



Tempo di lavoro e tempo libero

Un modello di scelta ottimale

ECO SPORT 2022/2023 – Lezioni del 27 e 28 febbraio 2023

Il modello

- Un agente rappresentativo si trova di fronte alla scelta tra quanto tempo (ore) lavorare e quanto tempo dedicare allo svago.
- Durante la giornata il nostro agente dispone di una quantità limitata di tempo (T) che può dedicare al lavoro o al tempo libero (S).
- $(T-S)$ rappresenta dunque la quantità di tempo dedicato al lavoro.
- Lo svolgimento di attività lavorativa permette al nostro agente di disporre di un «reddito da lavoro» (R_L) che si cumula ad un «reddito non da lavoro» (R_{NL}).
- La scelta avviene tra quanto consumare e quante ore libere prendersi, dove ovviamente se decido di aumentare le ore di svago avrò meno reddito da lavoro da spendere per acquistare beni di consumo

Le preferenze

$$U = U(X_C^i, S), \quad (1)$$

X_C^i Quantità dell'i-esimo bene di consumo tra gli N beni

T Tempo disponibile S Tempo di svago

$$\frac{\partial U}{\partial X_C^i} \equiv U'_i > 0, \quad \frac{\partial U}{\partial S} \equiv U'_S > 0,$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial (X_C^i)^2} \equiv U''_i \leq 0, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} \equiv U''_S \leq 0.$$

Il vincolo

$$R_{NL} + R_L = \sum_{i=1}^N p_i \cdot X_C^i \quad (2),$$

$$R_L = w \cdot (T - S) \quad (3),$$

w Salario orario

p_i Prezzo unitario dell' i -esimo bene

La formalizzazione del problema

$$\max_{X_C^i, S} U = U(X_C^i, S)$$

$$\text{Sub } R_{NL} + w \cdot (T - S) = \sum_{i=1}^N p_i \cdot X_C^i$$

$$S \leq T.$$

La risoluzione del problema

$$\max_{X_C^i, S, \lambda} L = U(X_C^i, S) - \lambda \cdot [R_{NL} + w \cdot (T - S) - \sum_{i=1}^N p_i \cdot X_C^i], \quad (4)$$

FOC:

$$\frac{\partial L}{\partial X_C^i} = 0 \quad \rightarrow \quad U'_i - \lambda \cdot p_i = 0, \quad \forall i \text{ con } i = 1, 2, \dots, N$$

$$\frac{\partial L}{\partial S} = 0 \quad \rightarrow \quad U'_S - \lambda \cdot w = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad \rightarrow \quad R_{NL} + w \cdot (T - S) - \sum_{i=1}^N p_i \cdot X_C^i = 0.$$

Le soluzioni del problema

$$\frac{U'_i}{p_i} = \frac{U'_j}{p_j} = \frac{U'_S}{w}, \quad \forall i \neq j \quad (5)$$

L'agente economico selezionerà la scelta ottimale tra consumo e tempo libero uguagliando le utilità marginali ponderate ai prezzi di tutti i beni di consumo e del tempo libero, il cui prezzo è il costo opportunità rappresentato dal salario orario

La soluzione esprimerà delle funzioni in forma ridotta del vettore di N beni di consumo e del tempo libero in funzione dei parametri e delle variabili esogene del modello.

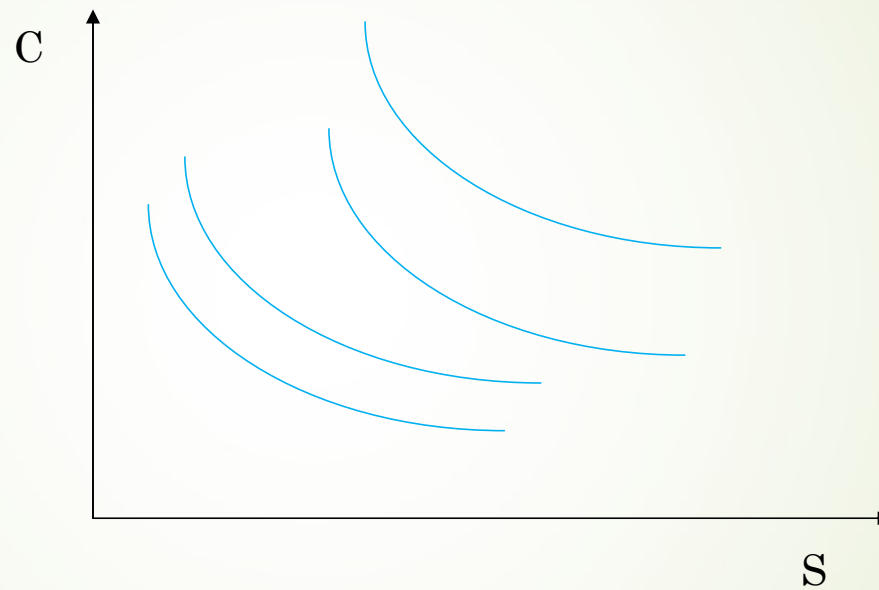
La formalizzazione del problema con un solo generico bene di consumo

$$\max_{C,S} U = U(C, S)$$

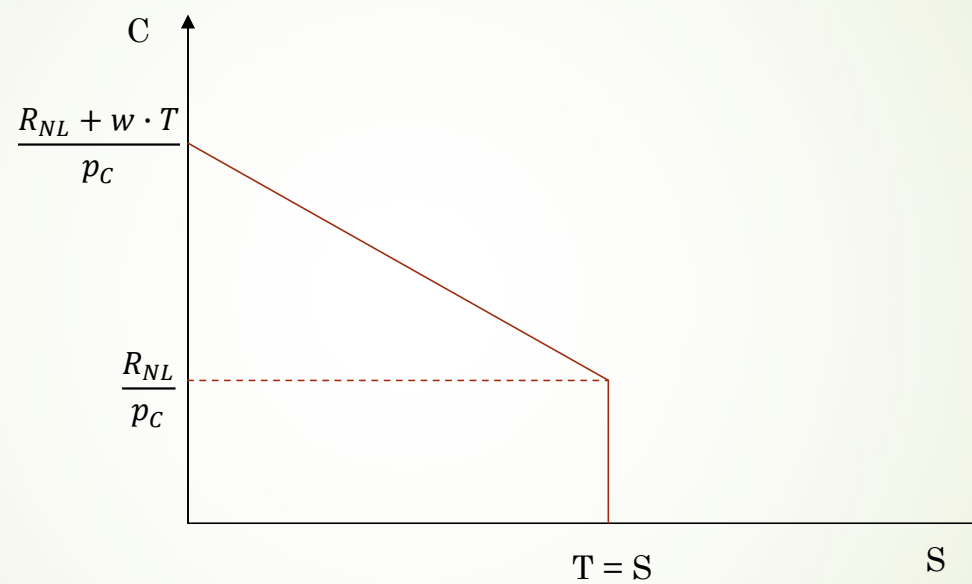
$$\text{Sub } R_{NL} + w \cdot (T - S) = p_C \cdot C$$

$$S \leq T.$$

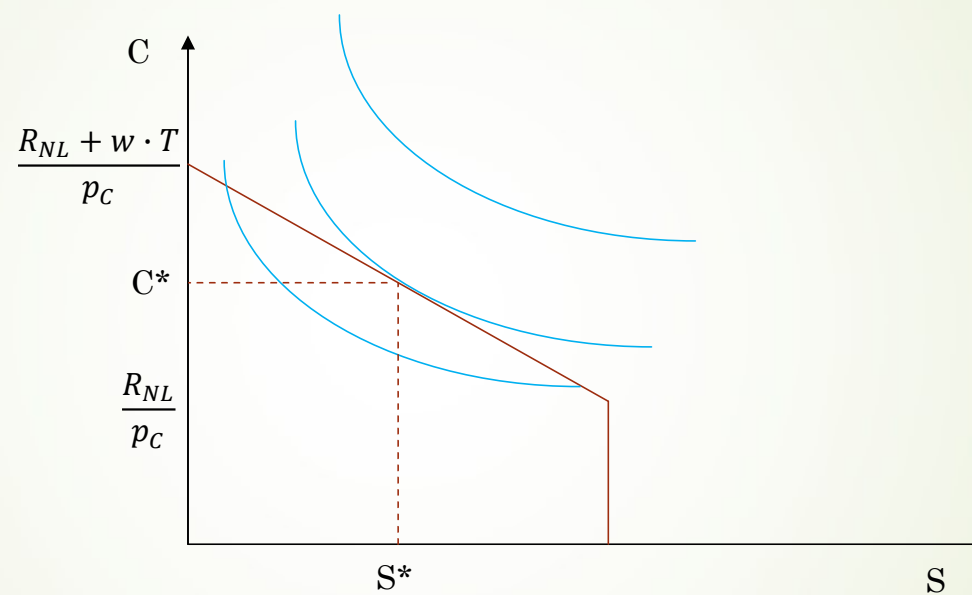
Le preferenze



Il vincolo



La scelta ottimale



Esplicitiamo le preferenze, impostiamo le FOC ...

$$U(C, S) = C^\alpha \cdot S^{1-\alpha}, \quad \text{con } 0 < \alpha < 1.$$

$$U'_C = \alpha \cdot C^{\alpha-1} \cdot S^{1-\alpha},$$

$$U'_S = (1 - \alpha) \cdot C^\alpha \cdot S^{-\alpha},$$

$$\frac{\alpha \cdot C^{\alpha-1} \cdot S^{1-\alpha}}{p_C} = \frac{(1-\alpha) \cdot C^\alpha \cdot S^{-\alpha}}{w}.$$

$$S = \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \cdot \frac{p_C}{w} \cdot C \quad \text{or} \quad C = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \cdot \frac{w}{p_C} \cdot S, \quad (6)$$

... e risolviamo

$$R_{NL} + w \cdot (T - S) = p_C \cdot \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \cdot \frac{w}{p_C} \cdot S.$$

$$S^* = (1 - \alpha) \cdot \left[\frac{R_{NL}}{w} + T \right]. \quad (7)$$

$$S^* = f(\alpha, R_{NL}, T, w) \quad (8)$$

Analisi di statica comparata

$$S^* = (1 - \alpha) \cdot \left[\frac{R_{NL}}{w} + T \right]$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial \alpha} = -\frac{R_{NL}}{w} - T < 0,$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial T} = 1 - \alpha > 0,$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial R_{NL}} = \frac{1 - \alpha}{w} > 0,$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial w} = -\frac{1 - \alpha}{w^2} \cdot R_{NL} < 0.$$

Come «trasferire» il modello alla realtà?

Quando sono possibili «corner solutions»?