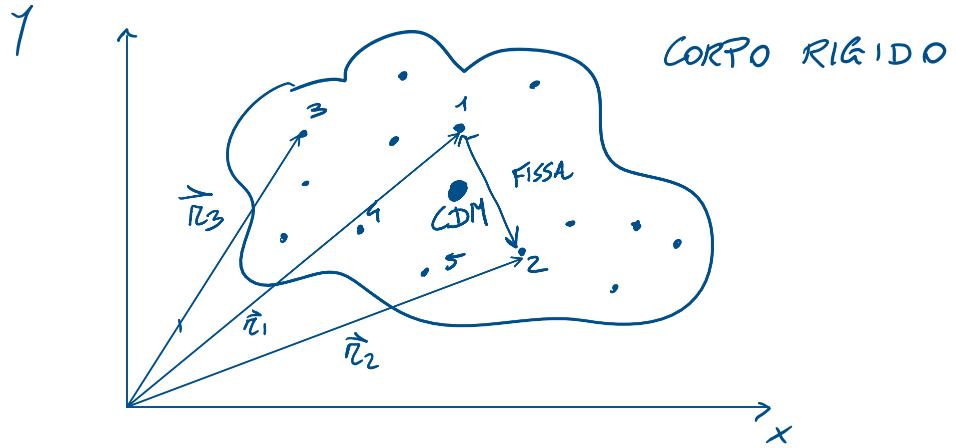
Lezione #6

23/11/2023

Riassunto puntate precedenti
- F_P; F_{ARCO}; N; $F_{S,D}$
- $\vec{M} = ?$ STANDBY
- P.to materiale

CORPO RIGIDO

La distanza delle molecole "interne", che lo compongono non può variare
↓
equilibrio
↳ $\vec{F}^{RIS}_{INT} = \vec{0}$ La risultante delle forze interne è nulla!!



CORPO RIGIDO $\hookrightarrow$ insieme di pti materiali (N)

Supponiamo ora di identificare un pto specifico:

Centro di massa CDM

$$\vec{r}_{CDM} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\underbrace{\sum_{i=1}^{N} m_i}_{M}} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_n\vec{r}_n}{M}$$

M = massa Totale

$$\Rightarrow \quad M\vec{r}_{CDM} = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_n\vec{r}_n$$

$$\vec{r} \to \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \vec{v}$$

$$\hookrightarrow \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$$

$$M\frac{\Delta\vec{r}_{CDM}}{\Delta t} = m_1\frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t} + \dots + m_N\frac{\Delta\vec{r}_n}{\Delta t}$$

$$M\vec{v}_{CDM} = m_1\vec{v}_1 + \text{—} + m_n\vec{v}_n$$

$$\vec{v} \to \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$$

$$\vec{v} \longrightarrow \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$$

$$\longrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

$$M \frac{\Delta \vec{v}_{CDM}}{\Delta t} = m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} + \text{—} + m_n \frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t}$$

$$M \vec{a}_{CDM} = \underbrace{m_1 \vec{a}_1}_{\vec{F}_1} + \underbrace{m_2 \vec{a}_2}_{\vec{F}_2} + \text{—} + \underbrace{m_n \vec{a}_n}_{\vec{F}_n}$$

$$M \vec{a}_{CDM} = \underbrace{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n}_{\text{risultante delle forze esterne}} = \vec{F}^{RIS}_{EST.}$$

$$\boxed{\vec{F}^{RIS}_{EST.} = M \vec{a}_{CDM}}$$

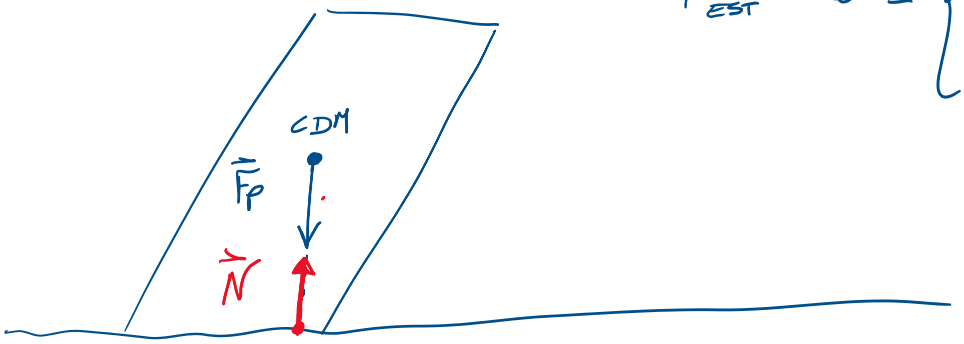
La risultante delle forze esterne agenti su un corpo rigido è pari al prodotto della sua massa totale per l'accelerazione SOLO DEL CENTRO DI MASSA !!!

Un corpo rigido è in equilibrio quando:

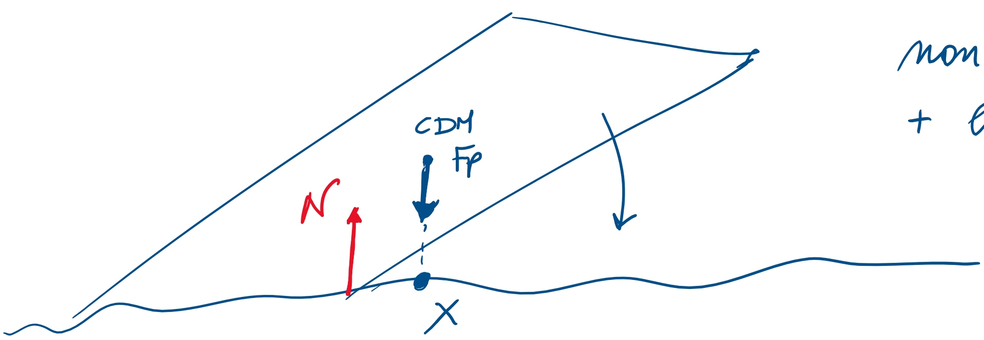
$$\boxed{\vec{F}^{RIS}_{EST} = \vec{0} = M\vec{a}_{CDM} = \vec{0}}$$

Si realizza l'equilibrio quando la proiezione della $\vec{F}_P$ applicata al CDM cade all'interno della superficie d'appoggio

Es. TORRE DI PISA



$$\vec{F}^{RIS}_{EST} = \vec{0} = \begin{cases} y \to -F_P + N = 0 \\ \text{SIAMO IN EQ.} \end{cases}$$

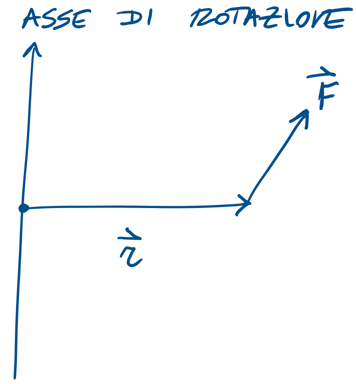


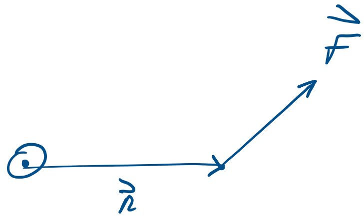
Ora F_P ed N non si possono + bilanciare

MOMENTO DI UNA FORZA

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$\times$: vettor [prodotto vettoriale]

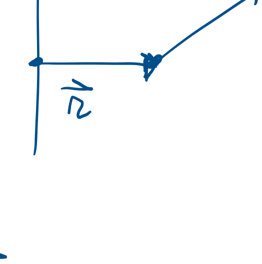


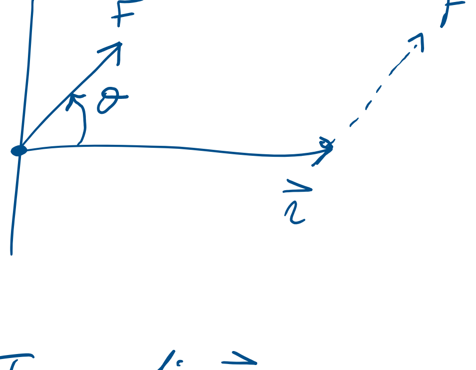


$\vec{M}$ è un vettore $\begin{cases} \text{Modulo} \\ \text{Direzione} \\ \text{Verso} \end{cases}$

$$[M] = N \cdot m$$

Modulo $\quad M = \underbrace{r}_{\text{dist. asse}} \underbrace{F}_{\text{Forza}} \underbrace{\sin\theta}_{\text{angolo che forma } \vec{r} \text{ con } \vec{F}}$

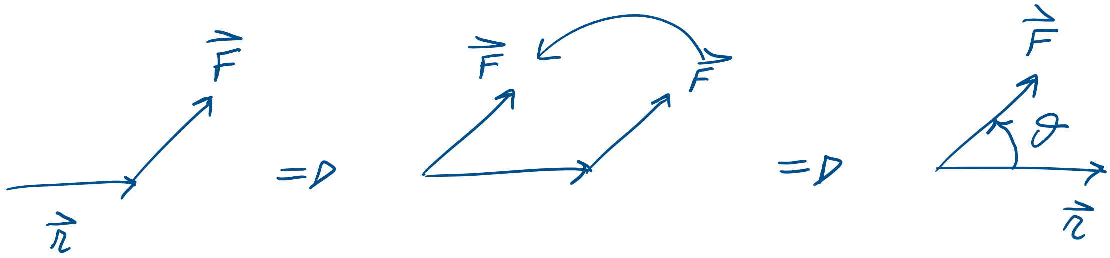




Prendo $\vec{F}$ la applico nello stesso di $\vec{r}$

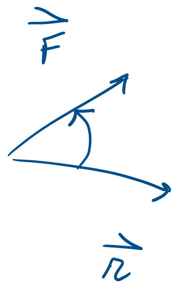
Considero l'angolo che forma $\vec{r}$ con $\vec{F}$

$\vec{r}$ si deve sovrapporre a $\vec{F}$



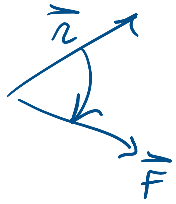
Modulo $M = rF\sin\theta$ ✓

Direzione $\Rightarrow$ •) $M > 0$ se $\vec{r} \circlearrowleft \vec{F}$ in senso antiorario



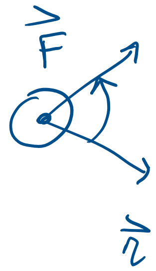
$$M = +rF\sin\theta$$

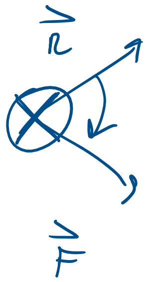
••) $M < 0$ se $\vec{r} \circlearrowright \vec{F}$ in senso orario



$$M = -rF\sin\theta$$

Il momento è sempre $\perp$ al piano formato da $\vec{r}$ ed $\vec{F}$:

1)  $M>0$ $\odot$ esce dal piano

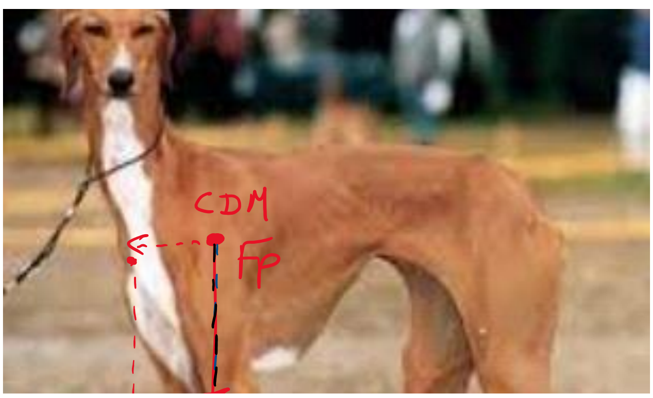
2)  $M<0$ $\otimes$ entra nel piano

Applicazione BIOMEDICA sul centro di massa

Equilibrio biomeccanico $\Rightarrow$ la proiez. della F_p applicata al CDM cade all'interno della superficie d'appoggio.

Esempio #1 :

LEVRIERO

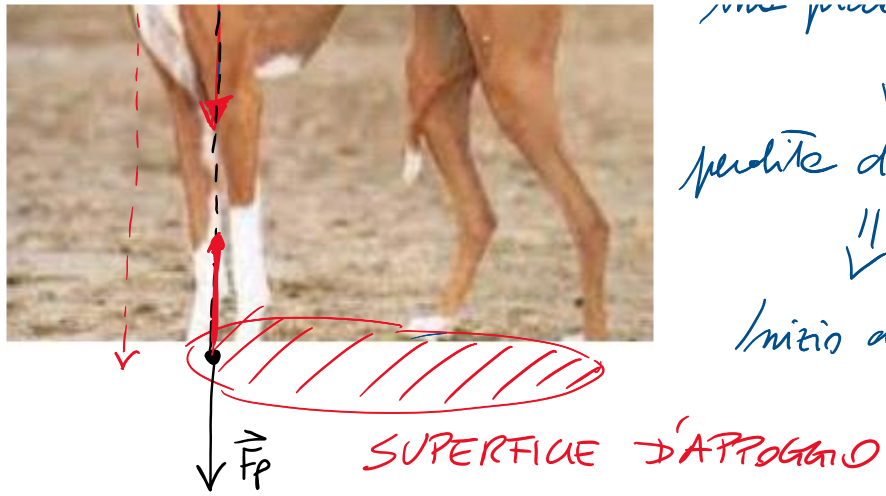


Il CDM cade al "bordo" della sup. d'appoggio

$\Downarrow$

una piccola perturbazione

$\Downarrow$



⇓

perdita d'equilibrio

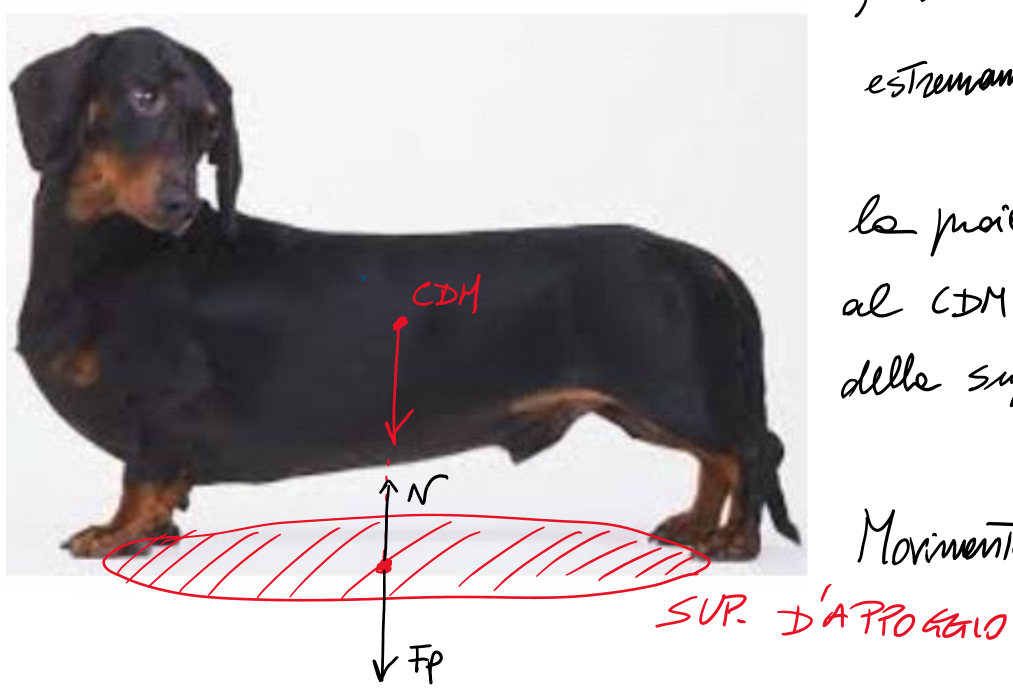
⇓

Inizio del movimento

Altro esempio "opposto"

E

BASSOTTO



Questo sistema è estremamente + stabile

⇓

la proiezione F_P applicata al CDM cade al centro della sup. d'appoggio

D

⇓

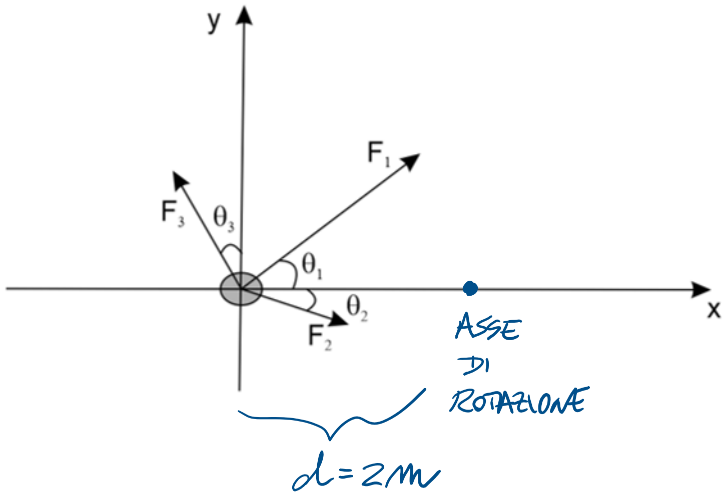
Movimento + lento

meno reattivo

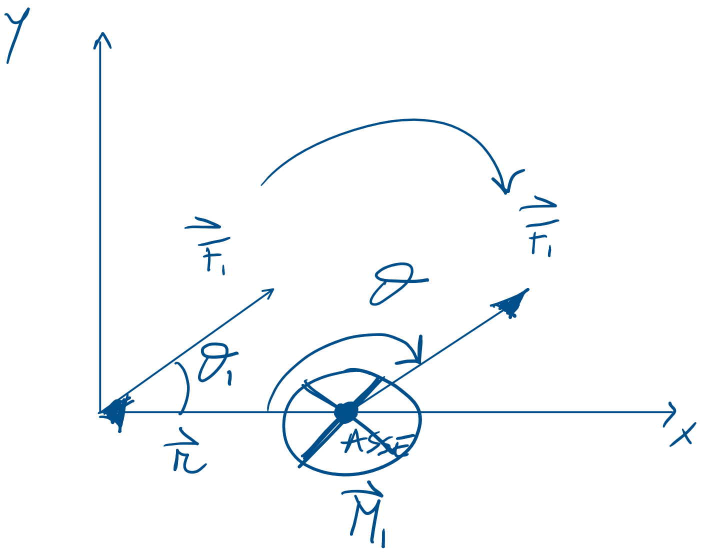
Riprendiamo il punto 3) che avevamo lasciato in sospeso:

Un disco da hockey di massa m=0.32 kg scorre su una superficie orizzontale (priva di attrito) di una pista di ghiaccio. Esso è colpito simultaneamente da tre diverse mazze da hockey come mostrato in figura. La forza F_1 ha modulo 8.5 N, F_2 ha modulo 3.1 N e F_3 ha modulo 5.3 N. Gli angoli che le forze formano con l'asse x sono rispettivamente θ_1=45°, θ_2= 31° e θ_3=32°. Calcolare:

1. Il modulo della risultante delle forze agenti sul disco nel piano xy;
2. Modulo direzione e verso della sua accelerazione;
3. Il momento risultante di F_1 ed F_2 rispetto a un asse perp. al piano xy e posto a distanza di +2 m sull'asse x;
4. Se ora sul piano fosse presente attrito dinamico con μ_k = 0.04, calcolare di quanto varia l'accelerazione del disco.



3) $\vec{M}_1$ e $\vec{M}_2$



$\theta = 180° - \theta_1 = 135°$

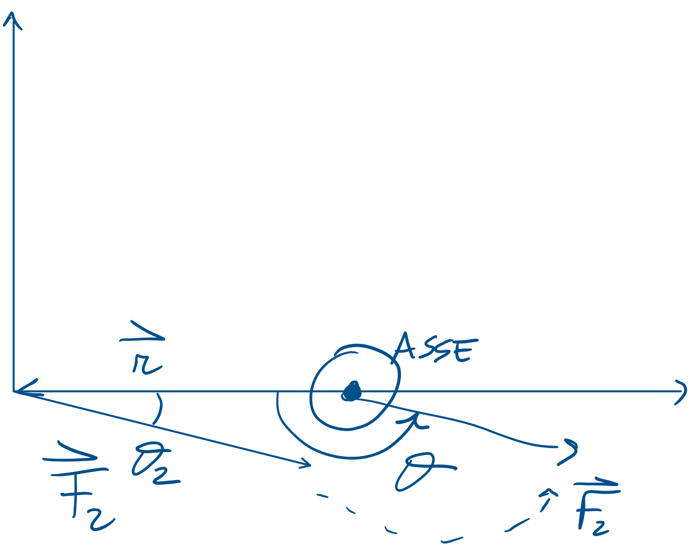
$\vec{r} \curvearrowright \vec{F}_1$ s. orario $\quad M<0$

$M_1 = -r F_1 \sin\theta = -2 \cdot 8{,}5 \cdot \sin(135°)$

$M_1 = -13{,}0208\ Nm$

$$\boxed{M_1 \simeq -10\ Nm \quad (1\ c.s.)}$$

$\vec{M}_2$



$\vec{r} \curvearrowright \vec{F}$ s. antiorario $M_2 > 0$

$\theta = 180° - \theta_2 = 149°$

$M_2 = + r F_2 \sin\theta = 2 \cdot 3{,}1 \cdot \sin 149° =$

$M_2 = 3{,}19\ Nm$

$$\boxed{M_2 \simeq 3\ Nm \quad (1\ c.s.)}$$

$$\alpha_1 = 90 + 45^\circ$$