C)



# EQUILIBRIO DI NASH

|             |   | GIOCATORE 2 |          |          |
|-------------|---|-------------|----------|----------|
|             |   | L           | C        | R        |
| GIOCATORE 1 | U | 0           | <u>4</u> | 5        |
|             | M | <u>4</u>    | 0        | 3        |
|             | D | 3           | <u>4</u> | 3        |
|             |   | 5           | 5        | <u>6</u> |

EQUILIBRIO DI NASH = **D, R**

Qual è la domanda che ci dobbiamo fare per trovare l'equilibrio di Nash?

Qual è la strategia migliore del **Giocatore 2** se il **Giocatore 1** sceglie...

**D?**

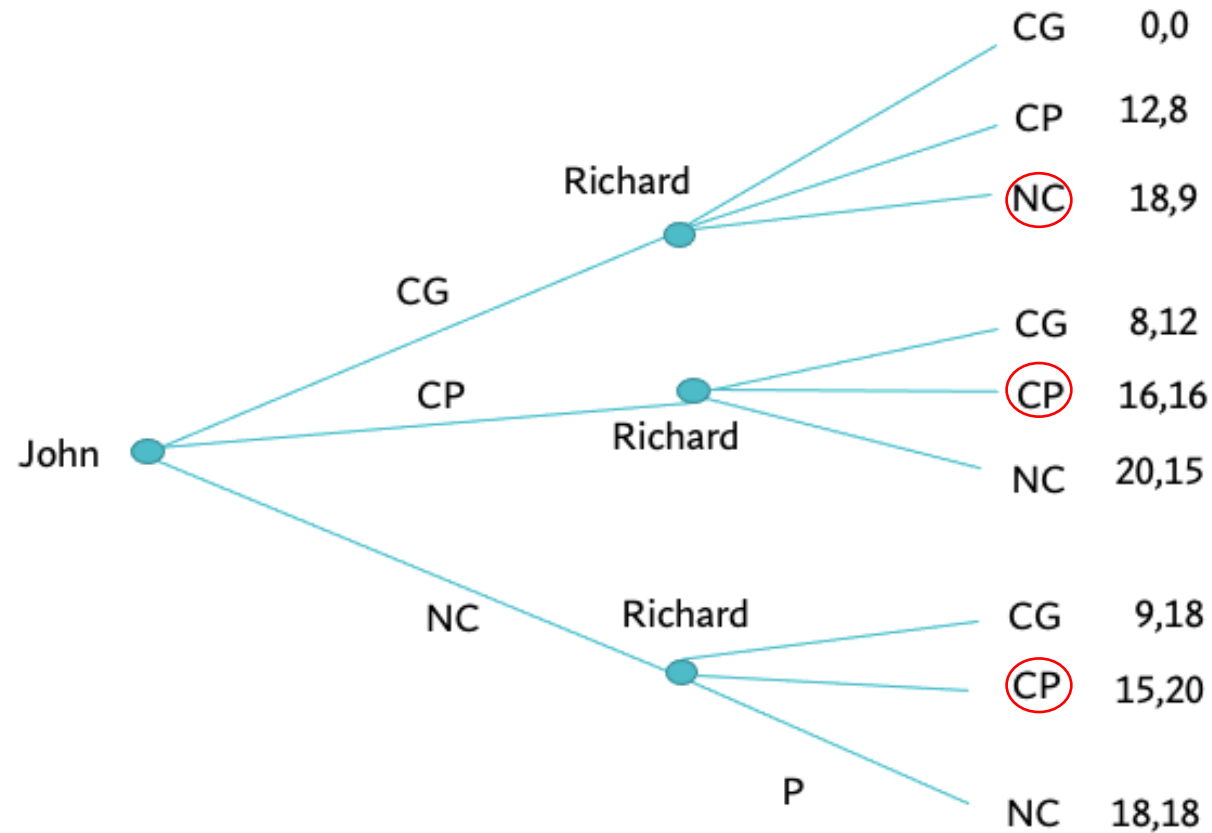
Consideriamo solo la strategia **D** del **Giocatore 1**

I payoff a disposizione del **Giocatore 2** sono:

- 5 (strategia L)
- 5 (strategia C)
- 6 (strategia R)

Tra questi payoff, il **Giocatore 2** sceglierà il migliore e cioè 6 (strategia R)

# ESEMPIO DI BACKWARD INDUCTION



IL giocatore 1, sapendo cosa sceglie il giocatore 2 sceglierà CG, in quanto il suo payoff sarà maggiore rispetto alle scelte optate dal giocatore 2

Equilibrio: CG, NC

# EQUILIBRIO DI NASH

|             |   | GIOCATORE 2 |            |
|-------------|---|-------------|------------|
|             |   | A           | B          |
| GIOCATORE 1 | D | <u>9</u> 8  | 4 <u>9</u> |
|             | S | 6 6         | 3 <u>7</u> |

Equilibrio di Nash: D,B

# EQUILIBRIODI NASH

|             |   | GIOCATORE 2  |              |
|-------------|---|--------------|--------------|
|             |   | A            | B            |
| GIOCATORE 1 | D | <u>9</u> , 8 | <u>4</u> , 9 |
|             | S | 6, 6         | 3, <u>7</u>  |

**Giocatore 1:** sceglierà sempre la strategia D, a prescindere dalla scelta del **Giocatore 2**



Ciò significa che il **Giocatore 1** ha una strategia dominante, in questo caso D

La strategia S è dominata dalla strategia D

# EQUILIBRI DI NASH

|             |   | GIOCATORE 2  |             |
|-------------|---|--------------|-------------|
|             |   | A            | B           |
| GIOCATORE 1 | D | <u>9</u> , 8 | 4, <u>9</u> |
|             | S | 6, 6         | 3, <u>7</u> |

**Giocatore 2:** sceglierà sempre la strategia B, a prescindere dalla scelta del **Giocatore 1**



Ciò significa che il **Giocatore 2** ha una strategia dominante, in questo caso B

La strategia A è dominata dalla strategia B

# Esercizio

- Si consideri il seguente gioco simultaneo:

Giocatore 2

|             |   | Giocatore 2 |          |           |
|-------------|---|-------------|----------|-----------|
|             |   | A           | M        | B         |
| Giocatore 1 | D | 5<br>6      | 8<br>*10 | 2<br>9    |
|             | C | 7*<br>7     | 9<br>6   | 5*<br>*10 |
|             | S | 6<br>8      | 10*<br>2 | 3<br>*9   |

- 1) Determinare l'equilibrio di Nash
- 2) Individuare eventuali strategie dominanti e dominate

1) Equilibrio C, B

2) G.1= D è sempre dominata sia da C che da S

G.2= A è sempre dominata sia da M che da B

(n.b: l'asterisco indica la scelta)

# JOHN NASH vs ADAM SMITH

- Adam Smith (filosofo ed economista scozzese 1723-1790) scrisse una delle maggiori opere in ambito economico “Indagine sulla natura e le cause della ricchezza delle nazioni” (1776).
- Quest’opera si fondava su **2 pilastri importanti**

L’economia si occupa dell’agire dei singoli individui

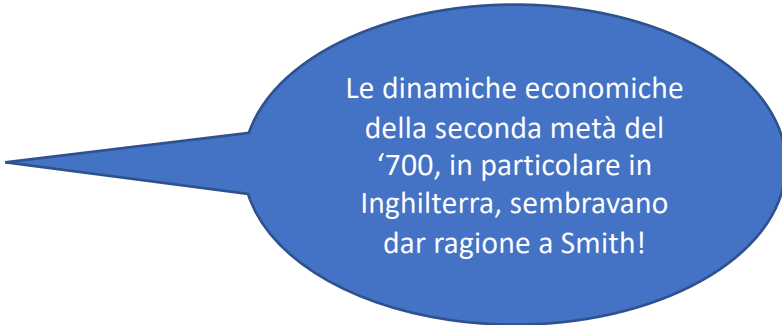
L’interesse egoistico di ogni individuo lo porta ad agire nel tentativo di massimizzare il proprio benessere e, inconsapevolmente, egli rende massimo il vantaggio anche per la società (la cosiddetta **mano invisibile**)



# JOHN NASH vs ADAM SMITH

- Ai due pilastri si vanno ad aggiungere 2 corollari:
  - Le regole economiche della società sono le stesse di quelle dell'individuo isolato
  - Se si lascia agire la mano invisibile senza interferenza da parte dello Stato, si ottiene la migliore situazione possibile.

infatti



Le dinamiche economiche della seconda metà del '700, in particolare in Inghilterra, sembravano dar ragione a Smith!

Secondo Smith, nella ricerca delle condizioni migliori per la sua vita, il soggetto involontariamente compie anche il bene pubblico

Questo rende l'intervento esterno inutile, se non addirittura dannoso



# JOHN NASH vs ADAM SMITH

- Convinzioni che guidarono gli economisti del '700-'800:
  - Il «laissez faire»: se le forze presenti nel sistema economico sono lasciate libere di agire, esse opereranno per il meglio
  - La disoccupazione rappresenta una fase naturale del ciclo economico e se si lasciano agire autonomamente le forze del mercato, essa verrà riassorbita dal sistema spontaneamente.
  - La disoccupazione è il risultato dei salari troppo alti, a loro volta causati dall'eccessiva influenza dei nascenti sindacati.

Nel '700 c'era ottimismo, deluso, di quando in quando, dalle crisi economiche che trascinavano nel baratro le fasce sociali più deboli

# JOHN NASH vs ADAM SMITH

|             |   | GIOCATORE 2 |     |
|-------------|---|-------------|-----|
|             |   | A           | B   |
| GIOCATORE 1 | C | <u>2</u> 2  | 1 1 |
|             | D | 1 <u>2</u>  | 2 1 |

EQUILIBRIO DI NASH: C,A

«Vincere facendo il meglio  
**per sé** e **per gli altri**»

I giocatori perseguono il  
loro bene individuale

I giocatori perseguono il  
bene collettivo

Calcoliamo l'ottimo sociale:  
C,A  $\Rightarrow 2+2=4$

In tutte le altre scelte, il bene collettivo è minore!

C,B  $\Rightarrow 2+1=3$

D,A  $\Rightarrow 1+2=3$

D,B  $\Rightarrow 2+1=3$

# CRITICHE

- DILEMMA DEL PRIGIONIERO

|        |    | CLYDE           |                |
|--------|----|-----------------|----------------|
|        |    | C               | NC             |
| BONNIE | C  | -5<br><u>-5</u> | 0<br><u>0</u>  |
|        | NC | -10             | -1<br><u>0</u> |



2 soggetti che hanno commesso un crimine

Vengono separati e portati in sue stanze diverse per l'interrogatorio

Payoff sono gli anni di carcere: sono negativi in quanto sono dei «costi»

EQUILIBRIO DI NASH: entrambi confessano

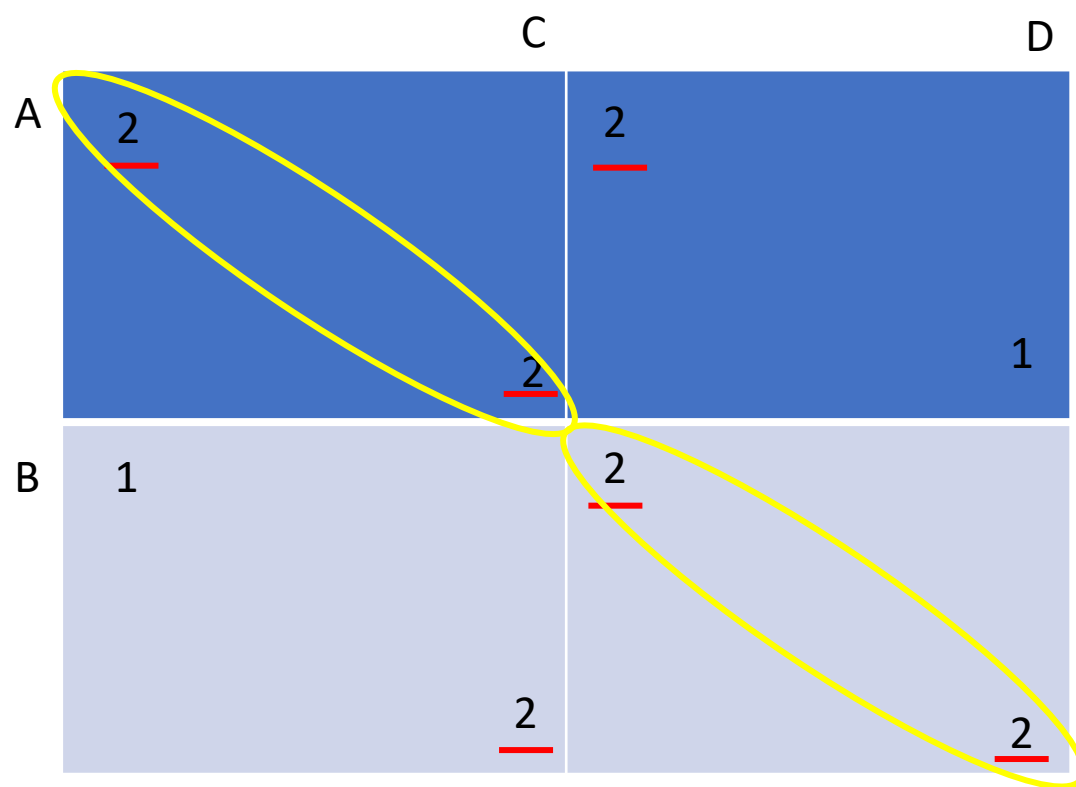
Massimizzano il bene collettivo?

No, perché i due prigionieri sarebbero stati meglio se entrambi non avessero confessato!  
( $-1-1=-2$  a fronte di  $-5-5=-10$ )

# CRITICHE

GIOCATORE 2

GIOCATORE 1



EQUILIBRI DI NASH MULTIPLI



Anche in presenza di equilibri multipli, ogni equilibrio di Nash è comunque un equilibrio stabile!



Poiché dalla sua posizione, qualsiasi scelta è peggiorativa per l'altro giocatore

# CRITICHE

GIOCATORE 2

GIOCATORE 1

|   | C        | D        |
|---|----------|----------|
| A | 1        | <u>1</u> |
| B | <u>2</u> | 0        |
|   | <u>1</u> | 0        |
|   | 1        | <u>2</u> |

ASSENZA DI EQUILIBRI DI NASH

# PER CONCLUDERE

Quando un gioco ha un'unica soluzione razionale, individuabile tramite la teoria dei giochi, tale soluzione è anche **un equilibrio di Nash.**

Non è detto che sia anche la **soluzione ottimale** del gioco o l'**unica** soluzione del gioco!

Ossia un ottimo paretiano

# PER CONCLUDERE

L'EQUILIBRIO DI NASH è una critica alla «mano invisibile» di Adam Smith.

La tendenza di ogni agente economico a massimizzare il proprio benessere (utilità) porta l'equilibrio del mercato verso una situazione ottimale per tutti  
(OTTIMO PARETIANO)

Nash dimostra che non è sempre così!

Infatti, la scelta migliore per ciascuno può condurre anche verso equilibri sub-ottimali, sia dal punto di vista privato che dal punto di vista sociale.



# PER CONCLUDERE

Un altro esempio di equilibrio di Nash non ottimale si verifica nel pubblico durante uno spettacolo. Tutti gli spettatori potrebbero vedere lo spettacolo seduti. Tuttavia, se uno di essi si alzasse vedrebbe meglio degli altri ( ottimo individuale ).

Aspettandosi che gli altri si alzino per vedere meglio, tutti gli spettatori iniziano ad alzarsi. In conclusione, tutti gli spettatori assistono in piedi allo spettacolo, più scomodi e con una visione peggiore ( equilibrio sub-ottimale ) rispetto a quella



# APPROFONDIMENTO

## Case study: fallimento della **Silicon Valley Bank** (10/03/2023)

- Dal 2019 al 2021: I propri depositi sono cresciuti vertiginosamente
- Ha deciso di investire 91 miliardi di \$ in obbligazioni a tasso fisso (1,5%)
- Aumento dei tassi di interesse nel 2022
- Le imprese hanno iniziato a usare i loro depositi per affrontare l'aumento dei tassi
- la banca ha optato per la vendita di altre sue azioni sul mercato
- Peter Thiel consigliava di ritirare i propri soldi dalla SVB
- **“Corsa agli sportelli”**
- Venerdì 10/03: 42 miliardi di \$ prelevati
- Fallimento della banca ma intervento del gov. americano per i depositi.



• • •



## Joseph Gentile

Chief Administrative Officer

Joseph Gentile is the Chief Administrative Officer at SVB Securities.

Prior to joining the firm in 2007, Mr. Gentile served as the CFO for Lehman Brothers' Global Investment Bank where he directed the accounting and financial needs within the Fixed Income division. Prior to that, he served as CFO of the Global Corporate and Investment Bank at Bank of America, where he led the Capital