



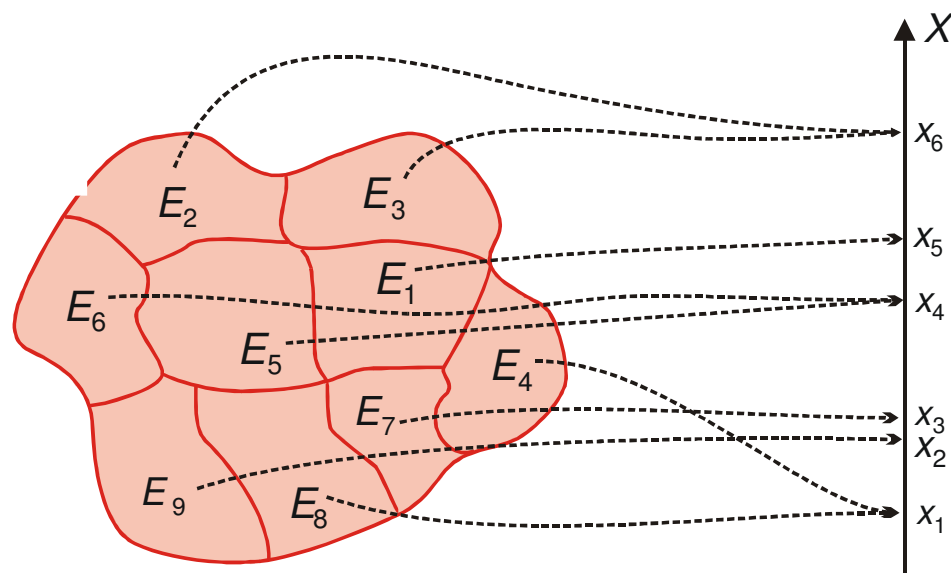
Cenni sulle variabili casuali e sulla curva normale

Introduzione

- ❑ **Variabili casuali**
- ❑ **Importanza di un “modello di riferimento”**
- ❑ **Curva normale**

Le variabili casuali

Una **VARIABILE CASUALE** è una variabile che assume un determinato valore in corrispondenza del verificarsi di un evento; ad ognuno dei valori che tale variabile casuale può assumere, noi associamo una probabilità, che rappresenta la probabilità che quell'evento si verifichi (e, dunque, la probabilità che la variabile casuale assuma quel determinato valore)



Cfr. Borra-Di Ciaccio, pag. 196

Le variabili casuali - 2

Supponiamo di fare tre lanci con una moneta. Cosa può accadere?

1) T ; T ; T

2) T ; T ; C

3) T ; C ; T

4) T ; C ; C

5) C ; T ; T

6) C ; T ; C

7) C ; C ; T

8) C ; C ; C

0 volte T

$$P(0) = \frac{\text{C.F.}}{\text{C.P.}}$$

1 volta T

$$P(1) = \frac{\text{C.F.}}{\text{C.P.}}$$

2 volte T

$$P(2) = \frac{\text{C.F.}}{\text{C.P.}}$$

X_i	$P(X_i)$
0	$1/8 = 0,125$
1	$3/8 = 0,375$
2	$3/8 = 0,375$
3	$1/8 = 0,125$
	$8/8 = 1$

Le variabili casuali - 3

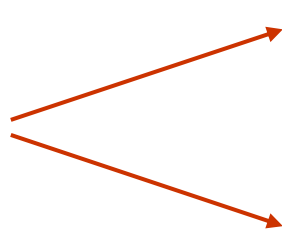
Variabili casuali



Probabilità

Le considerazioni che possiamo fare dall'osservazione della variabile casuale precedente provengono dall'osservazione di un modello che è stato generato prendendo in considerazione tutti i possibili eventi che possono accadere a seguito di un esperimento

Decisioni



Esperienza particolare

Probabilità (Oggettivo!!)

Le variabili casuali - 4

Variabile casuale DISCRETA

E' una variabile le cui modalità possono essere messe in corrispondenza con l'insieme dei numeri interi (1 – 2 – 3)

Variabile casuale CONTINUA

E' una variabile le cui modalità possono essere messe in corrispondenza con l'insieme dei numeri reali (con virgola)

Le variabili casuali - 5

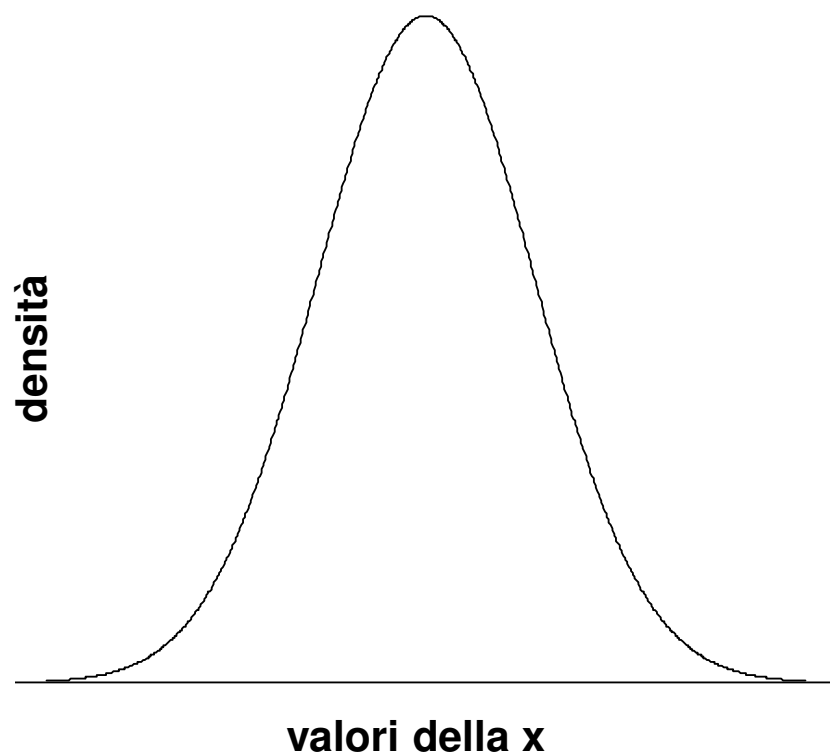
X_i	$P(X_i)$	$X_i \cdot P(X_i)$	$X_i - E(X)$	$[X_i - E(X)]^2$	$[X_i - E(X)]^2 \cdot P(X_i)$
0	0,125	$0 \cdot 0,125 = 0$	-1,5	2,25	0,281
1	0,375	$1 \cdot 0,375 = 0,375$	-0,5	0,25	0,094
2	0,375	$2 \cdot 0,375 = 0,750$	0,5	0,25	0,094
3	0,125	$3 \cdot 0,125 = 0,375$	1,5	2,25	0,281
	1	1,5			0,750

$$E(X) = \sum_{i=1}^n X_i \cdot P(X_i) = 1,5$$

$$VAR(X) = \sum_{i=1}^n [X_i - E(X)]^2 \cdot P(X_i) = 0,75$$

La curva normale

Approssima molto bene i fenomeni sociali, economici, demografici

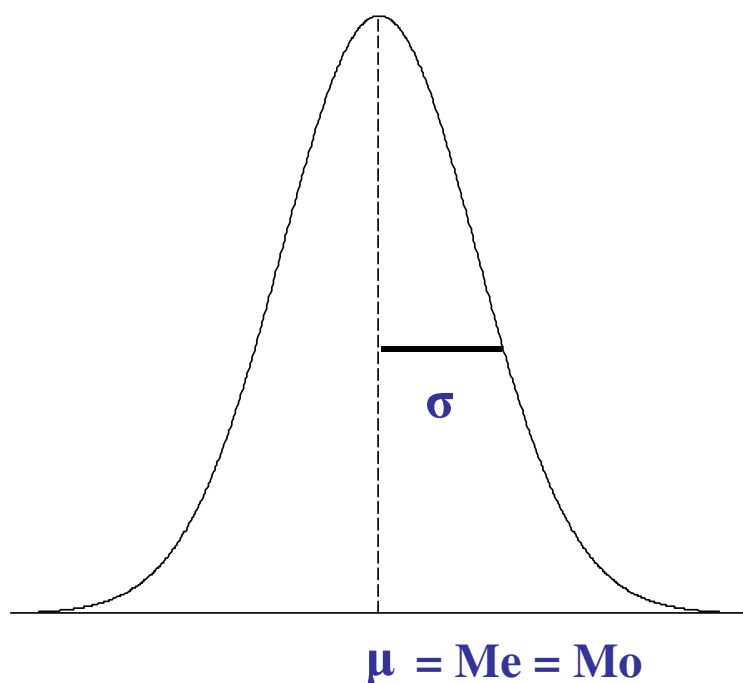


$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}$$

$$\pi = 3,14$$

$$e = 2,72$$

La curva normale - 2

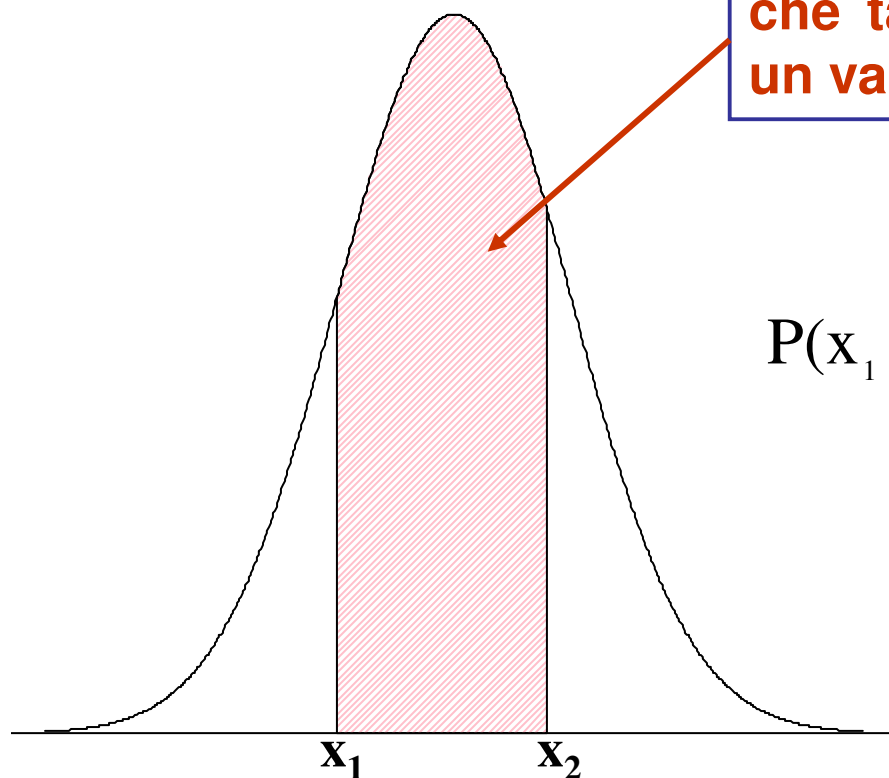


- può variare da $-\infty$ a $+\infty$
- ha un andamento asintotico rispetto all'asse delle ascisse
- ha media pari a μ e varianza pari a σ^2
- è simmetrica rispetto alla media
- ha media, moda e mediana coincidenti
- cresce da $-\infty$ a μ ; decresce da μ a $+\infty$

La curva normale - 3

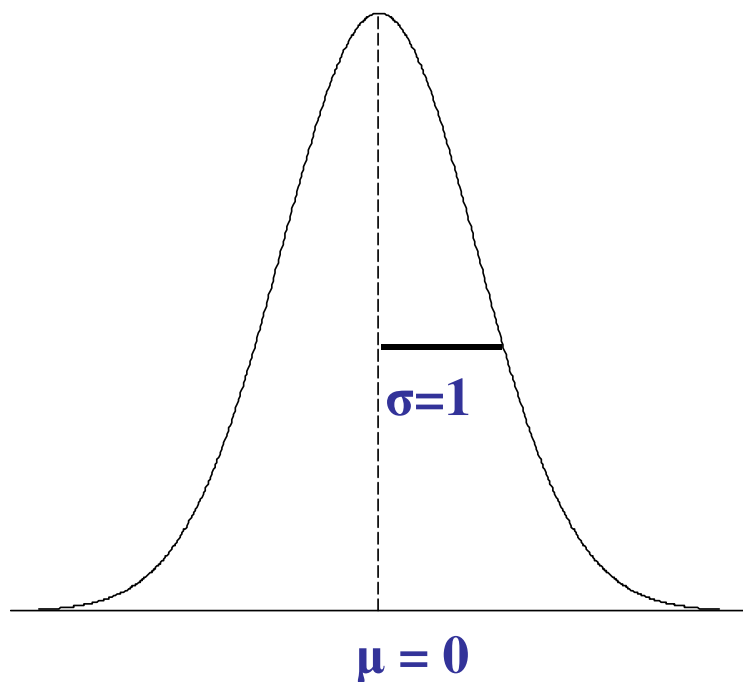
E' una curva di densità di probabilità

tale area rappresenta la probabilità che tale variabile casuale assuma un valore compreso tra x_1 ed x_2



$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

La curva normale standardizzata



$$\mu - \sigma \leq x \leq \mu + \sigma \longrightarrow 68,27\%$$

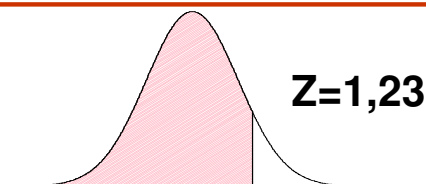
$$\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma \longrightarrow 95,45\%$$

$$\mu - 3\sigma \leq x \leq \mu + 3\sigma \longrightarrow 99,73\%$$

$$\mu - 1,96\sigma \leq x \leq \mu + 1,96\sigma \longrightarrow 95\%$$

La curva normale standardizzata

Area sottostante la curva della distribuzione normale standardizzata



Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

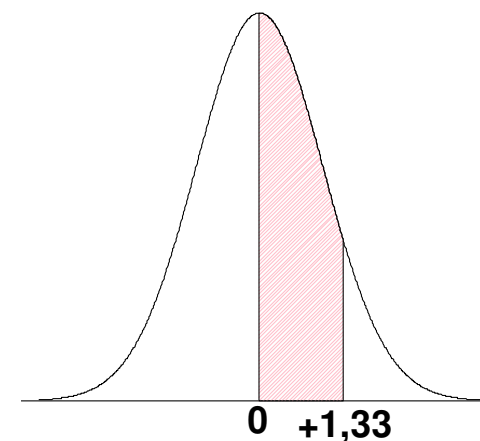
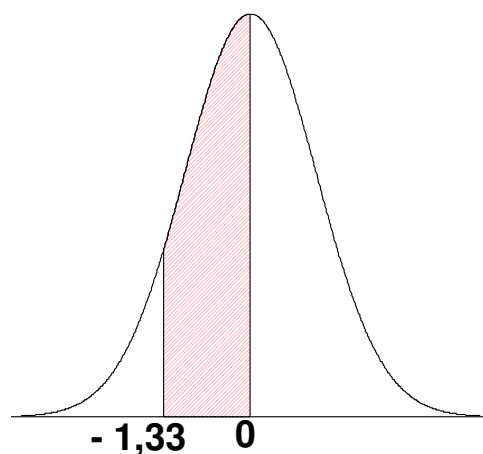
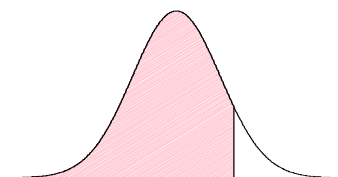
La curva normale st. – es. 1

Una compagnia di trasporto ha calcolato che i propri camion coprono una distanza media annua di 50.000 km., con uno s.q.m. di 12.000 km. Si suppone che la distribuzione segua un andamento approssimativamente normale. Qual è la probabilità che un camion copra una distanza: A) compresa tra 34.000 e 50.000 km? B) compresa tra 34.000 e 38.000 km? C) inferiore a 30.000 o superiore a 60.000 km?

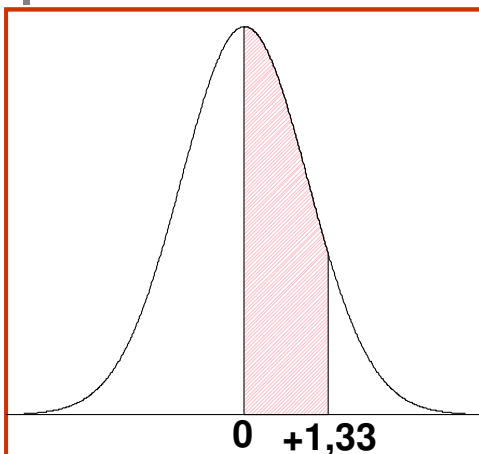
A) Compresa tra 34 e 50

$$z_1 = \frac{34 - 50}{12} = \frac{-16}{12} = -1,33$$

$$z_2 = \frac{50 - 50}{12} = \frac{0}{12} = 0$$



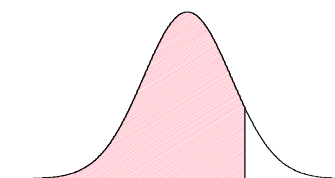
La curva normale st. – es. 1



$$P(-1,33 \leq z \leq 0) =$$

$$= 0,9082 - 0,5 = 0,4082$$

40,82%



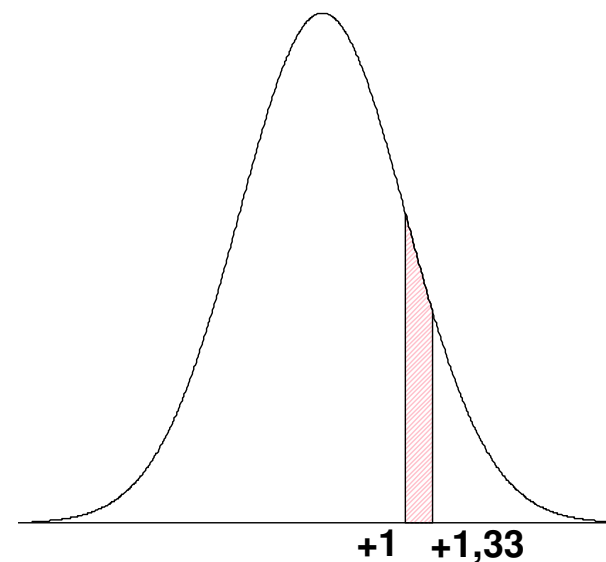
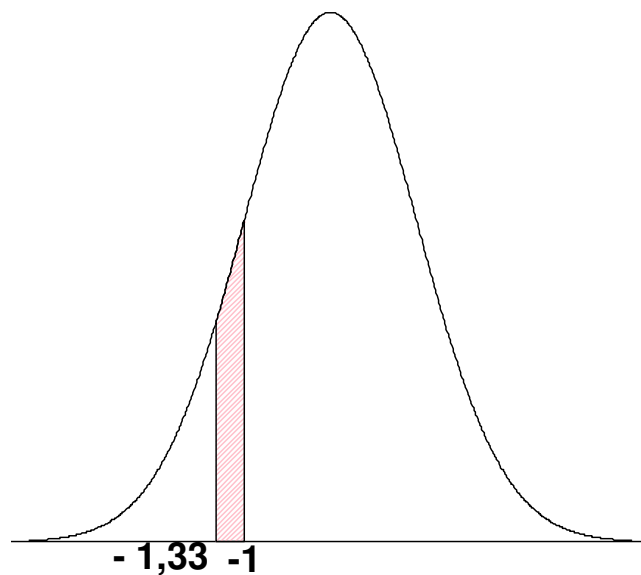
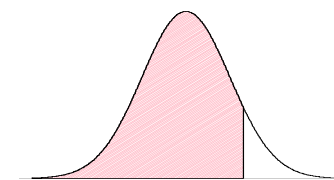
Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382

La curva normale st. – es. 1

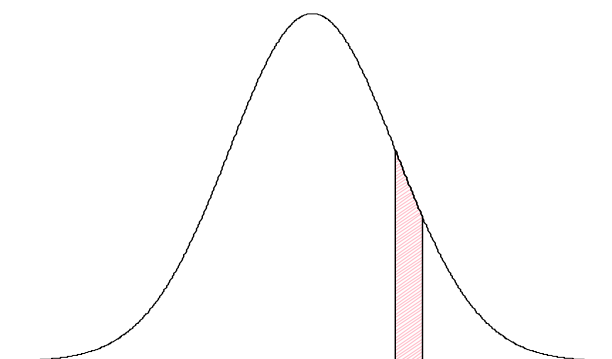
B) Compresa tra 34 e 38

$$z_1 = \frac{34 - 50}{12} = \frac{-16}{12} = -1,33$$

$$z_2 = \frac{38 - 50}{12} = \frac{-12}{12} = -1$$



La curva normale st. – es. 1

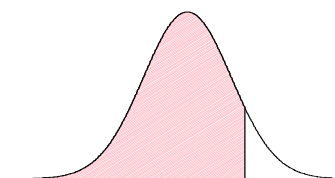


+1 +1,33

$$P(-1,33 \leq z \leq -1) =$$

$$= 0,9082 - 0,8413 = 0,0669$$

6,69%



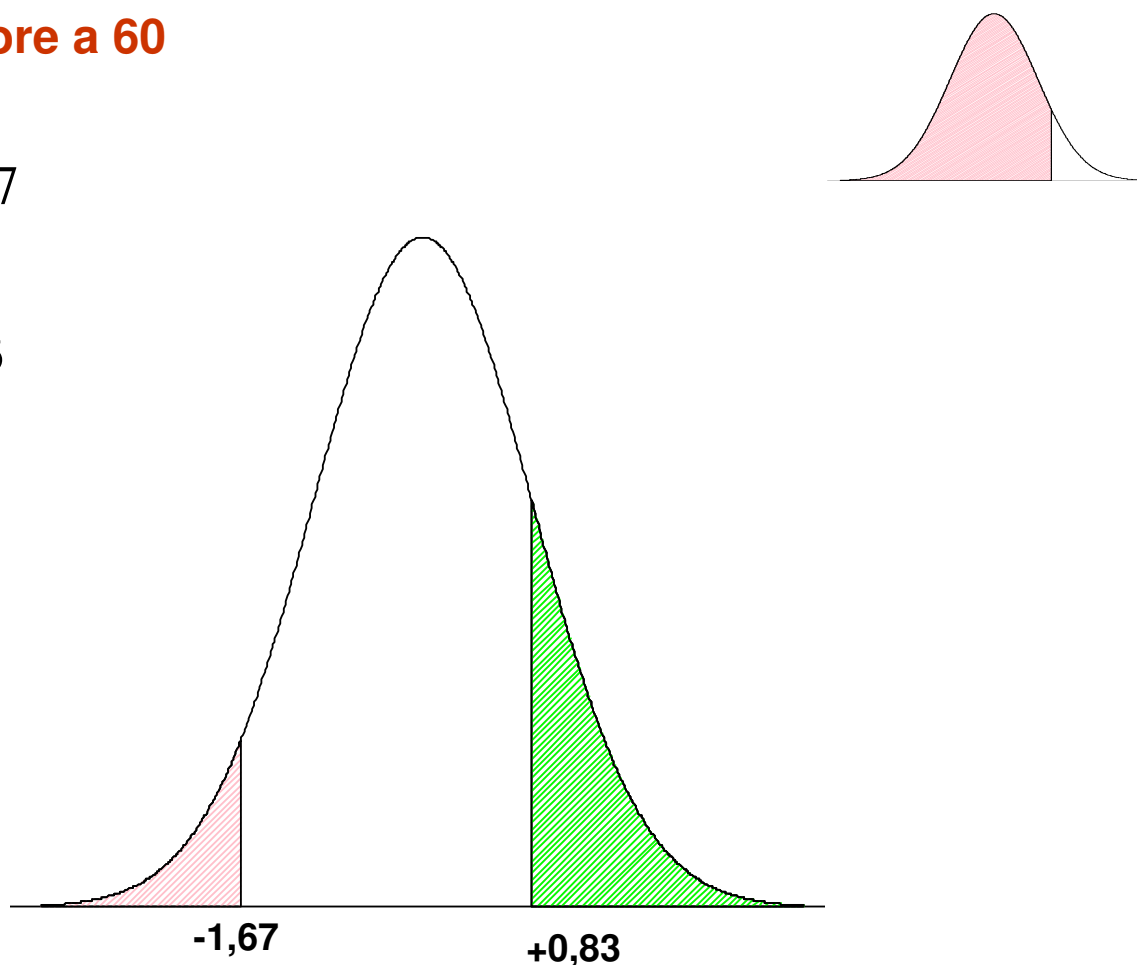
Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382

La curva normale st. – es. 1

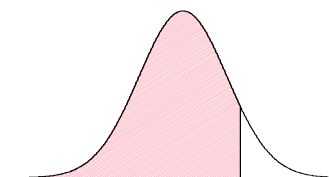
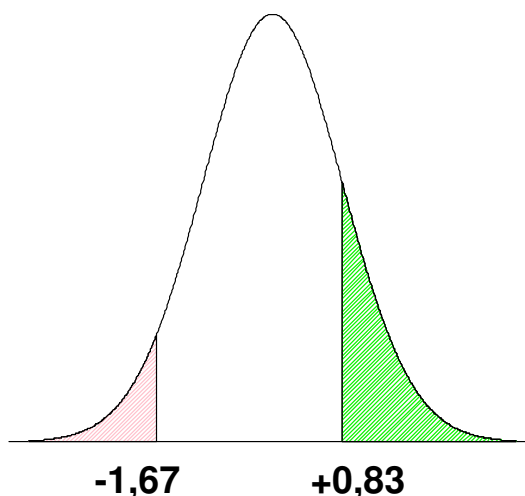
C) Inferiore a 30 o superiore a 60

$$z_1 = \frac{30 - 50}{12} = \frac{-20}{12} = -1,67$$

$$z_2 = \frac{60 - 50}{12} = \frac{10}{12} = 0,83$$



La curva normale st. – es. 1



$$\begin{aligned}
 P(z \leq -1,67) + P(z \geq 0,83) &= \\
 &= (1 - 0,7967) + (1 - 0,9525) = \\
 &= 0,2033 + 0,0475 = 0,2508
 \end{aligned}$$

25,08%

Z	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
0,0	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279
0,1	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675
0,2	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064
0,3	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443
0,4	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808
0,5	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157
0,6	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486
0,7	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794
0,8	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078
0,9	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340
1,0	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577
1,1	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790
1,2	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980
1,3	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147
1,4	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292
1,5	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418
1,6	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525
1,7	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616
1,8	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693